

КЛАССИКИ

н а у к и

Х. ГЮЙГЕНС



ТРАКТАТ  
О СВЕТЕ,

В КОТОРОМ ОБЪЯСНЕНЫ  
ПРИЧИНЫ ТОГО, ЧТО С НИМ ПРОИСХОДИТ  
ПРИ ОТРАЖЕНИИ И ПРИ ПРЕЛОМЛЕНИИ,  
В ЧАСТНОСТИ ПРИ СТРАННОМ  
ПРЕЛОМЛЕНИИ ИСЛАНДСКОГО КРИСТАЛЛА



URSS

Christian Huygens

TRAITÉ DE LA LUMIÈRE

Où sont expliquées les causes de ce qui luy arrive  
dans la RÉFLEXION, & dans la RÉFRACTION.

Et particulièrement dans l'étrange  
RÉFRACTION DU CRISTAL D'ISLANDE

**Х. Гюйгенс**

**ТРАКТАТ О СВЕТЕ,**

**в котором объяснены причины  
того, что с ним происходит при отражении  
и при преломлении, в частности при странном  
преломлении исландского кристалла**

Перевод с французского  
Н. К. Фредерикс

Под редакцией и с примечаниями  
доктора физико-математических наук, профессора  
В. К. Фредерикса

Издание второе



**URSS**

**МОСКВА**

## Гюйгенс Христиан

**Трактат о свете, в котором объяснены причины того, что с ним происходит при отражении и при преломлении, в частности при странном преломлении исландского кристалла. Пер. с фр. / Под ред. и с примеч. В. К. Фредерикса. Изд. 2-е. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 176 с. (Классики науки.)**

Вниманию читателей предлагается классический труд великого голландского математика, физика и астронома Христиана Гюйгенса (1629–1695), в котором он впервые изложил и применил к исследованию оптических явлений волновую теорию света. Трактат посвящен обоснованию отражения и преломления (включая и двойное преломление) с волновой точки зрения. С помощью своей теории света автор успешно объяснил известное в то время загадочное явление: двойное преломление света в исландском шпате (расщепление луча света, падающего на кристалл исландского шпата, на два).

Книга вошла в историю науки как первое научное сочинение по волновой оптике. С ней будет полезно ознакомиться как физикам-оптикам и историкам науки, так и всем читателям, интересующимся классическим наследием.

Издательство «Книжный дом «ЛИБРОКОМ»»,  
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 9.  
Формат 60×90/16. Печ. л. 11. Зак. № 3331.

Отпечатано в ООО «ЛВНАНД».  
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-397-01302-4

© Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

## ПРЕДИСЛОВИЕ



НАПИСАЛ этот трактат двенадцать лет тому назад во время пребывания во Франции; в 1678 г. я сообщил его ученым лицам, составлявшим тогда Королевскую академию наук, в которую король оказал мне честь меня призвать. Многие из них еще живы и могли бы вспомнить, что присутствовали, когда я читал его; это в особенности относится к тем из них, которые специально занимались изучением математических наук, и из которых назову только знаменитых Кассини (Cassini), Ремера (Roemer) и де-ла-Гира (de La Hire). Хотя с тех пор я исправил и изменил несколько мест, но копии, которые я в то время сделал, могли бы доказать, что мною все же ничего не прибавлено, если не считать соображений о строении исландского кристалла и одного нового замечания о преломлении горного хрусталя. Я указываю на эти частности для того, чтобы было известно, с каких пор я размышлял о вещах, которые теперь публикую, но вовсе не

с целью умалить заслугу тех, которые, не зная того, что мною было написано, пришли к исследованию подобных же вопросов, как это в действительности и произошло с двумя прекрасными геометрами, г.г. Ньютоном и Лейбницем, изучавшими вопрос о форме стекол для собирания лучей при условии, когда одна из поверхностей стекла дана.

Можно было бы спросить, почему я так запоздал с опубликованием этого труда. Причина заключается в том, что я довольно небрежно написал его на языке, на котором его теперь и можно прочесть \*, с намерением перевести затем на латинский язык, чтобы, таким образом, с большим вниманием отнестись к его содержанию <sup>1</sup>. После этого я предполагал его издать вместе с другим трактатом по диоптрике, в котором я объясняю действия телескопов и другие относящиеся к этой науке вещи. Но так как прелесть новизны уже пропала, то я все откладывал исполнение этого намерения, и не знаю, когда бы я еще мог его выполнить, так как меня часто отвлекают или дела или какие-нибудь новые занятия. Приняв это в соображение, я, наконец, решил, что лучше опубликовать это сочинение так, как оно есть, чем, продолжая выжидать, рисковать тем, что оно пропадет.

Доказательства, приводимые в этом трактате, отнюдь не обладают той же достоверностью, как гео-

\* По-французски.—Все примечания, помеченные арабской нумерацией, принадлежат редактору и помещены в конце книги. Прим. ред.

метрические доказательства, и даже весьма сильно от них отличаются, так как в то время, как геометры доказывают свои предложения с помощью достоверных и неоспоримых принципов, в данном случае принципы подтверждаются при помощи получаемых из них выводов; природа изучаемого вопроса не допускает, чтобы это происходило иначе. Все же при этом можно достигнуть такой степени правдоподобия, которая часто вовсе не уступает полной очевидности. Это случается именно тогда, когда вещи, доказанные с помощью этих предполагаемых принципов, совершенно согласуются с явлениями, обнаруживаемыми на опыте, особенно, когда таких опытов много и — что еще важнее — главным образом, когда открываются и предвидятся новые явления, вытекающие из применяемых гипотез, и оказывается, что успех опыта в этом отношении соответствует нашему ожиданию. Если в проведенном мной исследовании все эти доказательства правдоподобия имеются — а мне представляется, что дело как раз так и обстоит, — то это должно служить весьма сильным подтверждением успеха моего исследования, и вряд ли положение вещей может значительно отличаться от того, каким я его изображаю. Мне хочется верить, что те, кто любят познавать причины явлений и умеют восхищаться чудесными явлениями света, найдут некоторое удовлетворение при ознакомлении с различными изложенными здесь размышлениями о свете и с новым объяснением его замечательнейшего свойства, составляющего главную

основу устройства наших глаз и тех великих изобретений, которые столь расширяют возможность ими пользоваться. Я надеюсь также, что найдутся позднейшие исследователи, которые, продолжив начатое здесь, проникнут глубже, нежели я сам сумел это сделать, в область этих далеко еще не исчерпанных изысканий. Это относится к отмеченным мною местам, в которых некоторые трудности оставлены мною неразрешенными, а в особенности к тем вопросам, которых я вовсе не коснулся, как, например, к вопросу о различных самосветящихся телах, а также всему тому, что касается цвета,— в этой области никто до сих пор не может похвастаться успехом. Наконец, в природе света остается для исследований значительно более того, чем, думается мне, сделано мною, и я буду весьма обязан тому, кто сможет восполнить то, что осталось для меня неизвестным.

Гаага, 8 января 1690 г.

## ГЛАВА ПЕРВАЯ

### О ЛУЧАХ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ПРЯМО- ЛИНЕЙНО



ОКАЗАТЕЛЬСТВА, применяющиеся в оптике, — так же как и во всех науках, в которых при изучении материи применяется геометрия, — основываются на истинах, полученных из опыта. Таковы те истины, что лучи света распространяются по прямой линии, что углы падения и преломления равны и что при преломлении излом луча происходит по правилу синусов, — правилу, столь известному теперь и не менее достоверному, чем предшествующие.

Большинство писавших по вопросам, касающимся разных отделов оптики, довольствовались тем, что просто принимали эти истины заранее. Но некоторые, более любознательные, стремились выяснить происхождение и причины этих истин, рассматривая их самих как замечательные проявления природы. По этому поводу был высказан ряд остроумных соображений,



однако все же не настолько удовлетворительных, чтобы более сильные умы не пожелали еще более удовлетворительных объяснений. С целью способствовать, насколько я в силах, разъяснению этого отдела естествознания, который не без основания признается одним из самых трудных, я и хочу изложить здесь свои, посвященные ему размышления. Я сознаю, что я многим обязан тем, кто первыми начали рассеивать странный мрак, окутывавший эти явления, и кто первыми подали надежды, что их можно будет объяснить разумным образом. Но, с другой стороны, меня удивляет, что эти же исследователи весьма часто стремились преподнести под видом достоверных и убедительных мало очевидные рассуждения, так как я нахожу, что никто еще не дал вероятного объяснения таких основных и замечательных явлений света, как распространение его по прямым линиям или как тот факт, что видимые лучи, исходя из бесконечного числа различных мест, пересекаются, несколько не препятствуя друг другу.

Таким образом я постараюсь в этой книге с помощью принципов, принятых в современной философии, дать более ясные и более правдоподобные объяснения, во-первых, свойствам прямо распространяющегося света, во-вторых, свойствам света, отражающегося при встрече с другими телами. Далее я объясню свойства лучей, про которые говорят, что они преломляются, проходя через различного рода прозрачные тела, причем я коснусь также рефракции

в воздухе, вызываемой различной плотностью разных слоев атмосферы.

Затем я исследую причины странного преломления одного кристалла, который привозят из Исландии. Под конец я займусь разнообразными различными формами прозрачных и отражающих тел, с помощью которых лучи собираются в одной точке или же отклоняются различным образом. При этом будет видно, с какой легкостью по нашей новой теории находятся не только эллипсы, гиперболы и другие кривые линии, которые для этой цели были остроумно применены Декартом, но также и те кривые, которые должны образовывать поверхность стекла, если другая его поверхность имеет заданную сферическую, плоскую или какую-либо иную форму <sup>2</sup>.

Нельзя сомневаться в том, что свет состоит в движении какого-то вещества. Так, если обратить внимание на его происхождение, то оказывается, что здесь, на земле, его порождают главным образом огонь и пламя, которые, без сомнения, содержат в себе находящиеся в быстром движении тела. Это подтверждается тем, что огонь и пламя растворяют и плавят многие другие и даже самые твердые тела. Если рассмотреть действия, им производимые, то можно заметить, что когда свет собран вместе, с помощью, например, вогнутых зеркал, он обладает свойством сжигать, как огонь, т. е. он разъединяет отдельные части тел; последнее обстоятельство служит убедительным признаком движения, по крайней мере,

для истинной философии, в которой причину всех естественных явлений постигают при помощи соображений механического характера. По моему мнению, так и следует поступать, в противном случае придется отказаться от всякой надежды когда-либо и что-нибудь понять в физике <sup>3</sup>.

Так как, следуя этой философии, считают достоверным, что зрительное ощущение возбуждается только воздействием некоторой движущейся материи, действующей на нервы в глубине наших глаз, то здесь мы имеем еще одно основание полагать, что свет заключается в движении вещества, которое находится между нами и светящимся телом.

Кроме того, если принять во внимание чрезвычайную быстроту, с которой распространяется свет во все стороны, а также то, что когда он приходит из различных и даже совершенно противоположных мест, лучи его проходят один через другой, не мешая друг другу, то станет совершенно понятно, что когда мы видим светящийся предмет, это не может происходить вследствие переноса материи, которая доходит до нас от этого предмета наподобие пули или стрелы, пересекающих воздух. Это слишком противоречит указанным двум свойствам света, в особенности — второму. Значит, свет распространяется другим образом; привести нас к пониманию способа распространения света может то, что нам известно о распространении звука в воздухе.

Мы знаем, что звук через посредство воздуха, который представляет собой тело невидимое и неосязаемое, распространяется вокруг места, где он был произведен, движением, которое последовательно передается от одной части воздуха к другой, и что движение это распространяется одинаково быстро во всех направлениях, вследствие чего должны образовываться как бы сферические поверхности, которые все расширяются и в конце концов поражают наше ухо. Несомненно, что и свет доходит от светящегося тела до нас каким-нибудь движением, сообщенным веществу, находящемуся между ним и нами, ибо мы уже видели, что это не может быть вызвано переносом вещества от этого тела к нам. Поскольку вместе с тем свет употребляет для своего прохождения некоторое время — вопрос, который мы сейчас рассмотрим, — из этого следует, что движение, сообщенное веществу, постепенно и, следовательно, распространяется так же, как и при звуке, сферическими поверхностями и волнами: я называю эти поверхности волнами по сходству с волнами, которые можно наблюдать на воде, в которую брошен камень, и которые изображают собой указанное постепенное распространение кругами, хотя оно и происходит от другой причины и в плоской поверхности.

Чтобы убедиться в том, что распространение света происходит не мгновенно, прежде всего посмотрим, не существуют ли такие опыты, которые убеждали бы нас в противном. Что касается опытов, которые

можно произвести здесь на Земле с помощью огней, расположенных на больших расстояниях друг от друга, то хотя они и доказывают, что свету не надо заметного времени, чтобы пройти эти расстояния, но все же эти расстояния слишком малы и позволяют сделать лишь тот вывод, что переход света совершается чрезвычайно быстро. Декарт, полагавший, что переход света совершается мгновенно, не без основания опирался на значительно лучший опыт с лунными затме-

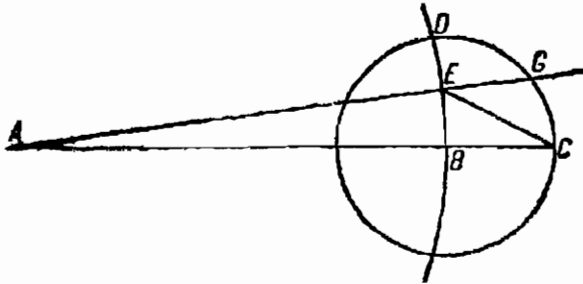


Рис. 1.

ниями, но этот опыт, как я покажу далее, все же не убедителен. Для того чтобы понять все значение этого опыта, я его предложу в несколько ином виде, чем Декарт.

Пусть  $A$  (рис. 1) — местонахождение Солнца,  $BD$  — часть орбиты, или годовичного пути Земли,  $ABC$  — прямая линия, которая, допустим, пересекает путь Луны, представленный кругом  $CD$  с центром в точке  $C$ .

Но если свет требует, например, 1 часа времени, чтобы пройти пространство между Землей и Луной, то отсюда следует, что после того, как Земля придет в точку  $B$ , даваемая ею тень, или перерыв в свете,

еще не достигнет точки  $C$ , но придет туда часом позже. Это значит, что только через 1 час после того, как Земля придет в точку  $B$ , Луна, пришедшая в точку  $C$ , начнет там затемняться; но нужен еще другой час, для того чтобы это затемнение, или перерыв в свете, достигло Земли. Предположим, что за эти 2 часа Земля пришла в  $E$ . Земля, находясь в  $E$ , увидит затемненную Луну в  $C$ , откуда она ушла за час перед этим, и в то же время увидит Солнце в  $A$ . В самом деле, ввиду того, что я вместе с Коперником предполагаю Солнце неподвижным, и ввиду того, что свет распространяется по прямым линиям, Солнце должно всегда казаться там, где оно есть. Но, говорят, наблюдения свидетельствуют, что затемненная Луна всегда наблюдается на эклиптике, в месте, противоположном Солнцу, между тем как здесь она должна казаться позади от этого места на угол  $GEC$ , дополняющий угол  $AEC$  до двух прямых. Значит, это противоречит опыту, так как угол  $GEC$  был бы сильно заметен, равняясь приблизительно  $33^\circ$ . В самом деле, согласно нашим вычислениям, изложенным в трактате „О причинах явлений, видимых при наблюдениях Сатурна“, расстояние  $BA$  между Землей и Солнцем приблизительно равно 12 000 земных диаметров и в 400 раз больше, чем  $BC$ , — расстояние до Луны, равное 30 диаметрам. Значит, угол  $ECB$  будет приблизительно в 400 раз больше, чем  $BAE$ , который равен 5 мин., т. е. пути, который проходит Земля по своей орбите в 2 часа; таким обра-

зом угол *VCE* равен почти  $33^\circ$ , так же как и *CEO*, который будет больше на 5 мин.

Но нужно заметить, что в этом рассуждении скорость света предполагается такой, что свету нужен 1 час времени, чтобы пройти путь отсюда до Луны. Если же предположить, что для этого нужна лишь 1 мин. времени, то будет ясно, что угол *CEO* составит только 33 мин., а если нужно всего только 10 сек. времени, то этот угол не будет и 6 мин. Но в таком случае его не легко будет заметить при наблюдении затмений и, следовательно, отсюда нельзя сделать вывод в пользу мгновенного движения света.

Правда, тем самым мы допускаем существование странной скорости, которая была бы в 100 000 раз больше скорости звука. Ибо звук по моим наблюдениям делает приблизительно 180 туаз за время 1 сек. или 1 удара артерин <sup>4</sup>. Все же это предположение не должно казаться чем-то невозможным, так как здесь дело идет вовсе не о переносе тела с такой скоростью, но о последовательном движении, переходящем от одних тел к другим. Поэтому яри размышлении об этих вещах я беспрепятственно предположил, что истечение света происходит постепенно; действительно, с помощью этого предположения все эти явления могли быть объяснены, тогда как, если придерживаться противоположного взгляда, все было непонятно. И мне всегда казалось, и многим другим вместе со мной, что даже Декарт, который поставил своей целью вразумительное объяснение всех во-

просов физики и который, несомненно, гораздо лучше успел в этом, чем кто-либо до него, даже Декарт по поводу света и его свойств не высказал ничего, что не было бы полно трудностей для понимания или даже непостижимо.

Но мысль, которой я пользовался когда-то как гипотезой, получила недавно благодаря остроумному доказательству Ремера, по всей видимости, значение прочной истины <sup>б</sup>. Я приведу здесь доказательство Ремера, в ожидании, пока он не даст его сам, вместе со всем тем, что его должно подтвердить. Оно основано, так же, как и предшествующее, на небесных наблюдениях и не только доказывает, что свет для своего прохождения требует времени, но и показывает вместе с тем, сколько времени ему нужно на это, а также, что скорость света, по крайней мере, в 6 раз больше той, о которой я только что говорил.

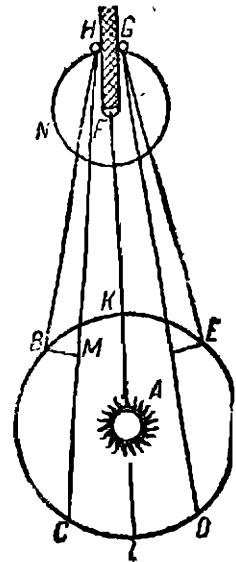


Рис. 2.

Ремер пользуется для этого затмениями маленьких планет, которые вращаются вокруг Юпитера и которые часто входят в его тень. Вот в чем состоит его рассуждение. Пусть *A* (рис. 2) будет Солнце, *BCDE* — годовичная орбита Земли, *F* — Юпитер, *GN* — орбита самого близкого из его спутников; вследствие скорости его обращения он более трех других подходит для этого



исследования. Пусть  $G$  будет этот спутник, входящий в тень Юпитера,  $H$  — тот же спутник в момент выхода.

Предположим, что в тот момент, когда Земля находится в  $B$ , незадолго до последней квадратуры было замечено, что указанный спутник выходит из тени; если бы Земля оставалась на том же самом месте, то через  $42\frac{1}{2}$  часа его опять увидели бы выходящим из тени, так как как раз за это время он совершает свой круговой путь и возвращается к противостоянию с Солнцем. И если бы, например, Земля в течение 30 оборотов этого спутника все время оставалась на одном месте, то она еще раз увидела бы его выходящим из тени через  $42\frac{1}{2}$  часа, взятых 30 раз. Но так как Земля, все более и более удаляясь от Юпитера, переносится за это время в  $C$ , то отсюда следует, что если свет требует для своего прохождения времени, то момент освещения маленькой планеты будет замечен в  $C$  позже, чем был бы замечен в  $B$ , и что ко времени  $42\frac{1}{2}$  часа, взятых 30 раз, нужно еще прибавить время, которое употребляет свет, чтобы пройти пространство  $MC$  — разность между пространствами  $CH$  и  $BH$ . Так же и вблизи другой квадратуры, когда Земля, приближаясь к Юпитеру, из  $D$  придет в  $E$ , моменты погружения спутника  $G$  в тень должны наблюдаться в  $E$  раньше, чем в том случае, если бы Земля оставалась неподвижной в  $D$ .

Но по многочисленным наблюдениям, сделанным в течение последовательных десяти лет, эти разности

оказались весьма значительными — около 10 мин. и даже более — и отсюда было выведено, что свету, для того чтобы пересечь весь диаметр годовой орбиты  $KL$ , равный удвоенному расстоянию отсюда до Солнца, нужно приблизительно 22 мин.

Движение Юпитера за то время, когда Земля переходит из  $B$  в  $C$  или из  $D$  в  $E$ , принято в этом расчете в соображение, и можно показать, что ни запаздывание в моменте выхода из тени, ни более раннее наступление затмения не могут быть приписаны неправильностям в движении этой маленькой планеты или ее эксцентриситету.

Но если принять в соображение огромное протяжение диаметра  $KL$ , которое, по-моему, составляет 24 000 диаметров Земли, то нужно признать, что скорость света чрезвычайна. В самом деле, предположим, что  $KL$  не больше 22 000 земных диаметров; оно проходится в 22 мин., что составляет 1000 диаметров в 1 мин.,  $16\frac{2}{3}$  диаметра в 1 сек. или в 1 удар артерии; это равняется 1100 раз 100 000 туазов, потому что в диаметре Земли имеется 2,865 лье, по 25 лье в градусе, так как по точным измерениям, сделанным в 1669 г. по приказанию короля Пикаром (Picard), 1 лье равно 2282 туазам. Но, как мною выше было сказано, звук делает в то же время в 1 сек. только 180 туазов, значит, скорость света более чем в 600 000 раз больше скорости звука. И все же это нечто совсем отличное от мгновенного распространения, так как разница здесь такая же,

как между конечной вещью и бесконечной. Постепенное движение света оказывается, таким образом, подтвержденным, а отсюда следует, как я уже сказал, что это движение, так же как и звук, распространяется сферическими волнами <sup>6</sup>.

Но если в этом отношении движения света и звука сходны, то во многих других отношениях они расходятся; так, они различаются: начальным возбуждением причиняющего их движения, материей, в которой это движение распространяется, и способом, которым оно передается. В самом деле, известно, что возбуждение звука производится внезапным сотрясением всего тела или значительной его части, что возмущает весь смежный с ним воздух. Но движение света должно зарождаться от каждой точки светящегося тела; тогда, как это лучше выяснится из последующего, смогут быть видными все отдельные части светящегося тела. И я думаю, что это движение может лучше всего послужить для объяснения, если предположить, что те из светящихся тел, которые, как пламя и, повидимому, Солнце и звезды, являются жидкими, состоят из плавающих в значительно более утонченной материи частиц; эта материя приводит их в весьма быстрое движение и заставляет ударяться о частицы окружающего их эфира, причем эти последние значительно меньше первых. Что же касается твердых светящихся тел, как уголь или раскаленный на пламени металл, то у них рассматриваемое движение вызывается сильным сотрясением частиц

металла или дерева, причем те частицы, которые находятся на поверхности, также ударяются о частицы эфирной материи. Впрочем, движение, возбуждающее свет, должно быть значительно более резким и быстрым, чем то, которое производит звук; ведь мы не замечаем, чтобы содрогание звучащего тела могло произвести свет, точно так же как движением руки в воздухе нельзя получить звук.

Если теперь исследовать, какой может быть та материя, в которой распространяется движение, исходящее от светящихся тел, и которую я называю эфирной, то будет видно, что это не та материя, которая служит для распространения звука. В самом деле, последняя является просто воздухом, который мы чувствуем и вдыхаем; и если воздух откуда-нибудь удалить, то та, другая, материя, которая служит для света, все же будет там находиться. Это доказывается заключением звучащего тела в стеклянный колокол, из которого затем удаляют воздух с помощью прибора, данного нам Бойлем, прибора, с которым он сделал столько прекрасных опытов<sup>7</sup>. При производстве опыта, о котором я говорю, нужно позаботиться о том, чтобы поместить звучащее тело на вату или на перья для того, чтобы оно не могло сообщить своего дрожанья стеклянному колоколу, заключающему его, а также прибору, а этим до сих пор пренебрегали. Тогда, после того как будет удален весь воздух, больше совершенно не слышно звука металла, хотя по нему и ударяют.

Из этого следует не только то, что не проходящий через стекло воздух является материей, с помощью которой распространяется звук, но также и то, что свет распространяется не в самом воздухе, но в какой-то другой материи. Действительно, после того как воздух удален из колокола, свет, как и прежде, продолжает проходить сквозь него.

Это последнее обстоятельство еще яснее доказывается знаменитым опытом Торичелли. В этом опыте стеклянная трубка, из которой удалена ртуть и в которой не остается воздуха, пропускает свет так же, как если бы в ней был воздух; а это показывает, что в трубке находится какая-то материя, отличная от воздуха, и что эта материя должна проходить сквозь стекло или сквозь ртуть, или через оба эти непроницаемые для воздуха вещества. Если в этом же опыте произвести пустоту, поместив над ртутью немного воды, то можно аналогично заключить, что указанная материя проходит сквозь стекло или сквозь воду, или через то и другое.

Что же касается упомянутого мною различия способов передачи движения звука и света, то можно в общем понять, как происходит движение звука, если принять в соображение, что воздух обладает свойством сжимаемости и может быть приведен к значительно меньшему объему, чем тот, который он обычно занимает, а также, что по мере того, как его сжимают, он стремится расшириться; в самом деле, эти свойства, вместе с проницаемостью, которая со-

храняется несмотря на сжатие, показывают, повидимому, что воздух состоит из маленьких телец, плавающих и быстро передвигающихся в состоящей из еще значительно меньших телец эфирной материи. Таким образом причиной распространения звуковых волн является усилие, производимое этими маленькими взаимно ударяющимися телами, стремящимися удалиться друг от друга, когда, находясь на перифериях волн, они оказываются более сжатыми, чем в других местах.

Но чрезвычайная скорость и другие свойства света не позволяют допустить подобного распространения движения, и я хочу здесь показать, как по моему мнению оно должно происходить. Для этого надо объяснить имеющееся у твердых тел свойство передавать движение одно другому.

Если взять несколько одинаковых по величине шаров, сделанных из какого-нибудь очень твердого вещества, и если их расположить по прямой линии так, чтобы они касались друг друга, то при ударе таким же шаром по первому из них окажется, что движение как бы в одно мгновение передается до последнего шара, который и отделяется от всего ряда, причем не заметно, чтобы при этом сдвинулись остальные шары. Вместе с ними остается неподвижным даже шар, которым ударили. Здесь наблюдается передача движения с чрезвычайно большой скоростью, которая тем больше, чем тверже вещество, из которого сделаны шары.

Но вместе с тем установлено, что это распространение движения происходит не мгновенно, но постепенно, и таким образом требует времени. В самом деле, если бы движение или, если угодно, стремление к движению не проходило последовательно через все шары, то они получали бы его одновременно и начинали бы двигаться вперед все вместе, чего как раз и не происходит; последний из шаров отделяется от всего ряда и приобретает скорость того же шара, который толкнули. Кроме того, существуют опыты, показывающие, что все те тела, которые мы считаем самыми твердыми, как закаленная сталь, стекло и агат, упруги и некоторым образом сдают не только тогда, когда они вытянуты в виде стержней, но и тогда, когда имеют форму шаров или иную. Это означает, что они немного вдавливаются внутрь в месте удара, а сейчас же после удара возвращаются к первоначальной форме. Действительно, я нашел, что, если ударить стеклянным или агатовым шаром о большой и весьма толстый кусок того же вещества с плоской поверхностью, затускненной дыханием или как-либо иначе, то на поверхности остаются круглые метки, более или менее значительной величины в зависимости от того, был ли удар сильнее или слабее. Это показывает, что эти вещества сдают при столкновении и затем восстанавливают свою форму, на что им нужно время.

Чтобы применить подобного рода движение к объяснению движения, производящего свет, ничто не ме-

шает нам считать частицы эфира состоящими из материи, сколь угодно приближающейся к совершенной твердости и сколь угодно быстро восстанавливающей свою форму. Нам нет надобности исследовать для этого здесь причины этой твердости и упругости, так как рассмотрение их завлекло бы нас слишком далеко от нашего предмета. Я все же укажу здесь мимоходом, что частицы эфира, несмотря на их малость, можно себе представить состоящими еще из других частей и что упругость их заключается в очень быстром движении тонкой материи, которая проходит сквозь них со всех сторон и заставляет их ткань располагаться так, чтобы она позволяла этой очень тонкой материи проходить через нее самым легким и свободным образом. Это согласуется с объяснением, которое дает упругости Декарт, но только я не предполагаю, как он, существования пор в форме полых круглых каналов. И не нужно думать, что в этом имеется что-нибудь нелепое или невозможное. Наоборот, представляется весьма вероятным, что природа как раз и пользуется этой бесконечной последовательностью частиц различной величины, обладающих различной скоростью, чтобы производить такое множество удивительных явлений.

Но если бы даже мы не знали истинной причины упругости, все же мы постоянно видим, что этим свойством обладают многие тела; поэтому нет ничего странного в предположении, что им обладают также и весьма маленькие невидимые тела, как те, что со-



ставляют эфир. Если и желать найти какой-нибудь другой способ последовательной передачи движения света, то все же не отыщется такого, который бы лучше, чем упругость, согласовался с равномерностью распространения движения, потому что, если бы движение по мере удаления от источника света и распределения его по все большему количеству материи замедлялось, то на больших расстояниях оно не могло бы сохранить свою большую скорость. Если же предположить существование упругости у эфирной материи, то ее частицы будут обладать свойством восстанавливать свою форму одинаково быстро, независимо от того, будет ли воздействие на них сильным или слабым, и таким образом распространение света будет постоянно сохранять одну и ту же скорость.

Следует заметить, что хотя частицы эфира расположены и не по прямым линиям, как это обстоит в нашем ряду шаров, а беспорядочно, так что одна из них касается нескольких других, но все же это не мешает передавать им свое движение и распространять его все вперед. В связи с этим укажем на один закон движения, встречающийся при таком распространении и подтверждающийся опытом. Именно: если шар, который, как, например, шар *A* (рис. 3), прикасается к нескольким другим одинаковым с ним шарам *C*, *C*, *C*, толкнуть другим шаром *B*, то шар *A* будет действовать на все соприкасающиеся с ним шары *C*, *C*, *C* и передаст им все свое движение; сам

же он, как и шар В, останется после этого неподвижным. Легко понять, даже и не предполагая, что эфирные частицы имеют сферическую форму (так как, между прочим, я не вижу в этом надобности), что это свойство удара содействует указанному распространению движения.

Равенство размеров кажется здесь более необходимым, так как иначе при передаче движения от меньшей частицы к большей должно было бы получаться некоторое отражение движения назад, согласно правилам удара, которые я опубликовал несколько лет тому назад<sup>8</sup>.

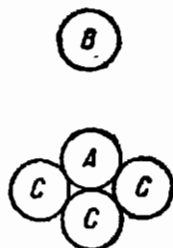


Рис. 3.

Впрочем, ниже будет видно, что допущение этого равенства нужно нам не столько для распространения света, сколько для того, чтобы оно было более легким и сильным. Не лишено вероятия, что частицы эфира были сделаны равными для столь замечательного явления, как свет, по крайней мере в том обширном пространстве, которое находится за областью паров\* и которое служит, повидимому, только для передачи света Солнца и светил.

Я показал, таким образом, как можно представить себе, что свет распространяется последовательными сферическими волнами, и как возможно, что распространение это совершается с той огромной скоростью,

\* То-есть атмосферы. Прим. ред.

которую требуют данные опыта и небесных наблюдений. Здесь нужно еще заметить, что хотя частицы эфира предполагаются в постоянном движении (в пользу чего имеется весьма много оснований), но движение это не препятствует последовательному распространению воли, потому что последнее заключается не в переносе частиц, а только в небольшом сотря-

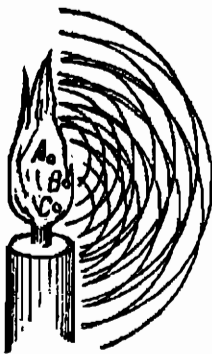


Рис. 4.

сении, в передаче которого окружающим их частицам они не могут мешать друг другу, несмотря на движение, которое их возбуждает и заставляет перемещаться друг относительно друга.

Следует подробнее рассмотреть происхождение этих волн и способ их распространения. Прежде всего из того, что было сказано о происхождении света, следует, что каждая маленькая часть какого-нибудь светящегося тела, как Солнце, свеча или раскаленный уголь, порождает свои собственные волны, центром которых она и является. Так, если в пламени свечи (рис. 4) отметить точки А, В и С, то концентрические круги, описанные около каждой из них, представят собой идущие от них волны. То же самое следует представить себе вокруг каждой точки как поверхности, так и внутренней части пламени.

Так как удары в центрах этих волн совершаются без определенной последовательности, то не нужно представлять себе, что сами волны следуют друг за

другом на одинаковых расстояниях. Если на нашем рисунке эти расстояния показаны одинаковыми, то это скорее должно изображать передвижение одной и той же волны за одинаковые промежутки времени, чем несколько волн, исходящих из одного центра.

Впрочем, все это огромное количество волн, пересекающихся, не сливаясь и не уничтожая друг друга, отнюдь не является непостижимым, раз известно, что



Рис. 5.

одна и та же частица материи может служить для распространения нескольких волн, приходящих с разных и даже противоположных сторон, причем не только в том случае, когда ее толкают удары, близко следующие друг за другом, но даже и тогда, когда удары действуют на нее одновременно; основанием этого служит постепенное распространение движения.

Это может быть доказано на ряде одинаковых шаров из твердого вещества, о которых говорилось выше; если одновременно ударить по ряду с двух противоположных концов равными шарами *A* и *D* (рис. 5), то каждый из них отскочит с той же скоростью, с какой он шел, а ряд весь останется на месте, хотя движение и прошло по всей длине его в том и другом направлениях. И если эти противоположно направленные движения встречаются в сред-

нем шаре *B* или в каком-либо другом шаре *C*, то соответствующий шар должен сжаться и выпрямиться в две стороны и, таким образом, в одно и то же мгновение послужить для передачи этих двух движений.

Сначала может показаться очень странным и даже невероятным, что волнообразное движение, производимое столь малыми движениями и тельцами, может распространяться на такие огромные расстояния, как, например, расстояние от Солнца или от звезд до нас. Действительно, сила этих волн должна ослабевать по мере их удаления от своего источника, так что каждая из них в отдельности, несомненно, теряет способность воздействовать на наше зрение. Но это перестает быть удивительным, если принять во внимание, что бесконечное число волн, исходящих, правда, из различных точек светящегося тела, на большом расстоянии от него соединяются для нашего ощущения только в одну волну, которая, следовательно, и должна обладать достаточной силой, чтобы быть воспринятой. Таким образом то бесконечное число волн, которые одновременно нарождаются во всех точках неподвижной звезды, быть может, такой же большой, как и Солнце, для ощущения представляется только одной волной, которая вполне может быть достаточно сильной, чтобы вызвать впечатление в наших глазах. Кроме того, из каждой светящейся точки вследствие частых столкновений частиц, которые в этих точках ударяют в эфир, приходят многие тысячи волн в самое

короткое время, которое только можно себе вообразить, а это делает их действие еще более чувствительным.

По поводу процесса образования этих волн следует еще отметить, что каждая частица вещества, в котором распространяется волна, должна сообщать свое движение не только ближайшей частице, лежащей на проведенной от светящейся точки прямой, но необходимо сообщает его

также и всем другим частицам, которые касаются ее и препятствуют ее движению. Таким образом вокруг каждой частицы должна образоваться волна, центром которой она является. Так, если  $DCF$

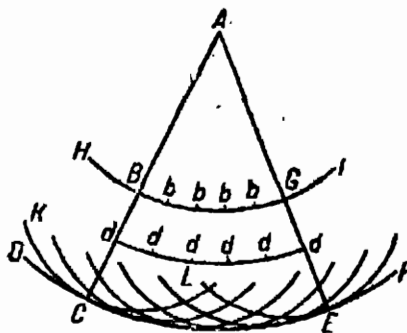


Рис. 6.

(рис. 6) — волна, исходящая из светящейся точки  $A$ , ее центра, то частица  $B$ , одна из тех, которые находятся в сфере  $DCF$ , производит свою отдельную волну  $KCL$ , которая коснется волны  $DCF$  в  $C$  в тот же момент, когда главная волна, исходящая из точки  $A$ , достигнет  $DCF$ ; и ясно, что только точка  $C$  волны  $KCL$ , т. е. та, которая находится на прямой, проведенной через  $AB$ , коснется волны  $DCF$ . Таким же образом остальные частицы, заключенные в сфере  $DCF$ , как  $bb$ ,  $dd$  и т. д., создадут каждая свою волну. Но каждая из этих волн может быть только бесконечно слабой сравнительно с волной  $DCF$ , образованию которой содей-

ствуют все остальные волны той частью своей поверхности, которая наиболее удалена от центра *A*.

Кроме того, видно, что положение волны *DCF* определяется крайним пределом, достигнутым в определенный промежуток времени движением, получившим начало в точке *A*, так как за пределами этой волны нет движения, хотя, конечно, оно существует в пространстве, ею охватываемом, а именно в тех частях отдельных волн, которые не касаются сферы *DCF*. Не следует думать, что все это найдено с помощью особенно тщательных и тонких ухищрений, так как впоследствии будет видно, что все свойства света, а также все, что касается отражения и преломления, объясняется, главным образом, этим способом. Это именно и не было известно тем, которые до настоящего времени начали изучение световых волн и к которым принадлежат Гук (Hook) с его „Микрографией“<sup>9</sup> и о. Пардис (Pardies)<sup>10</sup>. Последний в своем трактате, с частью которого он познакомил меня и который он, вскоре затем скончавшись, не смог окончить, предпринял попытку объяснить этими волнами явления отражения и преломления. Но в его доказательствах не хватало главного основания, которое заключается в только что сделанном мною замечании; в остальном он также придерживался мнений, очень отличных от моих, что, может быть, когда-нибудь будет видно, если его рукопись сохранилась.

Чтобы перейти к свойствам света, заметим прежде всего, что каждая часть волны должна распростра-

няться так, чтобы ее края всегда заключались между одними и теми же прямыми, проведенными из светящейся точки. Так, часть волны  $BG$ , имеющая своим центром светящуюся точку  $A$ , растянется в дугу  $CE$ , ограниченную прямыми  $ABC$  и  $AGE$ . Действительно, хотя отдельные волны, произведенные частицами, заключенными в пространстве  $CAE$ , распространяются также и вне этого пространства, но все же в каждое данное мгновение все они вместе содействуют образованию волны, заканчивающей движение как раз на окружности  $CE$ , их общей касательной линии.

Отсюда ясна причина, почему свет, если только его лучи не отражены или не прерваны, распространяется исключительно по прямым, так что он освещает какой-либо предмет только тогда, когда от его источника до этого предмета открыт прямолинейный путь. Так, если, например, имеется отверстие  $BG$ , ограниченное непрозрачными телами  $BH$  и  $GI$ , волна света из точки  $A$ , как было только что показано, всегда будет ограничиваться прямыми  $AC$  и  $AE$ : части отдельных волн, распространяющиеся за пределы пространства  $ACE$ , слишком слабы, чтобы производить там свет.

Сколь бы малым ни было отверстие  $BG$ , проходить между прямыми заставляет свет одна и та же причина; именно отверстие это всегда достаточно велико, чтобы заключать большое количество непостижимо малых частиц эфирной материи; таким образом представляется, что каждая малая часть волны



обязательно продвигается по прямой, исходящей из светящейся точки. В этом смысле можно принимать лучи света за прямые линии <sup>11</sup>.

Кроме того, из того, что было сказано о слабой силе отдельных волн, видно, что нет необходимости в том, чтобы все частицы эфира были равными между собой, хотя равенство это более способствует распространению движения. В самом деле, неравенство приводит к тому, что частица, толкнув другую, большую, отклонится назад с частью своего движения, но из этого возникнет не одна волна, составленная из многих волн, какой является *СЕ*, а только несколько отдельных волн, направленных назад к светящейся точке и неспособных произвести свет.

Другим и одним из чудеснейших свойств света является то, что, когда он приходит из разных и даже противоположных сторон, лучи его производят свое действие, проходя один сквозь другой без всякой помехи. Этим вызывается то, что несколько зрителей могут одновременно видеть через одно и то же отверстие различные предметы и что два человека одновременно видят глаза друг друга. Из того, что было сказано в объяснение действия света, а также того, что волны его не уничтожаются и не прерываются при встрече друг с другом, легко понять эти явления. Их вовсе не легко понять, на мой взгляд, если придерживаться мнения Декарта, по которому свет должен состоять в непрерывном давлении, только заставляющем стремиться к движению. В самом деле,

так как давление это не может действовать одновременно с двух противоположных сторон на тела, которые нисколько не стремятся приблизиться друг к другу, невозможно понять ни того, что я сейчас говорил о двух людях, каждый из которых видит глаза другого, ни того, каким образом могут освещать друг друга два факела.

---

## ГЛАВА ВТОРАЯ

### ОБ ОТРАЖЕНИИ

**О**БЪЯСНИВ явления световых волн, распространяющихся в однородной среде, мы исследуем затем, что происходит с ними при встрече с другими телами. Сперва мы покажем, как этими же волнами объясняется отражение света и почему при нем сохраняется равенство углов. Пусть  $AB$  (рис. 7) будет плоская и полированная поверхность какого-нибудь металла, стекла или другого тела, которую я сначала приму за совершенно гладкую (о неровностях, от которых она не может быть свободна, я скажу в конце этого доказательства), и пусть прямая  $AC$ , наклонная к  $AB$ , представляет собой часть световой волны, центр которой будет так далеко, что эта часть  $AC$  может быть принята за прямую линию. Я рассматриваю все это как бы в одной плоскости, представляя себе, что плоскость, в которой находится это изображение, пересекает сферу волны через ее центр, а плоскость  $AB$  — под прямыми углами; о чем достаточно предупредить раз навсегда.

Точка  $C$  волны  $AC$  в некоторый промежуток времени продвинется до плоскости  $AB$  к точке  $B$  по прямой  $CB$ , которую должно представлять себе исходящей из светящегося центра и которая, следовательно, перпендикулярна к  $AC$ . Но за тот же промежуток времени точка той же волны  $A$  не могла — по крайней мере, отчасти — сообщить свое движение за пределы плоскости  $AB$  и должна была продолжить свое движение в материи, находящейся над этой плоскостью, притом на протяжении, равном  $CB$ ; вместе с тем она должна была, согласно сказанному выше, образовать свою

отдельную сферическую волну. Указанная волна изображена здесь окружностью  $SNR$ , центр которой в  $A$ , а полу диаметр  $AN$  равен  $CB$ .

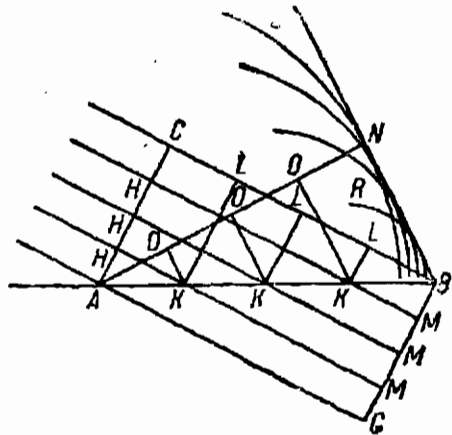


Рис. 7.

Если, затем, рассмотреть остальные точки  $H$  волны  $AC$ , то ясно, что они не только достигнут поверхности  $AB$  по прямым  $HK$ , параллельным  $CB$ , но еще породят в прозрачной среде из центров  $K$  отдельные сферические волны, представленные тут окружностями, полу диаметры которых равны линиям  $KM$ , т. е. продолжениям линий  $HK$  до прямой  $BG$ , параллельной  $AC$ .

Но все эти окружности, как это легко видеть, имеют общей касательной прямую  $BN$ , т. е. ту же прямую, которая является касательной из точки  $B$  к первому из этих кругов, центром которого была точка  $A$ , а полудиаметром, равным прямой  $BC$ ,  $AN$ .

Итак, прямая  $BN$  (заключенная между точками  $B$  и  $N$ , на которую падает перпендикуляр из точки  $A$ ) как бы образована всеми этими окружностями и заканчивает движение, возникшее при отражении волны  $AC$ ; в этом месте поэтому движение имеется в гораздо большем количестве, чем где-либо. Поэтому, согласно объясненному выше,  $BN$  является распространением волны  $AC$  в тот момент, когда ее точка  $C$  достигла точки  $B$ . Действительно, нет другой прямой, которая, как  $BN$ , была бы общей касательной всех данных кругов, если не считать  $BG$  под плоскостью  $AB$ ; эта  $BG$  была бы продолжением волны, если бы движение могло распространяться в среде, однородной с той, которая находится над плоскостью. Если мы хотим видеть, как волна  $AC$  постепенно достигла  $BN$ , то достаточно провести в той же фигуре прямые  $KO$ , параллельные  $BN$ , и прямые  $KL$ , параллельные  $AC$ . Тогда мы увидим, что волна  $AC$  из прямой последовательно становится ломаной во всех положениях  $OKL$  и снова становится прямой в  $NB$ .

Но отсюда видно, что угол отражения оказывается равным углу падения. Из того, что треугольники  $ACB$  и  $BNA$  прямоугольны и имеют общую сторону  $AB$ ,

а сторона  $CB$  равна  $NA$ , следует, что углы, противолежащие этим сторонам, будут равны, а следовательно, также углы  $CBA$  и  $NAB$ . Но как  $CB$ , перпендикулярная к  $CA$ , показывает направление луча падающего, так  $AN$ , перпендикулярная волне  $BN$ , показывает направление луча отраженного; значит, эти лучи одинаково наклонены к плоскости  $AB$ .

Рассматривая предшествующее доказательство, можно было бы сказать, что хотя  $BN$  действительно является общей касательной всех круговых волн в плоскости этого рисунка, но что эти волны, будучи на самом деле сферическими, имеют, кроме того, еще бесконечное число подобных касательных, которыми будут все прямые, проведенные из точки  $B$  по поверхности конуса, образуемого прямою  $BN$  при вращении вокруг оси  $BA$ . Остается, следовательно, показать, что в этом обстоятельстве не имеется никакой трудности; заодно выяснится, почему падающий и отраженный лучи находятся всегда в одной и той же плоскости, перпендикулярной к отражающей плоскости. И вот я говорю, что волна  $AC$ , рассматриваемая только как линия, не производит света. Дело в том, что видимый световой луч, как бы он ни был узок, всегда имеет некоторую толщину; поэтому, чтобы представить волну, продвижение которой производит этот луч, нужно вместо линии  $AC$  взять плоскую фигуру, подобно кругу  $HC$  на данном рисунке (рис. 8), предполагая, как было сделано раньше, что светящаяся точка бесконечно удалена. Но из предшествующего

доказательства легко видеть, что каждая маленькая точка этой волны  $HC$ , достигнув плоскости  $AB$ , породит там свою отдельную волну, и все эти волны, когда точка  $C$  достигнет точки  $B$ , будут иметь общую касательную плоскость, а именно круг  $BN$ , равный  $CH$ ; этот круг будет пересечен по середине под прямыми углами той же самой плоскостью, которая таким же образом пересекает круг  $CH$  и эллипс  $AB$ .

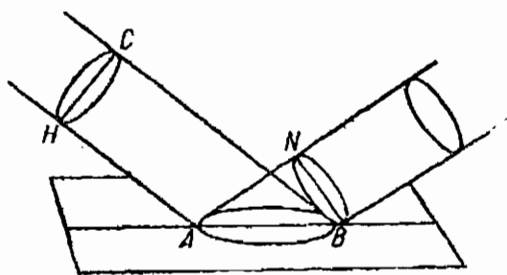


Рис. 8.

Также видно, что указанные сферы отдельных волн не могут иметь другой общей касательной плоскости, кроме круга  $BN$ ; в этой плоскости отраженного движения будет гораздо больше, чем где-либо в другом месте, и поэтому она будет нести в себе свет, являющийся продолжением волны  $CH$ .

Я утверждал в предшествующем доказательстве, что движение точки  $A$  падающей волны не может по крайней мере полностью передаться за плоскость  $AB$ . Здесь надо заметить, что хотя движение эфирной материи и передалось частью материи отражающего тела, но это ни в чем не может изменить скорость продвижения волны, от которой зависит угол отражения. В самом деле, в одном и том же веществе легкий удар должен вызвать столь же скорые

волны как и очень сильный удар. Это зависит от одного свойства обладающих упругостью тел, о котором мы говорили еще выше, а именно, что и слабо и сильно сжатые тела восстанавливают свою форму в одинаковое время. Следовательно, при всяком отражении света от какого бы то ни было тела углы падения и отражения должны быть равными, хотя бы даже это тело и обладало свойством отнимать часть движения, производимого падающим светом. И опыт показывает, что, действительно, нет ни одного полированного тела, отражение от которого не следует этому правилу.

В нашем доказательстве надо в особенности подчеркнуть, что оно не требует, чтобы отражающая поверхность рассматривалась как совершенно ровная плоскость, как то предполагали все те, которые старались объяснить явления отражения; эта поверхность должна быть только настолько ровной, насколько это возможно при образовании ее частицами материи отражающего тела, помещенными одна около другой. Эти частицы больше частиц эфирной материи, как будет ясно из того, что мы скажем при рассмотрении прозрачности и непрозрачности тел. Действительно, так как поверхность, таким образом, будет состоять из расположенных рядом частиц, а эфирные частицы будут сверху и они будут меньше, то ясно, что нельзя доказать равенства углов падения и отражения сходством с тем, что происходит с мячом, брошенным в стену, — сходством, которым всегда пользовались.



Между тем по нашему способу дело объясняется просто. Так как малость частиц, например ртути, такова, что на самой маленькой данной видимой поверхности их нужно представить себе миллионы, то, если эти частицы расположены наподобие кучи песку, которую разравнили настолько, насколько это можно сделать, эта поверхность будет, по нашему мнению, такой же ровной, как полированное стекло; и хотя она всегда остается шероховатой относительно частиц эфира, но ясно, что центры всех отдельных сфер отражения, о которых мы говорили, находятся приблизительно в одной и той же ровной плоскости и что, таким образом, их общая касательная плоскость в достаточной степени соответствует тому, что требуется для получения света. А только это и требуется для доказательства по нашему способу равенства названных углов; остальное отражаемое отовсюду движение не может вызвать какого-либо противоположного действия.

---

### ГЛАВА ТРЕТЬЯ

## О ПРЕЛОМЛЕНИИ

**П**ОДОБНО тому, как явления отражения были объяснены волнами света, отраженного от поверхности гладких тел, подобно этому прозрачность и явления преломления мы объясним при помощи волн, распространяющихся внутри и через прозрачные тела, будь то твердые, как стекло, или жидкие, как вода, масла и т. п. Но чтобы гипотеза о прохождении волн внутри таких тел не казалась странной, я сначала покажу, что это прохождение можно представить себе даже несколькими способами.

Прежде всего, если бы эфирная материя вовсе и не проникала в прозрачные тела, сами частицы их могли бы последовательно сообщать друг другу движение волн, подобно частицам эфира, так как предполагается, что они, как и последние, обладают способностью быть упругими. Это легко представить себе для воды и других прозрачных жидкостей, так как они состоят из отдельных (*détachées*) частиц. Но это

может казаться более трудным для стекла и других прозрачных и твердых тел, так как их твердость, повидимому, не позволяет им воспринимать движение иначе, как всей массой сразу. Однако это не обязательно так, ибо их твердость не такова, какой она нам кажется, и ибо вероятно, что тела эти состоят скорее из частиц, которые только расположены друг около друга и удерживаются вместе лишь некоторым давлением извне, со стороны другой материи, и неправильностью своих форм. Несплошное расположение этих частиц видно, во-первых, из легкости, с какой проникает сквозь них вещество магнитных вихрей и вещество, которое обуславливает тяжесть. Кроме того, нельзя сказать, чтобы эти тела обладали строением, подобным строению губки или печеного кислого хлеба, так как жар огня заставляет их течь и меняет тем самым взаимное положение частиц. Следовательно, необходимо, чтобы тела эти, как сказано выше, были собраниями частиц, касающихся друг друга, но не составляющих сплошного твердого тела; а раз это так, то движение, получаемое этими частицами для продолжения волн света, вполне может производить свое действие без всякого ущерба для кажущейся нам твердости составного тела, только передаваясь от одних частиц к другим без того, чтобы они оставляли для этого свои места или изменяли свое взаимное положение.

Под давлением извне, о котором я говорил, не нужно понимать давление воздуха, которое не было

бы достаточно, но другое давление, производимое более тонкой материей; это давление проявляется в опыте, с которым я случайно познакомился уже давно, а именно: вода, лишенная воздуха, остается в стеклянной трубке, открытой с нижнего конца, несмотря на то, что из сосуда, в который заключена трубка, воздух удален <sup>12</sup>.

Таким образом можно представить себе прозрачность без того, чтобы проводящая свет эфирная материя проникала внутрь тела или встречала в нем для своего прохождения поры. Но на самом деле материя эта не только проникает туда, но делает это даже с большой легкостью, доказательством чего является уже вышеуказанный опыт Торичелли. Когда ртуть и вода уходят из верхнего конца стеклянной трубки, он, повидимому, сейчас же заполняется эфирной материей, так как свет там проходит. А вот еще другое доказательство, подтверждающее эту легкость проникновения не только в прозрачные тела, но и во все другие.

Когда свет проходит сквозь полую стеклянную сферу, закрытую со всех сторон, ясно, что она наполнена эфирной материей в такой же степени, как и пространство вне сферы. Эта эфирная материя, как выше было показано, состоит из частиц, которые близко касаются друг друга. Если бы она была так заключена в сфере, что не могла бы выйти через поры стекла, то при перемещении сферы она была бы принуждена следовать за ее движением; чтобы сооб-

щить некоторую скорость этой сфере, когда она помещена на горизонтальной плоскости, необходима была бы, следовательно, почти такая же сила, как если бы сфера была полна воды или, быть может, ртути; ведь всякое тело оказывает сопротивление скорости движения, которое хотят сообщить ему, в зависимости от количества материи, которая в нем заключается и должна следовать этому движению. Мы же видим, напротив, что сфера оказывает сопротивление движению только в зависимости от количества материи стекла, из которого она сделана; следовательно, необходимо, чтобы находящаяся внутри эфирная материя не была заперта, но могла совершенно свободно проходить сквозь нее. Мы после покажем, что по этому же способу можно заключить о такой же проницаемости тел непрозрачных <sup>13</sup>.

Второй — и кажется более вероятный — способ объяснения прозрачности заключается в предположении, что волны света продолжают в эфирной материи, которая непрерывно заполняет промежутки или поры прозрачных тел. Из того, что эфирная материя непрерывно и легко проходит в них, следует, что они постоянно наполнены ею. Можно даже показать, что эти промежутки занимают гораздо больше пространства, чем сцепленные частицы, составляющие тела. Действительно, если верно наше предположение, что сила, необходимая для сообщения некоторой горизонтальной скорости телам, пропорциональна содержащейся в них сцепленной материи, и если эта сила

меняется в том же отношении, как и их веса, что подтверждается опытом, то, следовательно, количество составляющей тела материи также меняется в отношении их весов. Но мы видим, что вода весит только четырнадцатую часть одинакового объема ртути, значит, материя воды не занимает четырнадцатой части пространства, занятого ее массой. Она даже должна занимать гораздо меньшее пространство, так как ртуть легче золота, а материя золота сама очень малой плотности, что следует из того, что материя магнитных вихрей и та, которая обуславливает тяжесть, легко проникает сквозь нее <sup>14</sup>.

На это можно возразить, что если тело воды так сильно разрежено и если ее частицы занимают такую незначительную часть пространства сравнительно с ее кажущейся протяженностью, то весьма странно, каким образом она все-таки оказывает столь сильное сопротивление сдавливанию, не позволяя себя сжать никакой до сих пор применявшейся силе и сохраняя даже во время этого сдавливания всю свою текучесть.

В этом заключается немалое затруднение. Его можно, однако, разрешить, предполагая, что очень сильное и быстрое движение тонкой материи, делающее воду жидкой, сотрясая составляющие ее частицы, поддерживает это состояние текучести, несмотря на давление, которому до сих пор приходилось подвергать ее.

Благодаря тому, что несплошное расположение частиц прозрачных тел имеет указанный нами характер, легко видеть, что волны могут продолжаться

в эфирной материи, наполняющей промежутки между частицами. Кроме того, можно думать, что продвижение этих волн должно происходить внутри тел более медленно вследствие тех маленьких изворотов пути, которые обуславливают сами частицы. Я покажу, что в этом различии скорости света заключается причина преломления.

Но прежде я укажу третий и последний способ, как можно понимать прозрачность; в нем предполагается, что движение волн света передается безразлично и в частицах эфирной материи, занимающих промежутки тел, и в частицах, составляющих тела, так что это движение передается от одних к другим. Из последующего будет видно, что эта гипотеза весьма помогает объяснить двойное преломление некоторых прозрачных тел.

Могут возразить, что так как частицы эфира меньше частиц прозрачных тел (ибо они проходят через их промежутки), то первые могут сообщить последним лишь небольшую часть своего движения. На это мы ответим, что частицы тел состоят еще из других меньших частиц и что, таким образом, именно эти вторые частицы получают движение частиц эфира.

Кроме того, если частицы прозрачных тел имеют упругость меньшую, чем частицы эфирной материи, — а это ничто не мешает предположить, — то отсюда сейчас же следует, что продвижение световых волн внутри этого тела будет медленнее, чем вне его в эфирной материи.

Таково наиболее правдоподобное найденное мной объяснение способа, каким световые лучи проходят через прозрачные тела. При этом надо еще указать, чем отличаются эти тела от тел непрозрачных, тем более, что вследствие указанной легкости, с которой эфирная материя проникает в тела, может казаться, что не существует непрозрачных тел. Те же доводы, которые я приводил относительно полой сферы, чтобы показать малую плотность стекла и его легкую проницаемость для эфирной материи, могут доказать, что та же легкая проницаемость свойственна металлам и всяким иным телам. Например, если эта сфера серебряная, ясно, что она содержит эфирную материю, которая проводит свет, так как эта материя находилась в ней так же, как и воздух, когда закупоривали отверстие сферы. Однако, будучи закрытой и помещенной на горизонтальной плоскости, сфера эта сопротивляется сообщаемому ей движению только сообразно количеству серебра, из которого она сделана, так что из этого должно, как и выше, заключить, что содержащаяся в ней эфирная материя не следует движению сферы и что, следовательно, серебро так же, как и стекло, очень легко проницаемо для этой материи. Таким образом она постоянно и в большом количестве находится между частицами серебра и всех других непрозрачных тел; и вследствие того, что она содействует распространению света, казалось бы, что эти тела должны так же, как и стекло, быть прозрачными, чего, однако, нет на самом деле.



Откуда же, скажут тогда, происходит их непрозрачность? Разве составляющие их частицы — мягкие, т. е. эти частицы, состоя из других, меньших частиц способны, испытывая давление эфирных частиц, менять свою фигуру, уничтожая тем самым их движение и препятствуя продолжению световых волн? Это невозможно. Если частицы металлов мягкие, то каким образом тогда полированные серебро и ртуть так сильно отражают свет? Я нахожу наиболее вероятным, что тела металлов, действительно почти единственных непрозрачных тел, имеют среди своих твердых частиц смешанные с ними мягкие, так что одни служат отражению, а другие мешают прозрачности; между тем тела прозрачные содержат только твердые частицы, которые обладают упругостью и, как было сказано выше, служат вместе с частицами эфирной материи распространению световых волн.

Перейдем теперь к объяснению явлений преломления, предполагая, как мы это сделали выше, что световые волны проходят сквозь прозрачные тела и испытывают в них уменьшение скорости.

Главное свойство преломления заключается в том, что луч света, как  $AB$  (рис. 9), находясь в воздухе и падая наклонно к полированной поверхности прозрачного тела  $FG$ , преломляется в точке падения  $B$  таким образом, что он образует с прямой  $DBE$ , пересекающей перпендикулярно поверхность, угол  $CBE$ , меньший угла  $ABD$ , который он составлял с тем же перпендикуляром, находясь в воздухе. Мера этих

углов будет найдена, если описать из точки  $B$  окружность, пересекающую лучи  $AB$  и  $BC$ . Действительно, перпендикуляры  $AD$  и  $CE$ , опущенные из точек пересечения на прямую  $DE$  и называемые синусами углов  $ABD$  и  $CBE$ , находятся в некотором отношении друг к другу, которое для определенного прозрачного тела при всяком наклоне падающего луча всегда остается одинаковым; для стекла это отношение очень близко к 3 к 2, для воды оно очень близко к 4 к 3, и, таким образом, оно меняется для различных прозрачных тел.

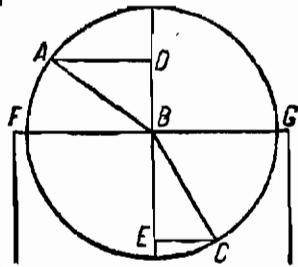


Рис. 9.

Другое свойство, подобное вышеуказанному, заключается в том, что преломления взаимны между лучами, входящими в прозрачное тело и выходящими из него, т. е. если луч  $AB$ , входя в прозрачное тело, преломляется в  $BC$ , то  $CB$ , будучи принято за луч внутри этого тела, преломится, выходя, в  $BA$ .

Для объяснения причины этих явлений, согласно нашим принципам, допустим, что прямая  $AB$  (рис. 10) представляет собой плоскую поверхность, которой ограничены прозрачные тела, простирающиеся по направлению к  $S$  и к  $N$ . Когда я говорю про плоскую поверхность, то имею в виду при этом не совершенную ровность, но такую же, какую мы принимали, когда рассматривали отражение, причем по тем же самым соображениям. Пусть линия  $AC$  представляет собой

часть световой волны, центр которой по предположению так далек, что эту часть можно рассматривать как прямую линию. Тогда точка  $C$  волны  $AC$  в некоторый промежуток времени достигнет плоскости  $AB$  по прямой  $CB$ , которую нужно представлять себе исходящей из светящегося центра и которая, следовательно, пересечет  $AC$  под прямыми углами. Если

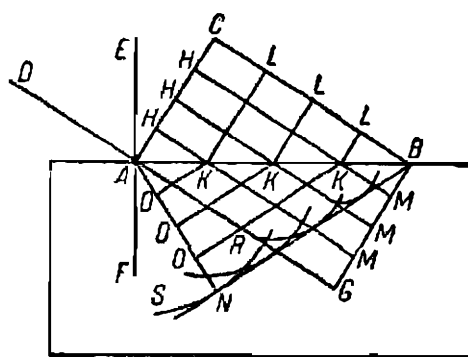


Рис. 10.

бы материя прозрачного тела передавала движение волны также быстро, как материя эфира, то за это же время точка  $A$  пришла бы в точку  $G$  по прямой  $AG$ , равной и параллельной  $CB$ , и вся часть волны  $AC$  оказалась бы в  $GB$ .

Но предположим, что

она передает это движение менее быстро, скажем, на одну треть. Тогда от точки  $A$  движение распространится в материи прозрачного тела на расстояние, равное двум третям  $CB$ , образовав свою отдельную сферическую волну, согласно сказанному выше; эта волна изображена окружностью  $SNR$ , центр которой  $A$ , а радиус равен двум третям  $CB$ . Далее, если рассматривать другие точки  $H$  волны  $AC$ , то окажется, что за то время, за которое точка  $C$  придет в  $B$ , они не только достигнут поверхности  $AB$  по прямым  $HK$ , параллельным  $CB$ , но сверх того произведут еще из центров  $K$

в прозрачной среде отдельные волны, представленные здесь окружностями, полудиаметры которых равны двум третям линий  $KM$ , т. е. двум третям продолжений линий  $NK$  до прямой  $BG$ ; эти полудиаметры были бы равны целым  $KM$ , если бы обе прозрачные среды были одинаковой проницаемости.

Следовательно, все эти окружности имеют общей касательной прямую линию  $BN$ , т. е. ту линию, которая служила касательной из точки  $B$  к окружности  $SNR$ , которую мы рассматривали первой. Легко видеть, что все другие окружности коснутся той же линии  $BN$  от точки  $B$  до точки касания  $N$ , совпадающей с точкой, в которую падает  $AN$ , перпендикуляр к  $BN$ .

Таким образом прямая  $BN$ , состоящая из ряда маленьких дуг этих окружностей, заканчивает движение, которое волна  $AC$  передала в прозрачном теле, и на этой прямой движение находится в большем количестве, чем где-либо в другом месте. И значит, эта прямая, согласно тому, что было сказано не раз, является распространением волны  $AC$  в тот момент, когда ее точка  $C$  достигла точки  $B$ ; действительно, под плоскостью  $AB$  не существует другой линии, которая, как  $BN$ , была бы общей касательной всех указанных отдельных волн. Если хотят знать, каким образом волна  $AC$  постепенно достигла прямой  $BN$ , стоит только на том же рисунке провести прямые  $KO$  параллельно  $BN$ , а все  $KL$  — параллельно  $AC$ . Тогда будет видно, что волна  $CA$  из прямой становится

ломаной последовательно во всех  $LKO$ , и снова становится прямой в  $BN$ . Это очевидно из того, что уже было показано, и не нуждается в дальнейших разъяснениях.

Если на том же рисунке провести прямую  $EAF$  (рис. 10), которая пересекла бы плоскость  $AB$  под прямыми углами в точке  $A$ , и если линия  $AD$  будет перпендикулярна к волне  $AC$ , то линия  $DA$  будет обозначать падающий луч света, а прямая  $AN$ , перпендикулярная к  $BN$ , — луч преломленный: ведь лучи суть не что иное, как прямые линии, по которым распространяются части волн.

Отсюда ясно видно главное свойство преломления: именно синус угла  $DAE$  находится всегда в одном и том же отношении к синусу угла  $NAF$ , каким бы ни был наклон луча  $DA$ , и это отношение то же, что и отношение скорости волн в прозрачной среде, находящейся в направлении  $AE$ , к скорости волн в прозрачной среде, находящейся в направлении к  $AF$ . Действительно, если принять  $AB$  за радиус круга, то синусом угла  $BAC$  будет  $BC$ , а синусом угла  $ABN$  будет  $AN$ . Но угол  $BAC$  равен углу  $DAE$ , так как каждый из них, прибавленный к углу  $CAE$ , образует прямой угол. Угол же  $ABN$  равен углу  $NAF$ , так как каждый из них образует прямой угол вместе с углом  $BAN$ . Следовательно, синус угла  $DAE$  относится к синусу угла  $NAF$ , как  $BC$  к  $AN$ . Но отношение  $BC$  к  $AN$  было равно отношению скоростей света в материи, находящейся в направлении к  $AE$ ,

и в материи, направленной к  $AF$ ; таким образом синус угла  $DAE$  относится к синусу угла  $NAF$ , как указанные скорости света.

Чтобы выяснять, каким должно быть преломление, когда волны света проходят через тело, в котором движение распространяется быстрее, чем в том, из которого они выходят (мы положим в дальнейшем, что отношение скоростей будет 3 к 2), надо только повторить все предшествующее построение и доказательство, заменив лишь всюду отношение 2 к 3 отношением 3 к 2. С помощью того же самого рассуждения мы на другом рисунке (рис. 11)

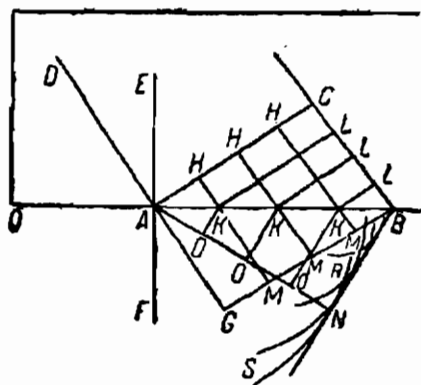


Рис 11.

найдем, что, когда точка  $C$  волны  $AC$  достигнет поверхности  $AB$  в точке  $B$ , вся часть волны  $AC$  продвинется до  $BN$ , так что  $BC$ , перпендикуляр к  $AC$ , будет относиться к  $AN$ , перпендикуляр к  $BN$ , как 2 к 3, и что то же отношение 2 к 3 будет, наконец, иметься между синусом угла  $EAD$  и синусом угла  $FAN$ .

Отсюда понятна взаимность преломлений луча, входящего и исходящего из той же прозрачной среды: именно, если  $NA$ , падая на внешнюю поверхность  $AB$ , преломляется по  $AD$ , то и луч  $DA$ , выходя из прозрачной среды, преломится по  $AN$ .

При этом видна также причина одного замечательного явления, происходящего при преломлении и заключающегося в том, что, начиная с некоторого определенного наклона падающего луча  $DA$ , последний начинает терять способность проникать в другую прозрачную среду. Действительно, когда угол  $DAQ$  или  $CBA$  таков, что  $CB$  в треугольнике  $ACB$  равняется  $\frac{2}{3}$  от  $AB$  или еще больше, тогда линия  $AN$  не может составлять стороны треугольника  $ANB$ , потому что она становится равной или большей  $AB$ ; так что часть волны  $BN$  не существует нигде, как, следовательно, и  $AN$ , которая должна быть перпендикулярна к ней. Таким образом падающий луч  $DA$  не проникает за поверхность  $AB$ .

Если отношение скоростей волн равняется 2 к 3, как в нашем примере, соответствующем стеклу и воздуху, то, для того чтобы луч  $DA$  мог пройти преломляясь, угол  $DAQ$  должен быть больше  $48^{\circ}11'$ . Когда же отношение этих скоростей равняется отношению 3 к 4, что весьма точно имеет место для воды и воздуха, то этот угол  $DAQ$  должен быть больше  $41^{\circ}24'$ . И это совершенно согласуется с опытом \*.

Но так как встреча волны  $AC$  с поверхностью  $AB$  должна произвести движение в материи, находящейся по ту сторону поверхности, то здесь может возникнуть вопрос, почему же туда не проходит свет.

\* В оригинале градусы и минуты обозначаются словесно.

Ответ на это не встречает затруднений, если вспомнить то, что было сказано раньше. Действительно, хотя в материи, которая находится по ту сторону  $AB$ , и зарождается бесконечное число отдельных волн, но не бывает случая, чтобы эти волны имели в один и тот же момент одну общую касательную (прямую или кривую); таким образом не существует линии, которая ограничивала бы распространение волны  $AC$  за плоскостью  $AB$  и на которой движение накопилось бы в достаточно большом количестве, чтобы произвести свет. Убедиться в справедливости того, что если  $CB$  больше, чем  $\frac{2}{3} AB$ , то волны, вызванные по ту сторону плоскости  $AB$ , не будут иметь общей касательной, легко, если из центров  $K$  описать окружности, имеющие радиусы, равные  $\frac{3}{2}$  от соответствующих отрезков  $LB$ . В самом деле, все эти круги будут заключены одни в другие и пройдут все за точкой  $B$ .

Но следует заметить, что как только угол  $DAQ$  становится меньше того угла, который необходим, чтобы преломленный луч  $DA$  мог пройти в другую прозрачную среду, то оказывается, что внутреннее отражение, происходящее на поверхности  $AB$ , сильно увеличивается в яркости, как это легко показать на опыте с треугольной призмой; объяснить это можно в нашей теории оледующим образом. Когда угол  $DAQ$  еще достаточно велик для прохождения луча  $DA$ , то ясно, что свет части волны  $AC$ , после того как она достигнет  $BN$ , будет собран в меньшем



пространстве. Ясно также, что волна  $BN$  становится тем меньше, чем меньше угол  $CBA$  или  $DAQ$ , и что если уменьшить этот угол до указанного только что предела, то она соберется вся как бы в одной точке. Это означает, что когда точка  $C$  волны  $AC$  достигнет  $B$ , то волна  $BN$ , которая является продолжением  $AC$ , сведется вся к одной только точке  $B$ ; точно так же, когда точка  $H$  достигнет  $K$ , часть  $АН$  вся сократится в ту же точку  $K$ . Это показывает, что по мере того, как волна  $CA$  встречает поверхность  $AB$ , вдоль этой поверхности оказывается большое количество движения; это движение должно распространиться также внутри прозрачного тела и значительно усилить отдельные волны, которые производят внутреннее отражение от поверхности  $AB$ , согласно только что объясненным законам отражения.

Так как небольшое уменьшение угла падения  $DAQ$  заставляет волну  $BN$  из довольно большой, какой она была, свестись в ничто (в самом деле, когда этот угол в стекле равен  $49^{\circ}11'$ , то угол  $BAN$  равняется еще  $11^{\circ}21'$ , а когда тот же угол  $DAQ$  уменьшен только на  $1^{\circ}$ , то угол  $BAN$  уничтожается совершенно, и, таким образом, волна  $BN$  сокращается до точки), то отсюда следует, что внутреннее отражение из темного становится вдруг светлым, как только угол падения становится таким, что не допускает более преломления.

Что же касается обыкновенного внешнего отражения, т. е. того, которое происходит, когда угол паде-

ния  $DAQ$  еще достаточно велик, чтобы преломленный луч мог проникнуть по ту сторону поверхности  $AB$  то это отражение должно происходить от частиц материи, которая соприкасается с прозрачным телом извне. И ясно, что это происходит от частиц воздуха и других частиц, находящихся среди эфирной материи и составляющих материю более грубую, чем эфир. С другой стороны, внешнее отражение от этих тел происходит и от составляющих их частиц, которые также грубее частиц эфирной материи, так как последняя течет в их промежутках. Правда, здесь остается некоторое затруднение в тех опытах, в которых это внутреннее отражение происходит так, что частицы воздуха не могут ему содействовать, как в сосудах или трубках, из которых выкачан воздух.

Опыт, кроме того, показывает нам, что оба эти отражения приблизительно одинаковой силы и что в различных прозрачных телах сила их тем больше, чем больше преломление этих тел. Так, ясно видно, что отражение от стекла сильнее, чем от воды, и от алмаза сильнее, чем от стекла.

Я закончу эту теорию преломления доказательством одного замечательного, связанного с ней положения. Именно: если две точки находятся в различных прозрачных средах, то луч света, чтобы пройти от одной точки к другой, преломляется у плоской поверхности, по которой соприкасаются обе среды, таким образом, что употребляет возможно меньшее количество времени, совершенно так же, как это происходит при

отражении от плоской поверхности. Ферма (Fermat) первый выдвинул это свойство преломлений, полагая вместе с нами, и в противоположность мнению Декарта, что свет проходит сквозь стекло и воду медленнее, чем сквозь воздух<sup>15</sup>. Но, сверх того, он предполагал постоянным отношение синусов, которое мы только что доказали с помощью одних только

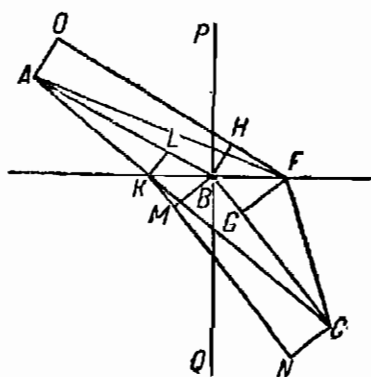


Рис. 12.

указанных разных степеней скорости, или, скорее, — что равносильно, — он предполагал помимо различия скоростей, что свет употребляет при этом прохождении возможно меньшее количество времени, чтобы затем вывести из этого постоянство отношений синусов. Доказательство Ферма, имеющееся в его печат-

ных работах и в опубликованной переписке Декарта, очень длинно, поэтому я приведу здесь другое, более простое и легкое.

Пусть будет  $KF$  плоской поверхностью (рис. 12);  $A$  — точкой в прозрачной среде, сквозь которую свет проходит более легко, например в воздухе;  $C$  — точкой в другой, более трудно проницаемой, например в воде; и пусть луч приходит из точки  $A$  через точку  $B$  в точку  $C$ , преломившись в  $B$  согласно только что доказанному закону; другими словами, если провести прямую  $PBQ$ , пересекающую плоскость под прямыми

углами, то отношение синуса угла  $ABP$  к синусу угла  $CBQ$  будет таким же, как отношение скорости света в прозрачной среде, где находится точка  $A$ , к скорости света в среде, где находится точка  $C$ . Надо доказать, что промежутки времени, нужные для прохождения света по  $AB$  и  $BC$ , взятые вместе, самые короткие, которые только могут быть. Допустим, что свет пришел по другим линиям, и предположим сначала, что по линиям  $AF$  и  $FC$ , так что точка преломления  $F$  отстоит от точки  $A$  дальше, чем точка  $B$ , и пусть  $AO$  будет перпендикуляр к  $AB$ ,  $FO$  — параллельна  $AB$ ,  $BH$  — перпендикуляр к  $FO$  и  $FG$  к  $BC$ .

Из того, что угол  $HBF$  равен углу  $PBA$ , и угол  $BFG$  равен углу  $QBC$ , следует, что отношение синуса угла  $HBF$  к синусу угла  $BFG$  будет таким же, как отношение скорости света в прозрачной среде  $A$  к скорости света в прозрачной среде  $C$ . Но этими синусами являются прямые  $HF$  и  $BG$ , если взять  $BF$  за полу диаметр круга. Значит, между этими прямыми  $HF$  и  $BG$  существует указанное отношение скоростей. Следовательно, время прохождения света по линии  $HF$ , принимая, что луч был  $OF$ , было бы равно времени его прохождения по линии  $BG$  внутри прозрачной среды  $C$ . Но время прохождения по  $AB$  равно времени прохождения по  $OH$ , следовательно, время прохождения по  $OF$  равно времени прохождения по  $AB$  и  $BG$ .

Далее, время прохождения по  $FC$  больше, чем по линии  $GC$ , следовательно, время прохождения по

$OFC$  будет больше, чем по  $ABC$ . Но линия  $AF$  больше линии  $OF$ , следовательно, время прохождения по  $AFC$  тем более превышает время прохождения по линии  $ABC$ .

Предположим теперь, что луч приходит из точки  $A$  в точку  $C$  по линиям  $AK$  и  $KC$ , причем точка преломления  $K$  находится ближе к  $A$ , чем точка  $B$ . Пусть  $CN$  есть перпендикуляр к  $BC$ ,  $KN$  — параллельна  $BC$ ,  $BM$  — перпендикуляр к  $KN$  и  $KL$  к  $BA$ .

$BL$  и  $KM$  здесь являются синусами углов  $BKL$  и  $KBM$ , т. е. углов  $PBA$  и  $QBC$ ; следовательно, отношение между ними равно отношению скорости света в прозрачной среде  $A$  к скорости света в прозрачной среде  $C$ . Таким образом время прохождения по линии  $LB$  равно времени прохождения по  $KM$ , а так как время прохождения по  $BC$  равно времени прохождения по  $MN$ , то время прохождения по  $LBC$  будет равно времени прохождения по  $KMN$ . Но время прохождения по  $AK$  больше времени прохождения по  $AL$ , значит, время прохождения по  $AKN$  более времени прохождения по  $ABC$ . А так как  $KC$  длиннее  $KN$ , то время прохождения по  $AKC$  тем более превысит время прохождения по  $ABC$ . Таким образом видно, что время прохождения по  $ABC$  есть самое короткое возможное время, что и требовалось доказать.

---

## ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

### О ПРЕЛОМЛЕНИИ В ВОЗДУХЕ

**М**Ы показали, каким образом движение, которое производит свет, распространяется сферическими волнами в однородной материи. Когда же материя не однородна, но такого строения, что движение в ней передается быстрее в одну сторону, чем в другую, то ясно, что эти волны не могут быть сферическими, но должны изменять свою форму в соответствии с различными пространствами, которые проходит в одинаковые промежутки времени последовательно распространяющееся движение.

Этим мы прежде всего объясним преломления, происходящие в воздухе, который простирается отсюда до облаков и за пределы их; действия этих преломлений весьма замечательны, так как благодаря им мы часто видим предметы, которые иначе были бы скрыты от нас из-за шарообразной формы Земли, как, например, острова и вершины гор, когда мы находимся на море. Благодаря тем же преломлениям восход Солнца и Луны

нам представляется раньше, а заход позже, чем это происходит на самом деле, так что часто наблюдали затмение Луны в то время, как Солнце было еще над горизонтом. Точно так же, как известно астрономам, благодаря тем же преломлениям высоты Солнца, Луны и всех звезд всегда кажутся несколько больше, чем они суть в действительности. Существует, между прочим, опыт, в котором это преломление очень хорошо видимо. Он заключается в следующем: в каком-нибудь месте устанавливают подозрную трубу и направляют ее на какой-нибудь предмет, находящийся за полмили или дальше, например на колокольню или дом; если в нее смотреть в различные часы дня, не изменяя ее положения, то посредине отверстия трубы будут видны не одни и те же части предмета. Утром и вечером, когда около Земли больше паров, обыкновенно будет казаться, что эти предметы поднимаются выше, так что половина их или больше перестанет быть видной, тогда как к полудню, когда эти пары рассеются, они опускаются ниже.

Тем, кто рассматривает преломления только на поверхностях, отделяющих друг от друга различного рода прозрачные тела, было бы трудно объяснить все то, что я только что сообщил, но с помощью нашей теории это сделать очень просто. Известно, что окружающий нас воздух, помимо составляющих его и плавающих, как это было объяснено, в эфирной материи частиц, наполнен еще частицами воды, которые поднимаются под действием теплоты; кроме

того, на основании весьма достоверных опытов было признано, что плотность воздуха уменьшается по мере того, как поднимаются выше. Будут ли частицы воды и воздуха вместе с частицами эфирной материи содействовать движению, которое производит свет (но действуя менее упруго, чем последние), будут ли столкновения и препятствие, которое эти частицы

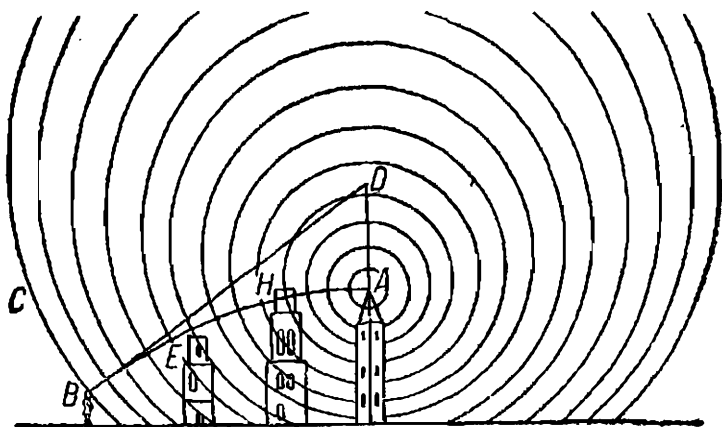


Рис. 13.

воды и воздуха оказывают распространению движения частиц эфира, задерживать это движение, — из того и из другого следует, что частицы воды и воздуха, летая между эфирными частицами, должны постепенно делать воздух при переходе от больших высот его к Земле все менее способным к распространению световых волн.

Поэтому изображение волн приблизительно должно быть таким, каким представляет его рисунок (рис. 13). Если *A* есть источник света или види-



мый шпиль колокольни, то происходящие от него волны должны распространяться, сильнее расширяясь кверху и менее сильно книзу, а по другим направлениям — более или менее расширяясь, сообразно со степенью приближения к этим двум предельным случаям. Раз это так, то отсюда необходимо следует, что всякая прямая, пересекающая одну из этих

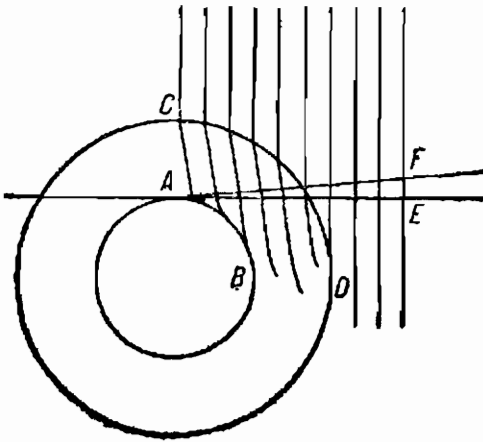


Рис. 14.

волн под прямыми углами, проходит над точкой  $A$ , за исключением одной только линии, перпендикулярной к горизонту.

Пусть  $BC$  будет волна, которая несет свет к наблюдателю, находящемуся в точке  $B$ , а  $BD$  — прямая, пересекающая перпендикулярно эту волну.

Так как луч, или прямая, по которой мы судим о местонахождении видимого нами предмета, есть не что иное, как перпендикуляр к волне, достигающей нашего глаза, как это следует из сказанного выше, то ясно, что точка  $A$  покажется как бы находящейся на прямой  $BD$  и, следовательно, выше, чем она находится на самом деле.

Далее, обозначим Землю через  $AB$  (рис. 14), а предел атмосферы через  $CD$ ; предел этот, вероятно,

не является резко разграниченной сферической поверхностью, так как мы знаем, что воздух разрежается с высотой постепенно благодаря тому, что, чем выше мы находимся, тем меньше будет над ним давящего на него воздуха. Если волны солнечного света приходят, например, таким образом, что, прежде чем они достигнут атмосферы  $CD$ , прямая  $AE$  пересекает их перпендикулярно, то эти же самые волны, проникая в атмосферу, должны продвигаться быстрее в более высоких местах, чем вблизи Земли. Таким образом, если  $CA$  есть волна, несущая свет к наблюдателю в точке  $A$ , то точка  $C$  этой волны будет наиболее продвинутой, и прямая линия  $AF$ , которая пересекает эту волну под прямыми углами и определяет кажущееся место Солнца, пройдет над настоящим Солнцем, которое было бы видно по прямой линии  $AE$ . Таким образом может случиться, что хотя Солнце и не должно было бы быть видимым без паров, так как линия  $AE$  наталкивается на окружность Земли, все же вследствие преломления оно будет видно в направлении  $AF$ . Но этот угол  $EAF$  никогда не бывает больше полуградуса, потому что тонкость паров лишь в очень малой степени изменяет волны света. Кроме того, эти преломления не всегда бывают вполне одинаковыми, в особенности на небольших высотах в 2 или 3°, что происходит от различного количества водяных паров, поднимающихся от Земли.

Это обстоятельство является также причиной того, что иногда какой-нибудь удаленный предмет бывает

закрыт другим, менее удаленным предметом, а иногда может стать видимым, хотя место наблюдателя остается прежним. Причина этого явления станет еще более очевидной из того, что мы скажем о кривизне лучей. Из данных выше объяснений видно, что продвижение или распространение частиц световой волны и есть именно то, что называется лучом. Но эти лучи, прямые в однородной прозрачной среде, должны быть кривыми в воздухе неодинаковой проницаемости. В самом деле, как будет показано ниже, они необходимо следуют по линии, которая пересекает все движущиеся волны между предметом и глазом под прямыми углами так же, как это происходит на рисунке с линией  $AEB$  (рис. 13), и именно эта линия определяет, какие междулежащие тела будут или не будут мешать видеть нам этот предмет. Так, хотя шпиль колокольни  $A$  и кажется нам поднятым до точки  $D$ , все же он не будет виден глазом  $B$ , если между ними будет башня  $H$ , так как последняя пересекает кривую  $AEB$ ; но башня  $E$ , которая находится ниже этой кривой, не помешает видеть шпиль  $A$ . Таким образом чем более плотность воздуха близ Земли превышает плотность вышенаходящегося воздуха, тем более увеличивается кривизна луча  $AEB$ ; так что иногда он проходит выше вершины  $E$ , что позволяет глазу в  $B$  видеть шпиль  $A$ , а иногда он оказывается ниже той же башни  $E$ , что скрывает  $A$  от того же глаза.

Чтобы объяснить эту кривизну лучей соответственно нашей предшествующей теории, представим себе,

что  $AB$  (рис. 15) будет частицей световой волны, которая приходит со стороны  $C$  и которую мы можем рассматривать как прямую линию. Положим также, что она будет перпендикулярна к горизонту. Вследствие большей близости к Земле места  $B$ , чем места  $A$ , и вследствие того, что пары в  $A$  оказывают меньше препятствия, чем пары в  $B$ , частная волна, исходящая из точки  $A$ , распространяется на некотором пространстве  $AD$ , в то время

как частная волна, исходящая из точки  $B$ , распространяется на меньшем пространстве  $BE$ , причем линии  $AD$  и  $BE$  параллельны горизонту. Кроме того, пусть прямые  $FG$ ,  $HI$  и т. д., проведенные из бесконечного числа точек на прямой  $AB$  до прямой (или до линии, которая может быть рассматриваема как прямая)  $DE$ , представляют разные степени проницаемости на различных высотах воздуха между  $A$  и  $B$ . Таким образом частная волна, исходящая из точки  $F$ , распространится на пространстве  $FG$ , волна, исходящая из точки  $H$ , — на пространстве  $HI$ , между тем как волна из точки  $A$  распространяется на пространстве  $AD$ .

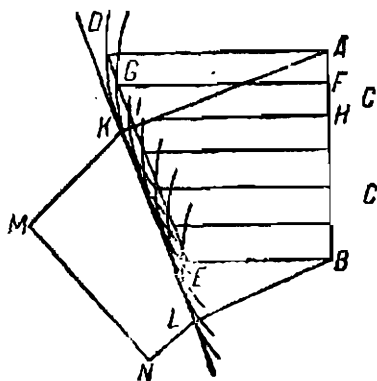


Рис. 15.

Если, затем, из центров  $A$  и  $B$  описать окружности  $DK$  и  $EL$ , которые представят собой распространение волн, порожденных в этих двух точках, и если про-

вести прямую  $KL$ , которая касается этих двух окружностей, то легко увидеть, что эта же линия будет общей касательной всех остальных окружностей, описанных из центров  $F$ ,  $H$  и т. д., и что все точки касания придутся на ту часть этой линии, которая заключается между перпендикулярами  $AK$  и  $BL$ . Значит, движение отдельных волн, порожденных в точках волны  $AB$ , ограничивается прямой  $KL$ , и это движение будет в данный момент сильнее между точками  $K$  и  $L$ , чем где-либо в другом месте, так как образованию этой прямой содействует бесконечное множество окружностей. Следовательно,  $KL$  будет распространением части волны  $AB$  согласно тому, что говорилось при объяснении отражения и обыкновенного преломления. Таким образом представляется, что  $AK$  и  $BL$  склоняются к той стороне, где воздух менее легко проницаем, так как из того, что прямая  $AK$  длиннее параллельной ей прямой  $BL$ , следует, что линии  $AB$  и  $KL$  при продолжении сходятся в направлении  $L$ . Но угол  $K$  прямой, значит, угол  $KAD$  обязательно острый и, следовательно, меньше угла  $DAB$ . Если мы будем искать таким же образом распространение части волны  $KL$ , то в другой промежуток времени мы ее найдем достигнувшей прямой  $MN$ , так что перпендикуляры  $KM$  и  $LN$  еще более наклоняются, чем  $AK$  и  $BL$ . Это в достаточной степени показывает, что луч распространяется по кривой линии, пересекающей, как было сказано выше, все волны под прямыми углами.

---

## ГЛАВА ПЯТАЯ

### О СВОЕОБРАЗНОМ ПРЕЛОМЛЕНИИ В ИСЛАНДСКОМ КРИСТАЛЛЕ

1. ИЗ Исландии, острова Северного моря, расположенного на широте  $66^{\circ}$ , привозят особого рода кристалл, или прозрачный камень, который весьма замечателен по своей форме и другим свойствам, но, главным образом, своими странными преломлениями света. Причины этих странных преломлений казались мне тем более достойными тщательного исследования, что среди прозрачных тел он один не следует обычным правилам по отношению к световым лучам. Я был даже до некоторой степени вынужден произвести эти исследования, так как преломления в этом кристалле, казалось, опровергали наше предшествующее объяснение правильного преломления; но, как будет видно, данное нами объяснение, наоборот, весьма подтверждается этими преломлениями, если свести их к тому же принципу. Большие куски этого кристалла находятся в Исландии; среди виденных мною были куски до

4 и 5 фунтов. Но он встречается также и в других странах; так, у меня были кристаллы той же породы, найденные во Франции около города Труа (Troyes) в Шампани, и другой породы с острова Корсики; но и те и другие были менее светлы, имелись только в маленьких кусках и едва годились для того, чтобы обнаружить какое-нибудь явление преломления света.

2. Впервые общество познакомилось с ним благодаря Эразму Бартолену (Erasmus Bartholin), который дал описание исландского кристалла и главных явлений в нем <sup>16</sup>. Тем не менее я дам здесь свое собственное описание как для ознакомления тех, кто не читал его книги, так и потому, что при описании некоторых из этих явлений есть небольшая разница между его наблюдениями и теми, которые проделал я, стремясь исследовать эти свойства преломления с большой точностью, чтобы быть твердо уверенным в них, прежде чем взяться за объяснение их причин.

3. Если обратить внимание на твердость этого камня и на ту легкость, с которой он раскалывается, то его скорее нужно принимать за род талька, чем за кристалл, так как острием железа он повреждается столь же легко, как другой какой-нибудь тальк или алебастр, которому он равен по весу\*.

4. Находимые куски его имеют форму наклонного параллелепипеда, каждая из шести граней которого является параллелограмом, и он может быть расколот

\* Сургуч. Прим. ред.

по всем трем направлениям, параллельным двум его противоположным сторонам, а при желании даже так, что все шесть сторон будут равными и подобными ромбами. Приложенный рисунок (рис. 16) представляет кусок этого кристалла. Тупые углы всех параллелограммов, каковы здесь углы  $C$  и  $D$ , равняются  $101^{\circ}52'$ , и, следовательно, острые углы, как  $A$  и  $B$ , —  $78^{\circ}8'$ .

5. Из телесных углов два противолежащие, как  $C$  и  $E$ , составлены из трех равных плоских тупых углов. Шесть остальных углов составлены из двух острых и одного тупого. Все сказанное было замечено также Бартолеэном в упомянутом трактате, если не считать, что мы немного расходимся относительно величины углов.

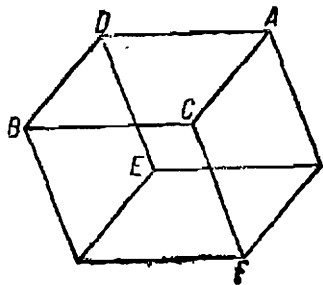


Рис. 16.

Он приводит еще некоторые другие свойства этого кристалла, а именно: если потереть его о сукно, он притягивает соломинки и другие легкие вещи, как это делают янтарь, алмаз, стекло и испанский воск <sup>17</sup>; если кусок его держать в воде в течение дня или большего времени, то поверхность его теряет свою естественную гладкость, и если на него полить азотной кислоты, она закипает, в особенности, если, как я нашел, кристалл обращен в порошок. Я убедился также на опыте, что при накаливании его докрасна на огне он ни в чем не изменяется и не становится менее прозрачным, но очень сильный огонь все же его про-



каливает. Его прозрачность не меньше прозрачности воды или горного хрусталя, и он совершенно бесцветен. Но лучи света иначе проходят в нем и производят те чудесные преломления, причины которых я постараюсь сейчас объяснить, отложив на конец этого трактата мои соображения относительно образования странной формы этого кристалла.

6. Во всех других известных нам прозрачных телах существует только одно и притом простое преломление, в этом же теле имеются два разных преломления. От этого происходит то, что видимые сквозь него предметы, особенно те, которые непосредственно примыкают к нему, кажутся двойными и что солнечный луч, падая на одну из его поверхностей, разделяется на два луча и уже таким образом проходит через кристалл.

7. Общим для всех других прозрачных тел законом является то, что луч, перпендикулярно падающий на их поверхность, проходит прямо, не преломляясь, и что наклонный луч преломляется всегда. Но в этом кристалле перпендикулярный луч преломляется, и есть наклонные лучи, которые проходят через него не преломляясь.

8. Чтобы более детально объяснить эти явления, возьмем опять кусок того же кристалла  $ABFE$  (рис. 17). Пусть тупой угол  $ACB$ , один из трех, образующих равносторонний телесный угол  $C$ , разделен на две равные части прямой  $CG$ , и представим себе, что кристалл разделен плоскостью, проходящей через эту

линию и через ребро  $CF$ . Эта плоскость непременно будет перпендикулярна к поверхности  $AB$ , и ее пересечение с кристаллом даст параллелограмм  $GCFH$ . Мы назовем это сечение главным сечением кристалла.

9. Если закрыть поверхность  $AB$ , оставив в ней только маленькое отверстие в точке  $K$ , взятое на прямой  $CG$ , и выставить ее на солнце так, чтобы лучи его падали на нее перпендикулярно, то

луч  $IK$  разделится в точке  $K$  на два, из которых один будет продолжать идти прямо по прямой  $KL$ , а другой отклонится в сторону по прямой  $KM$ , которая находится в плоскости  $CGHF$  и образует с линией  $KL$  угол приблизительно в  $6^\circ 40'$

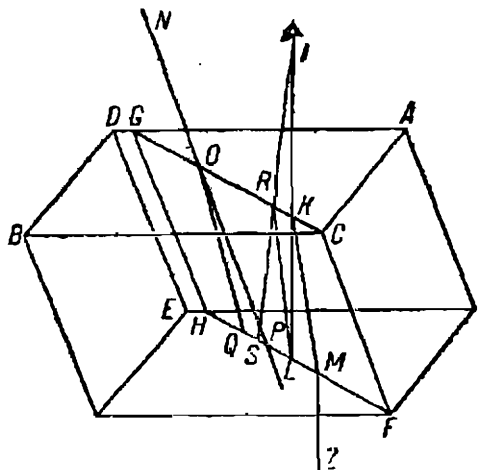


Рис. 17.

по направлению к телесному углу  $C$ ; выйдя с другой стороны кристалла, он снова пройдет параллельно  $IK$  по прямой  $MZ$ . И так же как вследствие этого необыкновенного преломления точка  $M$  видна с помощью преломленного луча  $MKI$ , который я предполагаю идущим к глазу  $I$ , так, вследствие того же преломления, и точка  $L$  будет обязательно видна с помощью преломленного луча  $LRI$ , причем  $LR$  будет приблизительно параллельна  $MK$ , если расстояние от глаза  $KI$  предположено

очень большим. Точка  $L$  представляется, таким образом, как бы находящейся на прямой  $IRS$ , но та же точка вследствие обыкновенного преломления представляется также на прямой  $IK$ , следовательно, она будет по необходимости представляться двойной. Точно таким же образом, если  $L$  есть маленькое отверстие в листе, сделанном из бумаги или другого вещества и приложенном к кристаллу, и если повернуть кристалл к свету, то будет казаться, что там как бы два отверстия, которые будут тем дальше отстоять друг от друга, чем больше толщина кристалла.

10. Далее, если повернуть кристалл таким образом, чтобы падающий луч солнца  $NO$ , который я предполагаю находящимся в продолжении плоскости  $GCFH$ , составлял с  $CG$  угол в  $73^{\circ}20'$  и был, следовательно, почти параллелен стороне  $CF$ , составляющей согласно расчету, который я помещу в конце главы, с  $FH$  угол в  $70^{\circ}57'$ , то этот луч в точке  $O$  разделится на два луча, из которых один, следуя по  $OP$ , пойдет по продолжению прямой  $NO$ , и затем, вовсе не преломляясь, выйдет с другой стороны кристалла, а другой преломится и пойдет по линии  $OQ$ . При этом следует отметить, что плоскостям, проходящим через  $GCF$ , и тем плоскостям, которые параллельны им, свойственно, что все падающие в них лучи остаются в них и после того, как они вошли в кристалл и стали двойными; иначе, как мы это покажем ниже, обстоит дело с лучами во всех других, пересекающих кристалл плоскостях.

11. Из этих и некоторых других опытов я нашел прежде всего, что из двух различных преломлений, которым подвергается луч в этом кристалле, одно следует обыкновенным правилам, и это преломление соответствует лучам *KL* и *OQ*. Поэтому я отличил это обыкновенное преломление от другого; измерив его с помощью

точных наблюдений, я нашел, что отношение синусов углов падающего и преломленного луча с перпендикуляром с достаточной точностью равно 5 : 3, что было также най-

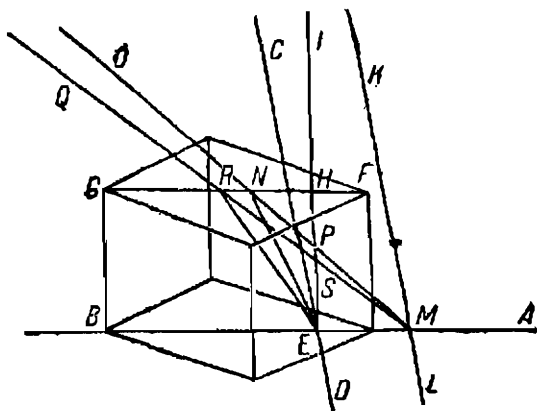


Рис. 18.

дено Бартоленом; следовательно, это отношение значительно больше, чем для горного хрусталя или стекла, где оно приблизительно равно 3 : 2.

12. Способ точно произвести эти наблюдения таков. Нужно провести на бумаге, приклеенной к очень гладкому стеклу, черную линию *AB* (рис. 18) и две другие линии *CED* и *KML*, пересекающие ее под прямыми углами и более или менее удаленные друг от друга, сообразно большему или меньшему наклону изучаемого луча. Затем следует поместить кристалл над точкой пересечения *E* так, чтобы линия *AB* сов-

падала с той, которая делит пополам тупой угол нижней поверхности, или с какой-либо ей параллельной линией. Если тогда поместить глаз прямо над линией  $AB$ , то она покажется нам только простой, и будет видно, что часть ее, заметная сквозь кристалл, составит при встрече с частью, которая видна вне его, одну прямую линию; линия же  $CD$  покажется двойной, причем изображение, происходящее от обыкновенного преломления, можно будет отличить или тем, что, если смотреть на него обоими глазами, оно кажется более высоко лежащим, чем другое, или тем, что при вращении кристалла на бумаге оно остается неподвижным, тогда как другое изображение перемещается, вращаясь вокруг первого.

Затем, оставаясь попрежнему в перпендикулярной плоскости, проходящей через  $AB$ , помещают глаз в  $I$  так, чтобы изображение линии  $CD$ , которое происходит от правильного преломления, лежало для него на одной прямой с продолжением этой линии вне кристалла. Если тогда мы отметим на поверхности кристалла точку  $H$ , в которой представляется точка пересечения  $E$ , то эта точка будет прямо над  $E$ . После этого, оставаясь попрежнему в перпендикулярной плоскости, проходящей через  $AB$ , помещают глаз назад по направлению к  $O$  так, чтобы изображение линии  $CD$ , происходящее от обыкновенного преломления, казалось на одной прямой с линией  $KL$ , видимой без преломления; наконец, отмечают на кристалле точку  $N$ , в которой представляется точка пересечения  $E$ .

13. Таким образом станет известной длина и положение линий  $NH$ ,  $EM$  и линии  $HE$ , представляющей собой толщину кристалла. Если затем начертить эти линии, а также  $NE$  и  $NM$ , пересекающую  $HE$  в  $P$ , отдельно на плоскости, то отношение преломления будет равно отношению  $EN$  к  $NP$ , так как отношение этих линий равно отношению синусов углов  $NPH$  и  $NEP$ , которые равны углам, образованным падающим лучом  $ON$  и преломленным лучом  $NE$  с перпендикуляром к поверхности. Это отношение, как я сказал, довольно точно равно отношению 5 к 8 и всегда одинаково при всяком наклоне падающего луча.

14. Тем же способом наблюдений я пользовался и для изучения необыкновенного или неправильного преломления в этом кристалле. Найдя точку  $H$  и отметив ее, как было сказано выше, прямо над точкой  $E$ , я рассматривал изображение линии  $CD$ , происходящее от необыкновенного преломления, и, поместив глаз в  $Q$  (рис. 18) так, чтобы это изображение составляло одну прямую с линией  $KL$ , видимой без преломления, я определил треугольники  $REH$  и  $RES$  и, следовательно, углы  $RSH$  и  $RES$ , которые составляют падающий и преломленный лучи с перпендикуляром.

15. Но я нашел, что в этом преломлении отношение  $ER$  к  $RS$  не постоянно, как в преломлении обыкновенном, но что оно изменяется соответственно различному наклону падающего луча.

16. Я нашел также, что когда  $QRE$  составляло одну прямую линию, т. е. когда падающий луч вхо-

дил в кристалл не преломляясь (это я увидел из того, что в этом случае точка  $E$ , видимая с помощью необыкновенного преломления, казалась на линии  $CD$ , видимой без преломления), я нашел, повторяю, что угол  $QRG$  равнялся  $73^{\circ}20'$ , как уже было замечено выше, и что, таким образом, луч, проходящий через кристалл по прямой линии без преломления, не параллелен стороне кристалла, как то думал Бартолен,

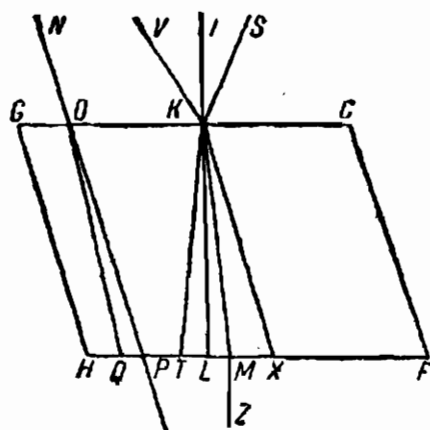


Рис. 19.

как то думал Бартолен, так как наклон параллельного луча равняется только  $70^{\circ}57'$ , как было указано выше. Это нужно отметить, чтобы не искать напрасно причину странного свойства этого луча в его параллельности указанным сторонам.

17. Наконец, продолжая свои наблюдения, чтобы открыть природу этого преломления, я увидел, что оно всегда подчиняется следующему замечательному правилу. Начертим отдельно параллелограм  $GCFH$  (рис. 19), полученный от определенного выше главного сечения кристалла. Я нашел, что при равенстве наклона двух лучей, приходящих с противоположных сторон, как в данном случае  $VK$  и  $SK$ , соответствующие им преломленные лучи  $KX$  и  $KT$  встречаются с нижней линией сечения  $HF$  всегда таким образом,

что точки  $X$  и  $T$  одинаково отстоят от точки  $M$ , в которую попадает после преломления и перпендикулярный луч  $IK$ ; это имеет место также при преломлениях в других сечениях кристалла. Но, прежде чем говорить об этих последних преломлениях, обладающих еще другими особенными свойствами, мы исследуем причины уже указанных мною явлений.

Лишь после того, как я по вышеизложенному объяснил преломления в обыкновенных прозрачных телах с помощью сферических эманаций света, я снова обратился к исследованию природы этого кристалла, в которой я раньше ничего не мог раскрыть.

18. Так как здесь имелись два различных преломления, я подумал, что существуют также и две различные категории распространяющихся волн света и что одна из них может существовать в эфирной материи, распространенной в теле кристалла. Эта материя, находясь в гораздо большем количестве, чем составляющие тело частицы, одна способна обусловить прозрачность согласно вышеприведенному объяснению. Я приписывал этой категории волн правильное преломление, наблюдаемое в этом камне, предполагая, что эти волны имеют обыкновенную сферическую форму и распространяются более медленно внутри кристалла, чем вне его; я показал, что от этого происходит преломление.

19. Что же касается другой категории, которая должна была произвести неправильное преломление, то я хотел испробовать, что́ будут давать эллиптиче-



ские или, лучше сказать, сфероидальные волны. Я предполагал в соответствии с последним способом, которым я объяснял прозрачность, что эти волны будут распространяться одинаково как в эфирной материи, распространенной в кристалле, так и в частицах, из которых он состоит. Мне казалось, что правильное расположение или размещение этих частиц могло способствовать образованию сфероидальных волн (для чего требовалось только, чтобы последовательное движение света распространялось немного быстрее в одном направлении, чем в другом), и я почти не сомневался в существовании в этом кристалле такого размещения равных и подобных частиц вследствие определенности и неизменности его формы и углов. Относительно этих частиц, их формы и расположения я предложу в конце этого трактата мои соображения и несколько подтверждающих их опытов <sup>18</sup>.

20. Двойное распространение световых волн, которое я принял, стало для меня более вероятным вследствие одного явления, которое я наблюдал в обыкновенном хрустале, который растет в шестигранной форме и который, судя по этой правильности, повидимому, также состоит из размещенных по порядку частиц определенной формы. Это явление заключалось в том, что в кристалле этом наблюдалось двойное преломление, совершенно так же, как в исландском, хотя и менее ясно. Велев выточить из него по разным сечениям гладкие призмы, я заметил во всех, смотря сквозь них на пламя свечи или на свинцовые

переплеты окон, что все казалось двойным, хотя отдельные изображения и были на небольшом расстоянии друг от друга. Тогда я понял причину, почему это столь прозрачное тело не годится для подзорных труб, если они имеют хоть сколь-либо значительную длину <sup>19</sup>.

21. Но согласно моей вышеприведенной теории это двойное преломление, казалось, требовало существования двух родов распространения световых волн, в том и другом случае сферических (так как оба преломления правильны), причем одни должны были быть только более медленными, чем другие. Действительно, таким способом это явление объясняется очень естественно, если представить себе, что материи, служащие проводниками этих волн, такие же, какими я предполагал их для исландского хрусталя. После этого мне уже было не так трудно допустить два рода распространения волн в одном и том же теле. Мне могли бы на это возразить, что если представить себе, что эти два кристалла составлены из правильно расположенных равных частиц определенной формы, то промежутки, которые эти частицы оставляют между собой и которые содержат эфирную материю, с трудом будут достаточны для того, чтобы передать световые волны, которые я там поместил. Но я устранял это затруднение, предполагая, что эти частицы образуют очень редкую ткань и состоят из других, значительно меньших частиц, между которыми эфирная материя проходит вполне свободно. Это, впрочем, необхо-

димо следует из того, что было доказано выше относительно малого количества материи, из которой составлены тела.

22. Допустив, таким образом, кроме сферических волн и подобные сфероидальные волны, я приступил к исследованию, могли ли бы они служить для объяснения явлений неправильного преломления и каким образом с помощью этих самых явлений я мог бы определить форму и положение сфероидальных волн,

в чем я достиг, наконец, желанного успеха, поступая следующим образом.

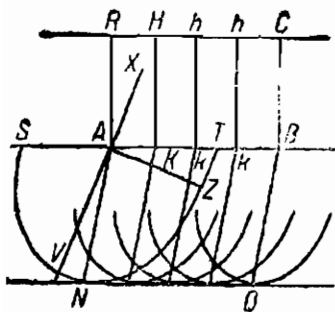


Рис. 20.

23. Прежде всего я рассматривал действие так образованных волн в случае луча, перпендикулярно падающего на ровную поверхность прозрачного тела, в котором они распространяются указанным обра-

зом. Я принимал  $AB$  (рис. 20) за открытое место поверхности. А так как перпендикулярный к плоскости и идущий из очень удаленного источника света луч есть не что иное согласно предшествующей теории, как падение частицы волны, параллельной этой плоскости, то я принимал прямую  $RC$ , параллельную и равную  $AB$ , за часть световой волны, бесконечно удаленные точки которой  $R, H, h, C$  встречают поверхность  $AB$  в точках  $AKkB$ . Таким образом вместо отдельных полусферических волн, которые, как мы объясняли выше,

говоря о преломлении, в веществе с обыкновенным преломлением должны распространяться из каждой из этих последних точек, здесь должны иметься волны-полусфероиды. Их оси, или главные диаметры, я предполагал наклоненными к плоскости  $AB$  в такой же степени, как наклонена линия  $AV$ , полуось, или большой полудиаметр сфероида  $SVT$ , представляющего собой отдельную волну, исходящую из точки  $A$ , после того как волна  $RC$  пришла в  $AB$ . Я говорю „ось, или большой диаметр“, так как тот же эллипс  $SVT$  можно рассматривать как сечение сфероида, ось которого есть линия  $AZ$ , перпендикулярная к  $AV$ . Но пока, не определяя еще ни того ни другого, мы будем рассматривать только сечения этих сфероидов, образующие в плоскости этого рисунка эллипсы. Если принять, что в некоторый определенный промежуток времени из точки  $A$  распространилась волна  $SVT$ , то из всех остальных точек  $KkB$  в тот же самый промежуток времени распространятся волны, подобные волне  $SVT$  и таким же образом расположенные. Общая касательная  $NQ$  всех этих полуэллипсов будет, согласно нашей теории, продолжением волны  $RC$  в прозрачном теле. В самом деле, эта касательная есть линия, которая в определенный момент ограничивает движение, обусловленное волной при падении ее на  $AB$ , и на которой это движение находится в значительно большем количестве, чем где-либо в другом месте, так как она образована из бесконечного числа эллиптических дуг, центры которых лежат вдоль линии  $AB$ .

24. При этом, однако, оказывалось, что хотя общая касательная  $NQ$  была параллельна и равна  $AB$ , но не лежала прямо против нее, ибо она заключалась между линиями  $AN$  и  $BQ$ , которые являются диаметрами эллипсов с центрами в точках  $A$  и  $B$ , сопряженными с диаметрами, лежащими на прямой  $AB$ . Благодаря этому я понял то, что казалось мне раньше очень трудным, а именно, каким образом перпендикулярный к поверхности луч мог подвергаться преломлению, проникая в прозрачное тело. Я увидел, что волна  $RC$ , достигнув отверстия  $AB$ , продолжала распространяться оттуда вперед между параллельными линиями  $AN$  и  $BQ$ , оставаясь все-таки сама постоянно

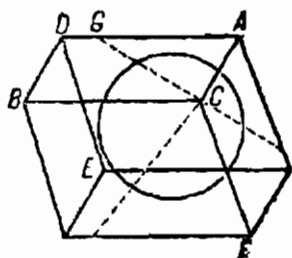


Рис. 21.

параллельной линии  $AB$ , так что здесь свет распространяется не по линиям, перпендикулярным его волнам, как при обыкновенном преломлении, а по линиям, пересекающим волны наклонно.

25. Исследуя, затем, какими могут быть положение и форма этих сфероидов в кристалле, я принял в соображение, что все шесть граней производили в точности те же самые преломления. Я взял снова параллелепипед  $AFB$  (рис. 21), тупой телесный угол которого, составленный из трех равных плоских углов, есть  $C$ , и представил себе в нем три главных сечения, из которых одно проходит через ребро  $CF$  и перпендикулярно грани  $DC$ , другое проходит через

ребро  $AC$  и перпендикулярно грани  $BF$  и третья проходит через  $BC$  и перпендикулярно грани  $AF$ ; при этом я знал, что преломления падающих лучей, находящихся в этих трех плоскостях, все одинаковы. Но такое положение, которое было бы в одинаковом отношении к этим трем сечениям, имелось только у того сфероида, ось которого является также осью телесного угла  $C$ . Отсюда я увидел, что ось этого угла, т. е. прямая, пересекавшая из точки  $C$  кристалл под одинаковым наклоном к ребрам  $CF$ ,  $CA$  и  $CB$ , и была линией, определяющей положение осей всех сфероидальных волн, которые можно представить себе исходящими из какой-либо точки внутри или на поверхности кристалла, так как все эти сфероиды должны были быть подобными и иметь параллельные оси.

26. Далее, я рассматривал плоскость одного из этих трех сечений, а именно сечения через  $GCF$ , угол  $C$  которого равняется  $109^{\circ}3'$ , так как угол  $F$  был раньше определен в  $70^{\circ}57'$ , и представлял себе сфероидальную волну вокруг центра  $C$ , — при этом согласно тому, что я объяснил выше, я знал, что ее ось, половину которой я обозначил на следующем рисунке (рис. 22) линией  $CS$ , должна была находиться в той же самой плоскости. Исчисляя угол  $GCS$  (это исчисление вместе с другими будет приведено в конце этого рассуждения), я нашел его равным  $45^{\circ}20'$ .

27. Чтобы узнать затем форму этого сфероида, т. е. отношение взаимно перпендикулярных полу диаметров  $CS$  и  $CP$  его эллиптического сечения, я при-

нимал в соображение, что точка  $M$ , в которой прямая  $FH$ , параллельная  $CG$ , касается эллипса, должна быть расположена так, чтобы линия  $CM$  составляла с перпендикуляром  $CL$  угол в  $6^{\circ}40'$ . Действительно, в таком случае этот эллипс соответствовал бы тому, что было сказано о преломлении луча, который перпендикулярен к поверхности  $CG$  и который отклоняется от перпендикуляра  $CL$  как раз на такой же угол.

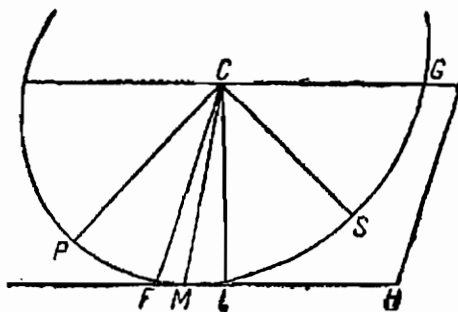


Рис. 22.

Положив это и принимая  $CM$  равной 100 000 частям, я с помощью исчислений, которые будут приведены в конце, нашел, что большой полуэллипс  $CP$  равен 105 032, а полуось  $CS$  — 93 410 частям, и, значит, отношение их

очень близко к отношению 9 к 8, так что сфероид принадлежит к тем, которые походят на сжатую сферу и произведены вращением эллипса вокруг своего малого диаметра. Я нашел также, что полуэллипс  $CG$ , параллельный касательной  $ML$ , равен 98 779 частям.

28. Перейдя к исследованию преломлений, которым должны были бы согласно гипотезе этих сфероидальных волн подвергнуться наклонно падающие лучи, я увидел, что эти преломления зависели от отношения скорости движения света вне кристалла в эфире к ско-

рости этого движения внутри кристалла. В самом деле, предположим, например, это отношение таким, что, в то время как в кристалле свет образует только что описанный сфероид  $GSP$ , вне его он образует сферу, полу диаметр которой равен линии  $N$ , определенной ниже, и определим преломление падающих

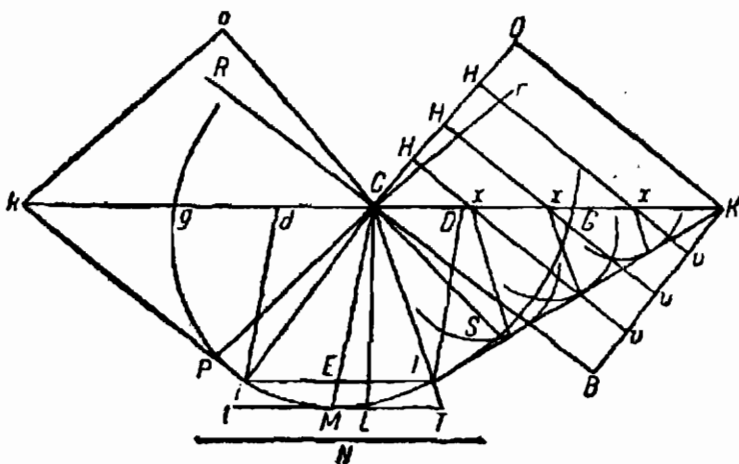


Рис. 23.

лучей. Пусть будет  $RC$  таким лучом, падающим на поверхность  $CK$  (рис. 23). Проведем линию  $CO$ , перпендикулярную к  $RC$ , и в угле  $KCO$  возьмем линию  $OK$ , равную  $N$  и перпендикулярную к  $CO$ ; затем проведем  $KI$ , касающуюся эллипса  $GSP$ , и точку касания  $I$  соединим с  $C$  линией  $IC$ , которая и будет искомым преломлением луча  $RC$ . Доказательство, как будет видно, совершенно подобно тому, которым мы пользовались при объяснении обыкновенного преломления. Дело в том, что преломление луча  $RC$  есть не что иное, как передвижение места  $C$  волны  $CO$ , распро-



странившейся в кристалле. Но в то время как  $O$  придет в  $K$ , места  $H$  этой волны достигнут поверхности  $CK$  по прямым  $Hx$  и сверх того вызовут в кристалле из центров  $x$  отдельные полусфероидальные волны, подобные полусфероиду  $GSPg$  и подобным же образом расположенные; отношение их больших и малых диаметров к линиям  $xv$  (продолжениям линий  $Hx$  до  $Kv$ , параллельной  $CO$ ) равно отношению диаметров сфероиды  $GSP$  к линии  $CB$  или  $N$ . Очень легко видеть, что общей касательной всех этих сфероидов, которые здесь представлены эллипсами, будет прямая  $IK$ . Поэтому  $IK$  будет продолжением волны  $CO$ , а точка  $I$  — продолжением точки  $C$ , согласно доказанному для обыкновенного преломления.

Что касается определения точки касания  $I$ , то известно, что для этого нужно найти к линиям  $CK$  и  $CO$  третью пропорциональную  $CD$  и провести линию  $DI$ , параллельную линии  $CM$ , определенной выше и являющейся диаметром, сопряженным с диаметром  $CG$ ; в самом деле, если затем провести линию  $KI$ , то она коснется эллипса в точке  $I$ .

29. Тем же способом, каким мы нашли  $CI$ , преломление луча  $RC$ , мы найдем и  $Ci$ , преломление луча  $rC$ , приходящего с противоположной стороны; для этого нужно провести линию  $Co$ , перпендикулярную к линии  $rC$ , и затем продолжить дальнейшее построение, как и раньше.

Здесь мы видим, что если луч  $rC$  наклонен так же, как луч  $RC$ , то линия  $Cd$  будет по необходимости

равна  $CD$ , так как  $Ck$  равна  $CK$ , а  $Cg$  равна  $CG$ . Следовательно, линия  $Ii$  в точке  $E$  будет разделена на равные части линией  $CM$ , которой параллельны  $DI$  и  $di$ . А так как линия  $CM$  есть диаметр, сопряженный диаметру  $CG$ , то из этого следует, что  $iI$  будет параллельна  $gG$ . Значит, если продолжить преломленные лучи  $CI$  и  $Ci$  до встречи их с касательной  $ML$  в точках  $T$  и  $t$ , то расстояния  $MT$  и  $Mt$  также будут равны. Таким образом с помощью нашей гипотезы вполне объясняется вышеуказанное явление, состоящее в том, что когда мы имеем два одинаково наклоненных, но идущих с двух противоположных сторон луча, каковы здесь лучи  $RC$ ,  $rC$ , то их преломления одинаково отклоняются от линии, по которой следует преломление перпендикулярного луча, если рассматривать эти отклонения в плоскости, параллельной поверхности кристалла.

30. Длина линии  $N$  по отношению к длине  $CP$ ,  $CS$  и  $CG$  должна определяться из наблюдений над неправильными преломлениями, происходящими в этом сечении кристалла; и с помощью их я нашел, что отношение  $N$  к  $GC$  только немного меньше отношения 8 к 5. Принимая во внимание еще другие наблюдения и явления, о которых речь будет впереди, я полагаю  $N$  равной 156 962 частям, которых, как было найдено, полудиаметр  $CG$  содержит 98 779, так что это отношение равно 8 к  $5\frac{1}{29}$ . Это отношение между линиями  $N$  и  $CG$  может быть названо отношением преломления, так же как для стекла от-



к  $CD$ , как линия  $N$  к  $CG$ , и пусть будет проведена параллельно  $CM$  линия  $DI$ , пересекающая эллипс  $gMG$  в точке  $I$ ; тогда линия  $CI$ , соединяющая точки  $C$  и  $I$ , будет искомым преломлением луча  $RC$ . Это доказывается следующим образом.

Пусть  $CO$  перпендикулярна к  $CR$  и в угле  $OCG$  помещена  $OK$ , равная  $N$  и перпендикулярная к  $CO$ , и пусть проведена прямая  $KI$ ; если доказать, что  $KI$  касается эллипса в точке  $I$ , то будет очевидно из объясненного выше, что  $CI$  есть преломление луча  $RC$ . Так как угол  $RCO$  прямой, то легко видеть, что прямоугольные треугольники  $RCV$  и  $KCO$  подобны. Значит,  $RC$  относится к  $CV$ , как  $CK$  к  $KO$ . Но  $KO$  равна  $N$ , а  $RC$  равна  $CG$ , значит,  $CG$  будет относиться к  $CV$ , как  $CK$  к  $N$ . Но отношение  $N$  к  $CG$  равно по построению отношению  $CV$  к  $CD$ , значит,  $CK$  относится к  $CG$ , как  $CG$  к  $CD$ . А так как  $DI$  параллельна  $CM$ , диаметру, сопряженному с  $CG$ , то из этого следует, что  $KI$  касается эллипса в точке  $I$ , что оставалось доказать.

32. Итак, мы видим, что подобно тому, как в обыкновенных прозрачных средах существует определенное постоянное отношение между синусами углов, образованных с перпендикуляром падающим и преломленным лучами, точно так же и здесь существует такое отношение между  $CV$  и  $CD$ , или  $IE$ , т. е. между синусом угла, образованного падающим лучом с перпендикуляром, и отрезком внутри эллипса, заключенным между преломлением этого луча и ди-

аметром  $CM$ . В самом деле, отношение  $CV$  к  $CD$ , как было сказано, всегда такое же, как отношение  $N$  к полудиаметру  $CG$ .

33. Прежде чем идти дальше, я здесь добавлю, что при сравнении между собой правильного и неправильного преломлений в этом кристалле мы встречаем следующее замечательное обстоятельство:

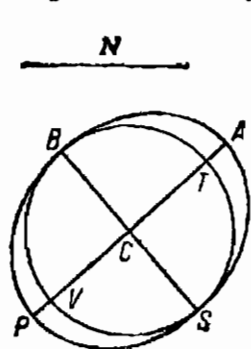


Рис. 25.

если  $ABPS$  (рис. 25) есть сфероид, в виде которого в известный промежуток времени распространяется свет в кристалле, и это распространение, как было сказано выше, служит неправильному преломлению, то вписанная сфера  $BVST$  есть пространство, на которое в тот же промежуток времени распространится свет в правильном преломлении.

В самом деле, нами выше было сказано, что если линия  $N$  есть радиус сферической световой волны в воздухе, в то время как в кристалле эта волна распространяется в форме сфероида  $ABPS$ , то отношение  $N$  к  $CS$  равно 156 962 к 93 410. Но было также сказано, что отношение правильного преломления равно 5 к 3, так что если  $N$  является радиусом сферической световой волны в воздухе, то ее распространение в кристалле образует в тот же самый промежуток времени сферу, отношение радиуса которой к  $N$  равно 3 к 5. Но 156 962 относится к 93 410, как 5 к 3 без  $\frac{1}{41}$ . Таким образом при

правильном преломлении в кристалле свет образует почти, а быть может, и совершенно точно сферу  $BVST$ , в то время как при неправильном преломлении он там образует сфероид  $BPSA$ , а в воздухе, вне кристалла, сферу с радиусом  $N$ .

Хотя, таким образом, согласно тому, что мы установили, существуют два различных распространения света в этом кристалле, ясно, что одно из этих распространений происходит быстрее, чем другое, только в направлении, перпендикулярном к оси  $BS$  сфероида; но они — одинаковой скорости в другом направлении, т. е. в направлении, параллельном той оси  $BS$ , которая является также осью тупого угла кристалла.

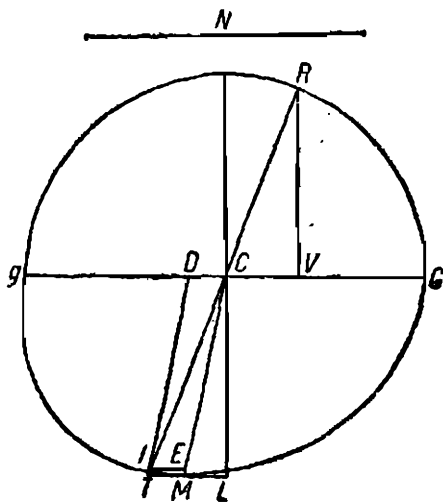


Рис. 26.

34. Я покажу теперь, что когда отношение преломления является таким, каким мы его только что нашли, то из него необходимо вытекает замечательное свойство того луча, который, падая наклонно на поверхность кристалла, проходит его не преломляясь. Если принять те же предположения, что и раньше, и если луч  $RC$  (рис. 26), о котором говорилось выше,

составляет с поверхностью  $gG$  угол  $RCG$  в  $73^\circ 20'$  и наклонен в ту же сторону, что и кристалл, то, если определить по вышеприведенному способу его преломление  $CI$ , будет найдено, что оно составляет с  $RC$  в точности одну прямую и что, таким образом, этот луч, в согласии с опытом, нисколько не отклоняется. Это же доказывают и вычисления.

Если  $CG$  или  $CR$ , как и выше, равно 98 779,  $CM$  равно 100 000 и угол  $RCV$  равен  $73^\circ 20'$ , то  $CV$  будет равна 28 330. Но так как  $CI$  есть преломление луча  $RC$ , то отношение  $CV$  и  $CD$  равно 156 962 к 98 779, т. е. отношению  $N$  к  $CG$ ; следовательно,  $CD$  равно 17 828. Далее, как квадрат  $CG$  относится к квадрату  $CM$ , так прямоугольник  $gDG$  относится к квадрату  $DI$ ; следовательно,  $DI$  или  $CE$  будет равна 98 353. Но  $CM$  относится к  $MT$ , как  $CE$  относится к  $EI$ , и  $MT$  будет, следовательно, равна 18 127. Если прибавить  $MT$  к  $ML$ , которая равна 11 609 (т. е. синусу угла  $LCM$  в  $6^\circ 40'$ , принимая  $CM$ , равную 100 000, за радиус), то  $LT$  окажется равной 29 736, причем  $LT$  относится к  $LC$ , равной 99 324, как  $CV$  относится к  $VR$ , т. е. как 29 938, или тангенс угла дополнительного к углу  $RCV$ , равному  $73^\circ 20'$ , относится к радиусу таблиц. Отсюда видно, что  $RCIT$  составляет одну прямую линию, что и требовалось доказать.

35. Кроме того, из следующего доказательства будет видно, что луч  $CI$ , выходя из противоположной поверхности кристалла, должен также пройти через

него совершенно прямым; это покажет, что взаимность преломлений наблюдается в этом кристалле так же как и в других прозрачных телах, т. е. что если какой-нибудь луч  $RC$ , встречая поверхность кристалла  $CG$ , преломляется в луч  $CI$ , то этот луч  $CI$ , выходя из противоположной и параллельной поверхности кристалла, которая пусть будет  $IB$ , будет иметь своим преломлением  $IA$  — линию, параллельную лучу  $RC$ .

Примем то же предположение, что и прежде, т. е. что  $CO$ , перпендикуляр к  $CR$  (рис. 27), представляет собой часть волны, продолжением которой в кристалле будет  $IK$ ,

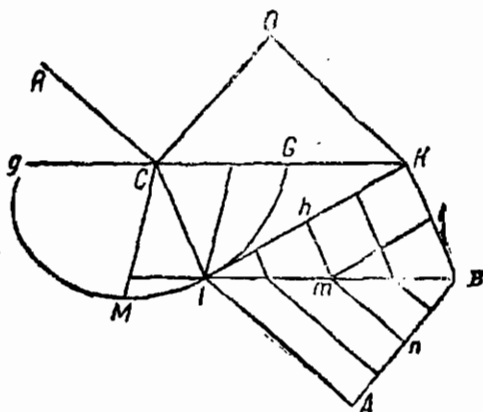


Рис. 27.

так что место  $C$  продвинется по прямой  $CI$ , в то время как  $O$  придет к  $K$ . Если взять теперь другой промежуток времени, равный первому, то место  $K$  волны  $IK$  в этот второй промежуток времени продвинется по прямой  $KB$ , параллельной и равной  $CI$ , так как каждое место волны  $CO$ , достигнув поверхности  $CK$ , должно продвигаться в кристалле так же, как место  $C$ ; в то же самое время из точки  $I$  образуется в воздухе отдельная сферическая волна, полу диаметр которой  $IA$  равен  $KO$ , так как  $KO$  было пройдено в тот же промежу-



ток времени. Таким же образом, если рассматривать какую-нибудь другую точку волны  $IK$ , например  $h$ , то эта точка пойдет по  $ht$ , параллельной  $CI$ , и встретит поверхность  $IB$  в то самое время, в течение которого точка  $K$  проходит  $Kl$ , равное  $ht$ ; и в то время как эта последняя заканчивает оставшийся ей путь  $IB$ , из точки  $t$  образуется отдельная волна, полудиаметр которой  $tp$  будет так относиться к  $IB$ , как  $IA$  относится к  $KB$ . Отсюда очевидно, что эта волна с полудиаметром  $tp$  и другая волна с полудиаметром  $IA$  будут иметь общую касательную  $BA$ . То же самое будет для всех отдельных сферических волн, которые образуются вне кристалла от удара всех точек волны  $IK$  о поверхность эфира  $IB$ . Значит, именно касательная  $BA$  будет вне кристалла продолжением волны  $IK$ , когда место  $K$  придет в  $B$ . И, следовательно, линия  $IA$ , перпендикулярная к  $BA$ , будет преломлением луча  $CI$  при выходе его из кристалла. Ясно, что  $IA$  параллельна падающему лучу  $RC$ , так как  $IB$  равна  $CK$ , а  $IA$  равна  $KO$ , а углы  $A$  и  $O$  прямые.

Таким образом видно, что согласно нашей гипотезе взаимность преломлений существует в этом кристалле так же, как и в обыкновенных прозрачных телах, что мы и находим в действительности при наблюдениях.

36. Я перехожу теперь к рассмотрению других сечений кристалла и преломлений, в них совершающихся, от которых, как будет видно, зависят другие весьма замечательные явления.

Пусть кристалл имеет форму параллелепипеда  $ABH$  (рис. 28) и верхняя поверхность  $AENF$  — форму правильного ромба, тупые углы которого пусть будут разделены пополам прямой  $EF$ , а острые углы — прямой  $AN$ , перпендикулярной к  $FE$ .

Сечение, которое мы до сих пор рассматривали, проходит через линии  $EF$  и  $EB$  и в то же время рас-

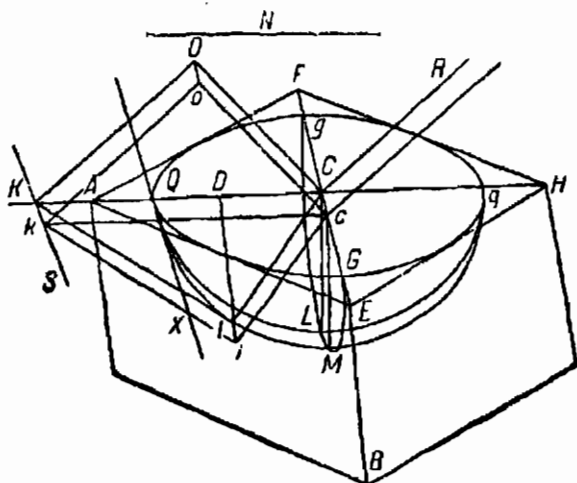


Рис. 28.

секает плоскость  $AENF$  под прямыми углами; преломления в этом сечении имеют то общее с преломлениями в обыкновенных прозрачных средах, что плоскость, проведенная через падающий луч и пересекающая поверхность кристалла под прямыми углами, содержит в себе также преломленный луч. Но преломления, происходящие во всяком другом сечении кристалла, имеют то странное свойство, что преломленный луч всегда выходит из плоскости падающего

луча, перпендикулярной к поверхности, и отклоняется в сторону наклона кристалла. Причину этого мы выясним прежде всего для сечения через  $АН$ ; вместе с тем мы объясним, как можно определить в нем преломления в согласии с нашей гипотезой. Пусть поэтому в плоскости, проходящей через  $АН$  и перпендикулярной к плоскости  $AFHE$ , находится падающий луч  $RC$  и пусть нужно найти его преломление в кристалле.

37. Опишем из центра  $C$ , который я предполагаю на пересечении линий  $АН$  и  $FE$ , полусфероид  $QGggM$ , который должен образовать свет, распространяясь в кристалле, и пусть его сечение плоскостью  $AENF$  дает эллипс  $QGgg$ , большой диаметр которого  $Qq$ , находящийся на линии  $АН$ , необходимо будет одним из больших диаметров сфероида; из того, что ось сфероида находится в плоскости, проведенной через  $FEB$ , к которой  $QC$  перпендикулярна, следует, что  $QC$  также перпендикулярна к оси сфероида, и потому  $QCq$  есть один из его больших диаметров. Но малый диаметр этого эллипса  $Gg$  находится с  $Qq$  в том отношении, которое равно определенному выше (§ 27) отношению между  $GC$  и главным полудиаметром сфероида  $CP$ , т. е. отношению 98 779 к 105 032.

Пусть длина линии  $N$  будет длиной пути света в воздухе за то время, как в кристалле свет образует из центра  $C$  сфероид  $QGggM$ ; проведя  $CO$ , перпендикулярную к лучу  $CR$ , так, чтобы она находилась в плоскости, проходящей через  $CR$  и  $АН$ , по-

строим в угле  $ACO$  прямую  $OK$ , равную  $N$  и перпендикулярную к  $CO$ ; пусть она встречает прямую  $AN$  в точке  $K$ . Положив, далее, что  $CL$  перпендикулярна к поверхности кристалла  $AENF$  и что  $CM$  составляет преломление луча, падающего перпендикулярно на эту самую поверхность, проведем через линию  $CM$  и  $KCN$  плоскость, образующую в сфероиде полуэллипс  $QMq$ , который будет известен, так как угол  $MCL$  дан равным  $6^{\circ}40'$ . Но согласно объясненному выше в § 27 несомненно, что плоскость, касающаяся сфероиды в точке  $M$ , в которой, по моему предположению, прямая  $CM$  встречает его поверхность, будет параллельна плоскости  $QGq$ . Если теперь через точку  $K$  провести  $KS$ , параллельную  $Gg$ , которая также параллельна  $QX$ , касательной к эллипсу  $QGq$  в  $Q$ , и если представить себе плоскость, проходящую через  $KS$  и касающуюся сфероиды, то точка касания необходимо будет на эллипсе  $QMq$ , так как эта плоскость, проходящая через  $KS$ , так же как и плоскость, касающаяся сфероиды в точке  $M$ , параллельны  $QX$ , касательной сфероиды; это следствие будет доказано в конце настоящего трактата. Пусть эта точка касания будет в  $I$ ; сделаем линии  $KC$ ,  $QC$  и  $DC$  пропорциональными между собой и проведем  $DI$  параллельно  $CM$ ; пусть также будут соединены точки  $C$  и  $I$ . Я утверждаю, что  $CI$  будет искомым преломлением луча  $RC$ . Это станет очевидным, если, рассматривая  $CO$ , перпендикулярную к лучу  $RC$ , как часть световой волны, мы покажем, что продол-

жение ее места  $C$  находится в кристалле в точке  $I$ , когда точка  $O$  пришла в точку  $K$ .

38. Подобно тому как, доказывая в главе об отражениях, что падающий и отраженный лучи находятся всегда в одной и той же плоскости, перпендикулярной к отражающей поверхности, мы рассматривали ширину световой волны, так же здесь надо рассмотреть ширину волны  $CO$  по диаметру  $Gg$ . Возьмем, значит, ширину  $Cc$  в направлении угла  $E$ , примем прямоугольник  $COoc$  за часть волны и построим прямоугольники  $CKkc$ ,  $Cllic$ ,  $Klik$  и  $OKko$ . В тот же промежуток времени, как линия  $Oo$  достигла поверхности кристалла в  $Kk$ , все точки волны  $COoc$  достигли прямоугольника  $Kc$  по линиям, параллельным  $OK$ , и из точек их падения, кроме того, образовались отдельные полусфероиды в кристалле, подобные полусфероиду  $QmQ$  и подобно ему расположенные; все они необходимо коснутся плоскости параллелограмма  $Klik$  в тот же момент, как  $Oo$  достигнет  $Kk$ . Это легко понять, так как все полусфероиды, центры которых находятся вдоль линии  $CK$ , касаются этой плоскости по линии  $Kl$  (это доказывается таким же образом, каким мы доказали преломление наклонного луча в главном сечении, проходящем через  $EF$ ), а все те, центры которых находятся на линии  $Cc$ , касаются той же плоскости  $Kl$  по линии  $li$ , так как все они одинаковы с полусфероидом  $QmQ$ . Так как параллелограмм  $Kl$  касается всех этих сфероидов, то этот же самый

параллелограм и будет как раз продолжением волны  $COoc$  в кристалле, когда  $Oo$  достигнет  $Kk$ , вследствие того, что движение здесь заканчивается и количество его здесь больше, чем где-либо в другом месте. Таким образом оказывается, что место  $C$  волны  $COoc$  имеет свое продолжение в точке  $I$ , т. е. что луч преломляется по  $CI$ .

Здесь надо отметить, что отношение преломления в этом сечении кристалла равно отношению линии  $N$  к полудиаметру  $CQ$ ; с помощью этого отношения можно легко найти преломление всех падающих лучей таким же самым способом, как тот, который мы показали выше в случае сечения через  $EF$ ; и доказательство будет таким же. Но очевидно, что указанное отношение преломления здесь меньше, чем в сечении через  $FEB$ , так как оно равнялось там отношению  $N$  к  $CG$ , т. е. 156 962 к 98 779, очень близкому к отношению 8 к 5, а здесь оно равно отношению  $N$  к  $CQ$ , полозине большого диаметра сфероида, т. е. 156 962 к 105 032, очень близкому, но немного меньшему, чем отношению 3 к 2. Это также прекрасно согласуется с тем; что мы находим наблюдением.

39. Это разнообразие отношений преломления производит, кроме того, в этом кристалле одно весьма своеобразное явление. Оно заключается в том, что если поместить кристалл на бумагу, на которой начерчены буквы или что-либо другое, и смотреть сверху, поместив оба глаза в плоскости сечения через  $EF$ , то в силу неправильного преломления буквы

будут видны поднятыми выше, чем если поместить оба глаза в плоскости сечения через  $АН$ ; при этом разница в поднятии обнаруживается благодаря другому, обыкновенному преломлению в этом кристалле, отношение которого равно 5 к 3 и которое поднимает эти буквы всегда одинаково и притом выше, чем преломление неправильное. Буквы и бумага, на которой они написаны, видны

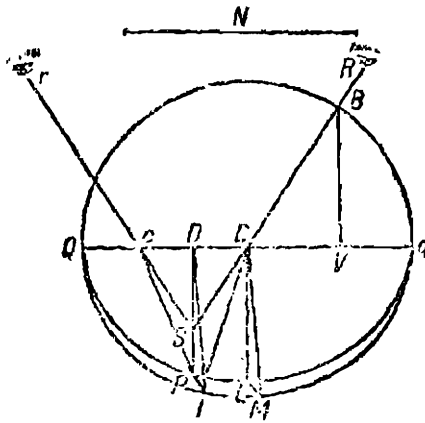


Рис. 29.

ны как бы в двух различных этажах сразу, при этом при первом положении глаз, т. е. когда они находятся в плоскости, проходящей через  $АН$ , эти два этажа в четыре раза более удалены друг от друга, чем тогда, когда глаза находятся в плоскости, проходящей через  $ЕF$ .

Мы покажем, что последнее явление есть следствие этих преломлений, что вместе с тем послужит для определения кажущегося места какой-нибудь точки помещенного непосредственно под кристалл предмета в зависимости от различного положения глаз.

40. Посмотрим прежде всего, насколько должно повышать нижнюю поверхность кристалла неправильное преломление в плоскости, проходящей через  $АН$ . Пусть плоскость этого рисунка (рис. 29) представ-

ляет собой отдельно сечение через  $Qq$  и  $CL$ , в котором находится также луч  $RC$ , и пусть полуэллиптическая плоскость, проходящая через  $Qq$  и  $CM$ , будет наклонена к первой, как прежде, на угол в  $6^{\circ}40'$ ; в этой плоскости и будет находиться  $CI$ , преломление луча  $RC$ .

Если рассматривать точку  $I$  как находящуюся на нижней поверхности кристалла и если она будет видна по лучам  $ICR$  и  $Icr$ , которые одинаково преломляются в точках  $C$  и  $c$  и которые должны быть на одинаковом расстоянии от  $D$ , и если эти лучи попадают в оба глаза в  $R$  и  $r$ , то очевидно, что точка  $I$  покажется поднятой в  $S$ , где встречаются прямые  $RC$  и  $rc$ , причем эта точка  $S$  находится на  $DP$ , перпендикулярной к  $Qq$ . Если провести к  $DP$  перпендикуляр  $IP$ , который весь будет лежать на нижней поверхности кристалла, то длина  $SP$  будет кажущимся поднятием точки  $I$  над этой нижней поверхностью.

Пусть на  $Qq$  будет описана полуокружность, пересекающая луч  $CR$  в точке  $B$ , из которой проведен перпендикуляр  $BV$  к  $Qq$ , и пусть отношение преломления для этого сечения, как раньше, будет равно отношению линии  $N$  к полудиаметру  $CQ$ .

Значит,  $N$  относится к  $CQ$ , как  $VC$  к  $CD$ , как это видно из способа нахождения преломлений, показанного нами выше в § 31; а  $VC$  относится к  $CD$ , как  $VB$  к  $DS$ . Следовательно,  $N$  относится к  $CQ$ , как  $VB$  к  $DS$ . Пусть  $ML$  будет перпендикуляр к  $CL$ . Так как я предполагаю глаза  $Rr$  удаленными от кри-



сталла приблизительно на 1 фут и, следовательно, угол  $RSr$  очень мал, то нужно считать  $VB$  равной полу диаметру  $CQ$  и  $DP$  равной  $CL$ ; значит,  $N$  относится к  $CQ$ , как  $CQ$  к  $DS$ . Но  $N$  равно 156 962 частям, которых  $CM$  содержит 100 000, а  $CQ$  — 105 032, значит,  $DS$  будет равно 70 283. Но  $CL$  равно 99 324, булучи синусом угла дополнительного к углу  $MCL$  в  $6^\circ 40'$ , если принять  $CM$  за радиус; следовательно,  $DP$ , принимаемая равной  $CL$ , будет относиться к  $DS$ , как 99 324 к 70 283. Таким образом узнается повышение точки нижней поверхности  $I$  вследствие преломления в этом сечении.

41. Пусть теперь на рисунке, который помещен перед предшествующим (рис. 28), будет представлено другое проходящее через  $EF$  сечение и пусть  $GMg$  будет полуэллипсом, рассмотренным в § 27 и 28 и образованным сечением сфероидной волны с центром в  $C$ . Представим себе точку  $I$ , взятую на этом эллипсе, опять на нижней поверхности кристалла, и пусть она будет видима по преломленным лучам  $ICR$  и  $Icr$  (рис. 30), которые попадают в оба глаза так, что  $CR$  и  $cr$  будут одинаково наклонены к поверхности кристалла  $Gg$ . Раз это так, то если провести  $ID$ , параллельную  $CM$ , которую я предполагаю преломлением луча, перпендикулярно падающего в точке  $C$ , расстояния  $DC$  и  $Dc$  будут равны, в чем легко убедиться из доказанного в § 28. Далее несомненно, что точка  $I$  должна казаться находящейся в точке  $S$ , где сходятся продолжения прямых  $RC$  и  $rc$ , и что эта

точка  $S$  попадает на линию  $DP$ , перпендикулярную к  $Gg$ ; и если к этой линии  $DP$  провести перпендикуляр  $Ip$ , то расстояние  $PS$  даст кажущееся повышение точки  $I$ . Пусть на  $Gg$  описан полукруг, который пересекает  $CR$  в точке  $B$ , проведем оттуда перпендикуляр  $BV$  к  $Gg$ , и пусть отношение  $N$  к  $GC$  обозначает отношение преломления в этом сечении, так же как в § 28. Так как  $CI$  есть преломление луча  $BC$ , а  $DI$  параллельна  $CM$ , то необходимо, чтобы отношение  $VC$  к  $CD$  равнялось отношению  $N$  к  $GC$ , согласно доказанному в § 31. Но  $VC$  относится к  $CD$ , как  $BV$  относится к  $DS$ . Пусть будет проведена  $ML$  перпендикулярно к  $CL$ . Так как я снова полагаю глаза на некотором удалении от поверхности кристалла, то  $BV$  можно считать равной полудиаметру  $CG$ , и, следовательно,  $DS$  будет тогда третьей пропорциональной к линиям  $N$  и  $CG$ ; тогда  $DP$  можно также считать равной  $CL$ . Но, если  $CG$  равняется 98 778 частям, которых в  $CM$  содержится 100 000, то  $N$  равна 156 962, значит,  $DS$  будет равна 62 163. Но  $CL$  также определена и содержит 99 324 части, как это было сказано в § 34 и 40, значит, отношение  $PD$  к  $DS$  будет равно отношению 99 324 к 62 163. Таким образом узнается повышение точки  $I$

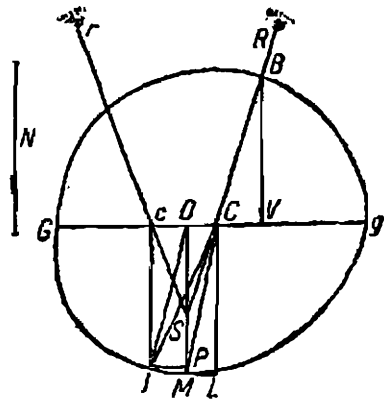


Рис. 30.

удалении от поверхности кристалла, то  $BV$  можно считать равной полудиаметру  $CG$ , и, следовательно,  $DS$  будет тогда третьей пропорциональной к линиям  $N$  и  $CG$ ; тогда  $DP$  можно также считать равной  $CL$ . Но, если  $CG$  равняется 98 778 частям, которых в  $CM$  содержится 100 000, то  $N$  равна 156 962, значит,  $DS$  будет равна 62 163. Но  $CL$  также определена и содержит 99 324 части, как это было сказано в § 34 и 40, значит, отношение  $PD$  к  $DS$  будет равно отношению 99 324 к 62 163. Таким образом узнается повышение точки  $I$

нижнего основания вследствие преломления в этом сечении, и видно, что это повышение больше, чем повышение при преломлении в предшествующем сечении, так как отношение  $PD$  к  $DS$  равнялось там 99 324 к 70 283.

Но при правильном преломлении в кристалле, при котором, как мы сказали выше, отношение преломле-

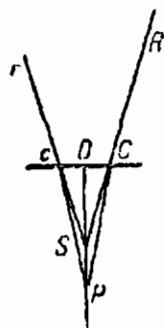


Рис. 31.

ния равно 5 к 3, повышение точки  $I$  или  $P$  нижнего основания будет равно  $\frac{2}{5}$  высоты  $DP$ . Это видно из следующего рисунка (рис. 31), на котором точка  $P$ , видимая с помощью лучей  $PCR$  и  $Pcr$ , одинаково преломленных на поверхности  $S$ , должна казаться находящейся в точке  $S$  на перпендикуляре  $PD$ , в которой сходятся продолжения прямых  $RC$  и  $rc$ . Известно, что отношение

линий  $PC$  и  $CS$  равно 5 к 3, так как эти линии относятся между собой, как синус угла  $CSP$  или  $DSC$  к синусу угла  $SPC$ . А так как оба глаза  $R$  и  $r$  предполагаются очень удаленными от поверхности кристалла, то отношение  $PD$  к  $DS$  может считаться равным отношению  $PC$  к  $CS$  и повышение  $PS$  будет также равно  $\frac{2}{5}$  от  $PD$ .

42. Если принять прямую  $AB$  за толщину кристалла — причем точка  $B$  находится на нижней его поверхности — и если разделить эту прямую пропорционально найденным повышениям в точках  $C, D$

и  $E$ , взяв  $AE$  равной  $\frac{3}{5} AB$ , отношение  $AB$  к  $AC$  равным отношению 99 324 к 70 283, а отношение  $AB$  к  $AD$  равным отношению 99 324 к 62 163, то эти точки разделят  $AB$  так, как показано на рис. 32. Тогда мы найдем, что это прекрасно согласуется с опытом, т. е. найдем, что если поместить глаза в плоскости, пересекающей кристалл по малому диаметру верхнего ромба, то правильное преломление поднимет буквы в  $E$ , в то время как вследствие неправильного преломления мы увидим нижнюю поверхность и буквы, на которых она помещена, поднятыми в  $D$ . Но если поместить глаза в плоскости, пересекающей кристалл по большому диаметру верхнего ромба, то правильное преломление, как и раньше, поднимет буквы в  $E$ , но неправильное преломление в то же самое время покажет их поднятыми только в точку  $C$ . Таким образом расстояние  $CE$  будет в четыре раза больше расстояния  $ED$ , которое было видно раньше.



Рис. 32.

43. Мне нужно заметить еще только то, что при обоих положениях глаз изображения, обусловленные неправильным преломлением, не представляются прямо под теми, которые происходят от правильного преломления, но отклоняются от них, удаляясь далее от равноугольного телесного угла кристалла. Это следует из всего, что было доказано до сих пор относительно неправильного преломления, и, главным образом, это очевидно из последних доказательств, которые показывают, что точка  $I$  представляется

вследствие неправильного преломления в точке  $S$  на перпендикуляре  $DP$ , на котором должно также представляться изображение точки  $P$ , происходящее вследствие правильного преломления, но не изображение точки  $I$ , которое приходится более или менее прямо над той же самой точкой и выше, чем  $S$ .

Что же касается кажущегося повышения точки  $I$  при других положениях глаз над кристаллом, от-

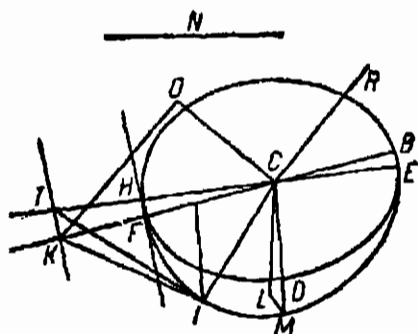


Рис. 33.

личных от двух только что рассмотренных, то изображение этой точки, происходящее вследствие неправильного преломления, всегда будет представляться между обеими высотами точек  $D$  и  $C$ , переходя от одной к другой по мере того, как мы будем пово-

рачиваться вокруг неподвижного кристалла, смотря сверху. Все это также находится в согласии с нашей гипотезой, в чем каждый сумеет убедиться после того, как я изложу здесь способ находить неправильные преломления, которые происходят во всех сечениях кристалла, отличных от двух, нами уже рассмотренных.

Возьмем какую-нибудь грань кристалла; пусть в ней будет эллипс  $HDE$  (рис. 33), центр которого  $C$  будет также центром сфероида  $HME$ , в котором распространяется свет, и сечением которого является

названный эллипс. Пусть падающим лучом, преломление которого надо найти, будет  $RC$ .

Пусть через луч  $RC$  будет проведена плоскость, перпендикулярная к плоскости эллипса  $HDE$  и пересекающая ее по прямой линии  $BCK$ ; проведя в той же плоскости через  $RC$  прямую  $CO$ , перпендикулярную к  $CR$ , построим в углу  $OCK$  линию  $OK$ , перпендикулярную к  $OC$  и равную линии  $N$ , которая, как я предполагаю, обозначает путь света в воздухе за тот промежуток времени, в течение которого он распространяется в кристалле в форме сфероида  $HDEM$ . Затем в плоскости эллипса  $HDE$  через точку  $K$  пусть будет проведена прямая  $KT$ , перпендикулярная к  $BCK$ . Теперь, если представить себе плоскость, проведенную через прямую  $KT$  и касающуюся сфероида  $HME$  в точке  $I$ , то прямая  $CI$  будет преломлением луча  $RC$ , как довольно легко заключить из доказанного в § 36.

Но надо показать, каким образом можно определить точку касания  $I$ . Пусть будет проведена линия  $HF$ , параллельная линии  $KT$  и касающаяся эллипса  $HDE$ , и пусть точка касания будет в  $H$ . Проведя через  $C$  и  $H$  прямую, пересекающую  $KT$  в точке  $T$ , вообразим плоскость, проходящую через ту же прямую  $CH$  и через прямую  $CM$ , которую я предполагаю преломлением перпендикулярного луча; эта плоскость образует в сфероиде эллиптическое сечение  $HME$ . Согласно лемме, которая будет доказана в конце главы, плоскость, проходящая через прямую  $KT$

и касающаяся сфероида, коснется его в некоторой точке эллипса  $HME$ . Но эта точка необходимо будет искомой точкой  $I$ , так как плоскость, проведенная через  $TK$ , может касаться сфероида только в одной точке. Эту точку  $I$  легко определить. Для этого надо только из точки  $T$ , которая находится в плоскости этого эллипса, провести вышеуказанным способом касательную  $IT$ . В самом деле, эллипс  $HME$  нам дан, и  $CH$  и  $CM$  являются его сопряженными полудиаметрами, а прямая, проведенная через  $M$  параллельно  $HE$ , касается эллипса  $HME$ , что следует из того, что плоскость, проведенная через  $M$  и параллельная плоскости  $HDE$ , касается сфероида в этой точке  $M$ , что видно из § 27 и 23. Кроме того, положение этого эллипса относительно плоскости, проходящей через луч  $RC$  и прямую  $СК$ , также дано, откуда легко найти положение преломленного луча  $CI$  по отношению к лучу  $RC$ .

Надо отметить, что с помощью того же эллипса  $HME$  можно найти преломления всякого другого луча, находящегося в плоскости, проведенной через  $RC$  и  $СК$ , так как всякая плоскость, параллельная прямой  $HF$  или  $TK$  и касающаяся сфероида, коснется его согласно только что приведенной лемме в этом эллипсе.

Я детально исследовал свойства неправильного преломления в этом кристалле с целью увидеть, всякое ли явление, вытекающее из нашей гипотезы, совпадает с тем, что наблюдается в самом деле. Поскольку дело так и обстоит в действительности, это служит

неплохим доказательством правильности наших предположений и принципов. Но то, что я здесь прибавлю, подтверждает их еще лучше. Речь идет о различных сечениях этого кристалла; получающиеся при этом поверхности вызывают в точности такие же преломления, какими они должны быть и какими я их предвидел, согласно изложенной выше теории.

Чтобы объяснить, каковы эти сечения, допустим, что  $ABKF$  (рис. 34) будет главным сечением, проходящим через ось кристалла  $ACK$ , в котором также будет находиться ось  $SS$  сфероидной световой волны, рас-

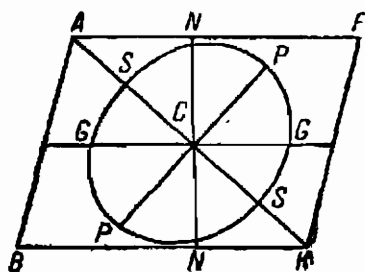


Рис. 34.

пространенной в кристалле из центра  $C$ , и пусть прямая, пересекающая  $SS$  посередине под прямыми углами, т. е. линия  $PP$ , будет одним из больших диаметров.

Как при естественном сечении кристалла плоскостью, параллельной двум его противоположным внешним поверхностям и представленной здесь линией  $GG$ , преломление в полученных поверхностях определяется согласно объясненному в предшествующей теории полусфероидами  $GNG$ , так и при сечении кристалла через  $NN$  плоскостью, перпендикулярной к параллелограмму  $ABKF$ , преломление в полученных поверхностях будет определяться полусфероидами  $NGN$ ; а если его рассечь перпендикулярно к названному параллелограмму по  $PP$ , преломление в поверхностях



будет определяться полусфероидами  $PSP$ , так же будет и для других сечений. Но я заметил, что если плоскость  $NN$  была почти перпендикулярна к плоскости  $GG$ , составляя с ней в сторону  $A$  угол  $NCG$  в  $90^{\circ}40'$ , то полусфероиды  $NGN$  становились подобными полусфероидам  $GNG$ , так как плоскости  $NN$  и  $GG$  были одинаково наклонены к оси  $SS$  на угол в  $45^{\circ}20'$ . Следовательно, если наша теория верна, то поверхности, образованные сечением через  $NN$ , должны производить те же преломления, что и поверхности сечения через  $GG$ ; и это относится не только к поверхностям сечения  $NN$ , но и ко всем остальным поверхностям, образованным плоскостями, наклоненными к оси  $SS$  на такой же угол в  $45^{\circ}20'$ . Таким образом имеется бесконечное множество сечений, которые должны произвести в точности те же преломления, что и естественные поверхности кристалла или сечение, параллельное одной из этих поверхностей, образуемое при его раскалывании.

Я заметил также, что при сечении кристалла плоскостью, проходящей по  $PP$  и перпендикулярной к оси  $SS$ , преломление полученных поверхностей должно быть таким, чтобы перпендикулярный луч ему совершенно не подвергался, в то время как при наклонных лучах имело бы место неправильное преломление, отличное от правильного, причем при первом предмете, помещенные под кристаллом, были бы менее подняты, чем при втором.

Точно так же при сечении кристалла какой-нибудь плоскостью, проходящей через ось  $SS$ , вроде плоскости этого рисунка (рис. 34), перпендикулярный луч не должен преломляться, а при наклонных лучах должны существовать разные меры для неправильных преломлений в зависимости от положения плоскости, в которой находится падающий луч.

Все это так и оказалось в действительности, и после этого я не мог уже сомневаться в подобном же успехе повсюду. Я заключил отсюда, что из такого кристалла можно получить твердые тела, подобные кристаллу в естественной форме, которые произведут на всех своих поверхностях такие же правильные и неправильные преломления, как и естественные поверхности, но которые все-таки раскалываются совершенно иначе и не параллельно какой-либо из своих граней.

Из него можно также получить пирамиды с квадратным, пятиугольным, шестиугольным или любым многоугольным основаниями, все поверхности которых производят такие же преломления, как и естественные поверхности кристалла, исключая основание, которое не преломляет перпендикулярный луч. Каждая из этих поверхностей составит с осью кристалла угол в  $45^{\circ}20'$ , а основанием будет сечение, перпендикулярное к оси.

Наконец, из него можно также сделать треугольные призмы или призмы с любым числом граней, причем ни грани, ни основания их не преломят перпендику-

лярный луч, хотя все они дают двойное преломление наклонных лучей. В числе этих призм имеется куб, основаниями которого будут сечения, перпендикулярные к оси кристалла, а сторонами — сечения, параллельные той же оси.

Из всего этого видно еще и то, что причина неправильного преломления заключается совсем не в определенном расположении слоев кристалла, из которых он кажется составленным и по которым он раскалывается в трех различных направлениях; и было бы напрасно искать ее в нем.

Но для того чтобы всякий, кто будет иметь этот камень, мог проверить на собственном опыте правильность моих утверждений, я опишу здесь способ, которым я пользовался, чтобы вытесать и отшлифовать его. Вытесать его нетрудно с помощью острых колес гранильщиков или тем способом, которым распиливают мрамор, но шлифовка очень трудна, и при пользовании обыкновенными средствами поверхности чаще делаются матовыми, чем блестящими.

После нескольких попыток я нашел, наконец, что для этого нужна не металлическая пластинка, а кусок зеркального стекла, сделанного матовым и лишенного полировки. Затем с помощью формового песка и воды понемногу сглаживают этот кристалл, как и стекла очков, и кристалл все время только полируют, постоянно уменьшая количество вещества. Я все-таки не сумел сделать его совершенно ясным и прозрачным, но ровность, которую приобретают по-

верхности, позволяет наблюдать в них явления преломления лучше, чем в тех поверхностях, которые получаются при раскалывании камня и которые всегда несколько шероховаты.

Если потереть даже не очень сглаженную поверхность небольшим количеством масла или яичного белка, она становится очень прозрачной, так что преломление обнаруживается весьма отчетливо. Это средство особенно нужно, когда желают отшлифовать естественные поверхности, чтобы удалить их неровности, так как их невозможно сделать столь же блестящими, как и поверхности других сечений, которые тем легче поддаются шлифовке, чем менее они приближаются к этим естественным плоскостям.

Прежде чем закончить рассуждения об этом кристалле, я скажу еще об одном удивительном явлении, которое обнаружил после того, как было написано все, что стоит выше. Хотя я еще до сих пор не нашел его причины, все же я хочу указать на него, чтобы предоставить возможность другим отыскать эту причину. Повидимому, нужно принять еще другие предположения сверх сделанных мною, хотя последние и сохраняют все свое правдоподобие, будучи подтвержденными столькими доказательствами.

Явление это заключается в следующем: если мы возьмем два куска кристалла и приложим их один к другому или будем держать их на некотором расстоянии друг от друга, причем все стороны одного параллельны сторонам другого, то световой луч, как,

например,  $AB$  (рис. 35), разделится на два луча в первом куске, т. е. на  $BD$  и  $BC$ , согласно обоим, правильному и неправильному, преломлениям. Но, проникнув из первого куска во второй, каждый луч пройдет в нем уже не разделяясь более на два луча; при этом тот луч, который образовался вследствие правильного преломления, в данном случае  $DG$ ,

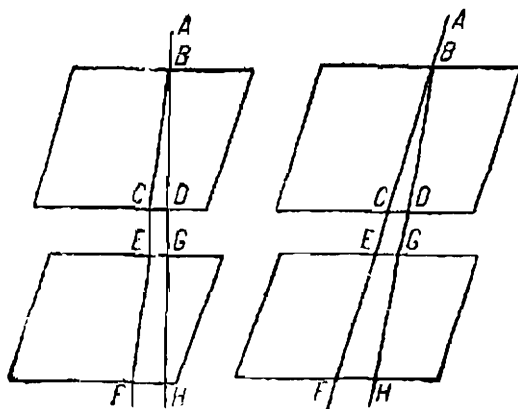


Рис. 35.

подвергнется одному только правильному преломлению и пойдет по  $GH$ , а другой луч  $CE$ —неправильному и пойдет по  $EF$ . То же самое происходит не только при этом расположении, но также и при всех тех,

когда главные сечения обоих кусков находятся в одной плоскости, причем обе обращенные друг к другу поверхности не должны быть обязательно параллельны. Очень странно, что лучи  $CE$  и  $DG$ , падая из воздуха на нижний кристалл, не разделяются подобно первому лучу  $AB$ . Можно было бы сказать, что луч  $DG$ , пройдя через верхний кусок, должен был потерять свойство, необходимое, чтобы привести в движение материю, которая служит для неправильного преломления, и что луч  $CE$  так же должен был потерять свойство, необходимое, чтобы привести в дви-

жение матерью, которая служит для правильного преломления, но существует еще одно обстоятельство, которое опровергает это рассуждение. Именно, если расположить оба кристалла так, чтобы плоскости, образующие главные сечения, пересекались под прямыми углами, причем безразлично, будут ли параллельны или нет поверхности, обращенные друг к другу, то луч, полученный от правильного преломления, как  $DG$ , подвергнется уже только одному неправильному преломлению в нижнем куске, и, наоборот, луч, полученный от неправильного преломления, как  $CE$ , подвергнется уже только одному правильному преломлению.

Но во всех других бесчисленных возможных положениях, отличных от тех, которые я только что определил, каждый из лучей  $DG$  и  $CE$  опять разделяются на два вследствие преломления в нижнем кристалле, так что из одного луча  $AB$  их образуется четыре то одинаковой яркости, то одни значительно меньшей яркости, чем другие, в соответствии с различными относительными положениями кристаллов, но все они вместе, повидимому, не обладают большим количеством света, чем один луч  $AB$ <sup>20</sup>.

Если обратить внимание на то, что тогда как луч  $AB$  всегда разделяется, от положения нижнего куска зависит разделить или не разделить на два каждый из лучей  $CE$  и  $DG$ , которые все время остаются неизменными, то, повидимому, необходимо заключить, что световые волны оттого, что они прошли первый

кристалл, приобрели известную форму или расположение, благодаря которому, встречая ткань второго кристалла при одном положении, они могут привести в движение обе различные материи, которые служат обоим видам преломления; встречая же этот второй кристалл при другом его положении, они могут привести в движение только одну из этих материй. Но для того чтобы объяснить, каким образом это происходит, я до сих пор не нашел ничего меня удовлетворяющего.

Итак, оставляя другим исследование этого вопроса, я перехожу к тому, что имею сказать о причине необыкновенной формы этого кристалла и о том, почему он легко раскалывается в трех различных направлениях, параллельно какой-либо из его поверхностей.

Есть много растительных и минеральных тел и выкристаллизованных солей, которые образуются с определенными углами и правильными формами. Так, среди цветов есть много таких, у которых листья расположены в виде правильных многоугольников с 3, 4, 5 или 6, но не более сторонами. Особенного внимания заслуживают как многосторонняя форма их, так и то, почему число ее сторон не превышает шести.

Горный хрусталь обыкновенно растет в форме шестиугольных палочек, и бывают алмазы, которые рождаются с квадратным концом и полированными поверхностями. Существует род маленьких плоских камешков, расположенных плотно и прямо друг над другом; все они пятиугольной формы с закругленными

углами и сторонами, немного вогнутыми внутрь<sup>21</sup>. Зерна серой соли, которые получаются из морской воды, принимают форму или по крайней мере углы куба; в кристаллических образованиях других солей и сахара находят другие телесные углы с совершенно плоскими поверхностями. Снежинки падают почти всегда в форме маленьких шестиконечных звезд, а иногда в форме шестиугольников с прямыми сторонами. И я часто наблюдал внутри начинающей замерзать воды нечто вроде плоских и тонких ледяных листов, средняя полоса которых раскидывает веточки с наклоном в  $60^\circ$ . Все эти явления заслуживают тщательных исследований, для того чтобы узнать, как и какими приемами работает здесь природа. Но я не имею в виду сейчас рассмотреть этот предмет полностью. Повидимому, правильность, которая обнаруживается в этих произведениях природы, вызывается расположением составляющих их маленьких, невидимых и равных частиц. Возвращаясь к нашему исландскому кристаллу, я замечу, что если бы имелась пирамида, как  $ABCD$  (рис. 36), составленная из маленьких круглых телец, не сферических, но сплюс-

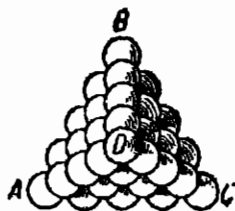


Рис. 36.

нутых сфероидальных, именно таких, какие образовались бы от вращения изображенного рядом (рис. 37) эллипса  $GH$  вокруг его малого диаметра  $EF$ , отношение которого к большому очень близко к отношению 1 к квадрат-

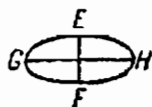


Рис. 37.



ному корню из 8, то телесный угол вершины  $D$  был бы равен тупому и равностороннему углу этого кристалла. Замечу также, что если бы эти тельца были слегка склеены вместе, то при разбиении этой пирамиды она сломалась бы по плоскостям, параллельным граням, которые образуют вершину, и, таким образом, как легко видеть, образовала бы призмы, подобные призмам самого кристалла и изображенным на другом рисунке (рис. 38). Причина этого заключается в том, что при подобном раскалывании целый слой легко отделяется от соседнего слоя, так как каждый сфероид его отрывается не более чем от трех сфероидов другого слоя, из которых только один касается сплюсненной частью своей поверхности, а две других одними своими краями. То, что поверхности отделяются друг от друга чистыми и гладкими, зависит от того, что, если бы какой-нибудь сфероид соседнего слоя желал выйти из него, чтобы примкнуть к отделяющемуся слою, необходимо было бы, чтобы он оторвался от шести других сфероидов, которые крепко держат его и из которых четыре сжимают его своими сплюсненными поверхностями. Принимая во внимание, что как углы нашего кристалла, так и способ, которым он раскалывается, точно соответствуют тому, что получается для фигуры, составленной таким образом из сфероидов, мы имеем большое основание полагать, что частицы его образованы и размещены подобным же образом.

Весьма вероятно даже, что призмы этого кристалла образуются при разламывании пирамид, так как Бар-

толэн сообщает, что иногда находят куски, имеющие трехгранную пирамидальную форму. Но если бы даже масса была только во внутренней своей части составлена из расположенных таким образом маленьких сфероидов, то какой бы ни была ее внешняя форма, очевидно, согласно только что мною объясненному, что, будучи разбита, она образовала бы подобные призмы. Остается посмотреть, нет ли еще оснований, подтверждающих наше предположение, или же других, его опровергающих.

Возможно возражение, что этот кристалл, будучи так составлен, может раскалываться еще двумя способами; согласно одному из них он должен был бы раскалываться по плоскостям, параллельным основанию пирамиды, т. е. треугольнику  $ABC$ , а согласно другому — параллельно плоскости, сечение которой обозначено линиями  $GH$ ,  $NK$ ,  $KL$  (рис. 38). На это я замечаю, что и то и другое рассечения хотя и возможны, но труднее тех, которые были параллельны одной из трех плоскостей пирамиды, и что, таким образом, при ударе по кристаллу с целью его разбить, последний всегда должен расколоться скорее по этим трем плоскостям, чем по двум другим. Если взять несколько сфероидов вышеуказанной формы и разместить их в виде пирамиды, то станет ясно, почему

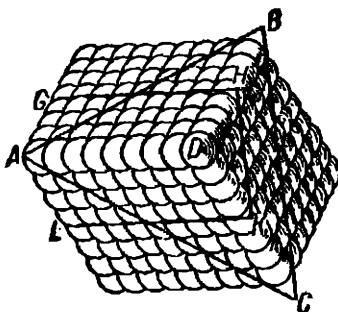


Рис. 38.

эти два рассечения более трудны. Действительно, при рассечении, параллельном основанию, каждый сфероид должен отделиться от трех других, которых он касается сплюснутыми поверхностями, а последние держат сильнее, чем соприкосновение краями. Кроме того, это разделение кристалла не может произойти цельными слоями, так как каждый из сфероидов одного слоя, касаясь шести его окружающих сфероидов того же слоя только одними краями, почти не будет ими удерживаться, вследствие чего легко примыкает к соседнему слою; по той же причине к нему, в свою очередь, примыкают другие сфероиды, что создает неровные слои. Так, мы видим из опыта, что, стачивая кристалл о несколько жесткий камень перпендикулярно оси равностороннего телесного угла, мы действительно с большой легкостью уменьшаем его в этом направлении, но нам очень трудно отшлифовать затем полученную при этом стачивании поверхность.

Что касается рассечения по плоскости  $GHL$ , то мы видим, что при нем каждый сфероид должен отделиться от четырех сфероидов соседнего слоя, из которых два касаются его сплюснутыми поверхностями, а два краями. Таким образом это рассечение также труднее рассечения, совершающегося параллельно одной из поверхностей кристалла, так как при последнем, как мы говорили, каждый сфероид должен отделиться лишь от трех сфероидов соседнего слоя, из которых только один касается его сплюснутой поверхностью, двое же остальных одними краями.

Впрочем, о существовании в кристалле слоев этого последнего вида я узнал из того, что в одном полуфунтовом имеющемся у меня куске видно, что он, так же как вышеуказанная призма, расколот по всей длине плоскостью, проходящей через  $GHKL$ ; это обнаруживают радужные краски, распространенные по всей этой плоскости, хотя оба куска и держатся еще вместе. Все это доказывает, что строение кристалла таково, как мы утверждаем. К этому я прибавлю еще следующий опыт: если поскрести ножом по одной из естественных поверхностей, исходя из равностороннего телесного угла, т. е. от вершины пирамиды, то кристалл окажется очень твердым, если же скрести в обратном направлении, то его легко поцарапать. Это, очевидно, вытекает из положения маленьких сфероидов, — при первом способе нож по ним скользит, при втором же он их поддевает приблизительно, как чешую рыбы.

Я ничего не решаюсь высказать о том, каким образом порождаются столь маленькие, равные и подобные тела, ни о том, как они распределяются в таком прекрасном порядке, — образуются ли они сначала, а затем собираются вместе, или же распределяются таким образом при порождении и по мере того, как создаются (что мне кажется более правдоподобным). Для разъяснения столь скрытых истин нужно значительно большее познание природы, чем то, которым располагаем мы. Я добавлю только, что эти маленькие сфероиды могли бы способствовать образованию до-

пущенных нами выше сфероидов световых волн, так как те и другие одинаково расположены и имеют параллельные оси.

ВЫЧИСЛЕНИЯ, КОТОРЫЕ ПРЕДПОЛАГАЛИСЬ  
В ЭТОЙ ГЛАВЕ УЖЕ ПРОИЗВЕДЕННЫМИ

Бартолен в своем трактате об этом кристалле полагал тупые углы граней в  $101^\circ$ , я же их дал равными  $101^\circ 52'$ . Он говорит, что измерял эти углы непосредственно на кристалле, что трудно сделать с очень большой точностью ввиду того, что ребра, как  $CA$  и  $AB$ , изображенные на рисунке (рис. 39), обыкновенно попорчены и не особенно прямы. Для большей верности я предпочел смерить тупой угол, на который наклонены друг к другу грани  $CBDA$  и  $CBVF$ , т. е. угол  $OCN$ ; проведя  $CN$  перпендикулярно  $FV$  и  $CO$  перпендикулярно к  $DA$ , я нашел этот угол  $OCN$  равным  $105^\circ$ , а его дополнение к двум прямым — угол  $CNP$ , равным  $75^\circ$ , как и должно быть.

Чтобы найти отсюда тупой угол  $BCA$ , я представил себе сферу с центром в  $C$ , и на ее поверхности сферический треугольник, образованный пересечением трех плоскостей, составляющих телесный угол  $C$ . В этом равностороннем треугольнике, представленном на следующем рисунке (рис. 40) через  $ABF$ , я нашел что каждый из углов должен быть равен  $105^\circ$ , т. е. углу  $OCN$ , и что каждая из сторон должна иметь столько градусов, сколько углы  $ACB$ ,  $ACF$  или  $BCF$ . Значит, после того как была проведена дуга  $FQ$

перпендикулярно к стороне  $AB$ , которую она делит пополам в  $Q$ , треугольник  $FQA$  имел угол  $Q$  прямым, угол  $A$  — в  $105^\circ$  и угол  $F$  — равным половине последнего, т. е. в  $52^\circ 30'$ ; отсюда находится гипотенуза  $AF$ , равная  $101^\circ 52'$ . Эта дуга и является мерой угла  $ACF$ , на рисунке, изображающем кристалл.

Если на том же рисунке (рис. 39) плоскость  $CGHF$  делит кристалл так, что тупые углы  $ACB$  и  $MFV$

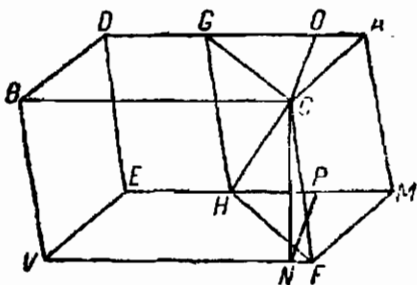


Рис. 39.

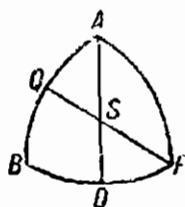


Рис. 40.

разделены ею пополам, то, как было сказано в § 10, угол  $CFH$  будет в  $70^\circ 57'$ . Это легко доказывается на том же сферическом треугольнике  $ABF$ ; из него видно, что дуга  $FQ$  имеет столько же градусов, сколько угол  $GCF$  в кристалле, а дополнением к  $GCF$  до двух прямых будет угол  $CFH$ . Дуга же  $FQ$  оказывается равной  $109^\circ 3'$ . Значит, дополнение ее, угол  $CFH$ , будет равен  $70^\circ 57'$ .

В § 26 было сказано, что так как прямая  $CS$ , изображенная на рис. 39 через  $CH$ , является осью кристалла, т. е. одинаково наклонена к трем ребрам  $CA$ ,  $CB$  и  $CF$ , то угол  $OCH$  будет в  $45^\circ 20'$ , что

также легко вычисляется с помощью сферического треугольника. Так, если провести другую дугу  $AD$ , которая делит  $BF$  пополам, а  $FQ$  пересекает в  $S$ , то последняя точка будет центром этого треугольника; легко видеть, что дуга  $SQ$  является мерой угла  $GCH$  на рисунке, представляющем кристалл. Но в треугольнике  $QAS$  (рис. 40), который прямоуголен, известен

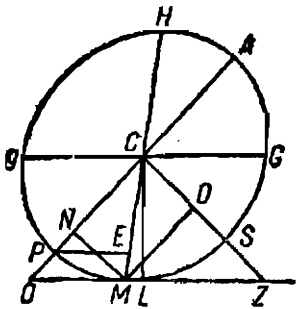


Рис. 41.

также угол  $A$ , равный  $52^{\circ}30'$ , и сторона  $AQ$ , равная  $50^{\circ}56'$ , откуда находится, что сторона  $SQ$  равна  $45^{\circ}20'$ .

В § 27 надо доказать следующее:

Если  $PMS$  будет эллипсом с центром в  $C$ , если этот эллипс касается прямой  $MD$  в точке  $M$  так, что угол  $MCL$ , который образуют  $CM$  с  $CL$ , перпендикуляром к  $DM$ , имеет  $6^{\circ}40'$ , если малый полуэллипс этого эллипса  $CS$  образует с  $CG$ , параллельной  $AD$ , угол  $GCS$  в  $45^{\circ}20'$  и если  $CM$  имеет 100 000 частей, то большой полуэллипс этого эллипса  $PC$  будет иметь 105 032, а малый полуэллипс  $CS$  — 93 400 частей.

Продолжим  $CP$  и  $CS$  (рис. 41), и пусть их продолжения встретят касательную  $DM$  в  $D$  и в  $Z$ ; из точки касания пусть будут проведены  $MN$  и  $MO$  перпендикулярно к  $CP$  и  $CS$ . Так как углы  $SCP$  и  $GCL$  прямые, то угол  $PCL$  будет равен углу  $GCS$ , который имеет  $45^{\circ}20'$ . Отняв угол  $LCM$ , равный  $6^{\circ}40'$ ,

от угла  $LCP$ , равного  $45^{\circ}20'$ , получим угол  $MCP$  в  $38^{\circ}40'$ . Примем затем  $CM$  за радиус, содержащий 100 000 частей; тогда  $MN$ , или синус  $38^{\circ}40'$ , будет равен 62 479 частям. В прямоугольном треугольнике  $MND$ ,  $MN$  будет относиться к  $ND$ , как радиус таблиц к тангенсу  $45^{\circ}20'$  (потому что угол  $MND$  равен углу  $DCL$  или углу  $GCS$ ), т. е. как 100 000 относятся к 101 170, откуда  $ND$  равно 63 210. Но  $NC$  имеет 78 079 таких же частей, каких  $CM$  имеет 100 000, так как  $NC$  есть синус дополнительного угла к  $MCP$ , который равнялся  $38^{\circ}40'$ . Значит, вся линия  $DC$  имеет 141 289 частей, а  $CP$ , которая представляет собой среднюю пропорциональную между  $DC$  и  $CN$ , так как  $MD$  касается эллипса, будет иметь 105 032 части.

Далее, так как угол  $OMZ$  равен  $CDZ$  или  $LCZ$ , причем  $LCZ$ , являясь дополнением к  $GCS$ , равен  $44^{\circ}40'$ , то отношение  $OM$ , имеющего 78 079 частей, к  $OZ$ , имеющему 77 176 частей, равно отношению радиуса таблиц к тангенсу  $44^{\circ}40'$ . Но линия  $OC$  имеет 62 479 таких частей, каких  $CM$  содержит 100 000, так как она равна  $MN$ , синусу угла  $MCP$  в  $38^{\circ}44'$ . Значит, вся линия  $CZ$  содержит 139 055, а  $CS$ , средняя пропорциональная между  $CZ$  и  $CO$ , 93 410.

В том же месте было сказано, что  $CG$  содержит 98 779 частей. Чтобы это доказать, проведем на том же рисунке прямую  $PE$ , параллельно  $DM$  и встречающую  $CM$  в точке  $E$ . В прямоугольном треугольнике  $CLD$  сторона  $CL$  содержит 99 324 части ( $CM$  со-



держит 100 000 частей), так как  $CL$  есть синус угла дополнительного к углу  $LCM$  в  $6^\circ 40'$ . А так как угол  $LCD$  равен  $45^\circ 20'$ , будучи равным углу  $GCS$ , то сторона  $LD$  окажется равной 100 486 частям; отняв отсюда  $ML$ , равную 11 609 частям, получим  $MD$ , равную 88 877 частям. Далее,  $CD$ , которая имеет 141 289 частей, относится к  $DM$ , содержащей 88 877 частей, как  $CP$ , содержащая 105 032 части, относится к  $PE$ , содержащей 66 070 частей. Но прямоугольник  $MEH$ , или же разность квадратов  $CM$  и  $CE$ , относится к квадрату  $MC$ , как квадрат  $PE$  относится к квадрату  $Cg$ ; значит, разность квадратов  $DC$  и  $CP$  относится к квадрату  $CD$ , как квадрат  $PE$  к квадрату  $gC$ . Но  $DP$ ,  $CP$  и  $PE$  известны, значит, известна также и  $GC$ , которая равна 98 779 частям.

ЛЕММА, КОТОРАЯ БЫЛА ПРЕДПОЛОЖЕНА ИЗВЕСТНОЙ

Если какого-либо сфероида касается прямая линия, а также одна или несколько плоскостей, параллельных этой прямой, но не параллельных между собой, то все точки касания как прямой линии, так и плоскостей будут лежать на одном и том же эллипсе, являющемся сечением плоскостью, проходящей через центр сфероида.

Пусть сфероида  $LED$  (рис. 42) касаются прямая линия  $BM$  в точке  $B$  и плоскости, параллельные этой линии, в точках  $O$  и  $A$ . Надо доказать, что точки  $B$ ,  $O$  и  $A$  будут находиться на одном и том же эллипсе, полученном на сфероиде сечением плоскостью, проходящей через его центр.

Пусть через линию  $BM$  и через точки  $O$  и  $A$  будут проведены плоскости, параллельные между собой и в пересечении со сфероидом образующие эллипсы  $LBD$ ,  $POP$  и  $QAQ$ ; все эти эллипсы будут подобны и подобно расположены, а их центры  $K$ ,  $N$  и  $R$  будут лежать на одном диаметре сфероида, который будет также диаметром эллипса, полученного сечением плоскостью, проходящей через центр сфероида и пересекающей плоскости трех названных эллипсов под прямыми углами; все это ясно из 15-го предложения книги Архимеда „О коноидах и сфероидах“.

Кроме того, две последние плоскости, проведенные через точки  $O$  и  $A$ , пересекая плоскости, которые касались сфероида в этих же самых точках, образуют прямые линии  $OH$  и  $AS$ , которые, как легко видеть, параллельны  $BM$ ; и все прямые линии  $BM$ ,  $OH$  и  $AS$  коснутся эллипсов  $LBD$ ,  $POP$  и  $QAQ$  в этих точках  $B$ ,  $O$  и  $A$ , так как эти точки лежат одновременно в плоскостях эллипсов и в плоскостях, касающихся сфероида. Если теперь от этих точек  $B$ ,  $O$  и  $A$  провести прямые  $BK$ ,  $ON$  и  $AR$  через центры тех же эллипсов и если через эти центры провести также диаметры  $LD$ ,  $PP$  и  $QQ$ , параллельные касательным  $BM$ ,  $OH$  и  $AS$ , то диаметры эти будут сопряженными

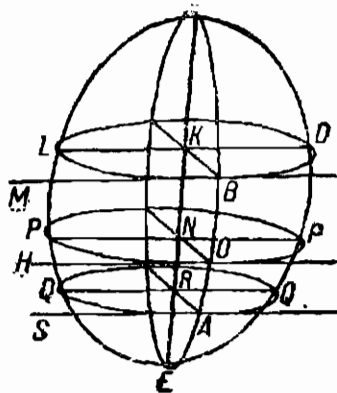


Рис. 42.

с диаметрами  $BK$ ,  $ON$  и  $AR$ . И так как все три эллипса подобны и подобно расположены и так как диаметры их  $LD$ ,  $PP$  и  $QQ$  параллельны, то несомненно, что их сопряженные диаметры  $BK$ ,  $ON$  и  $AR$  также параллельны. А так как центры  $K$ ,  $N$  и  $R$  находятся, как было сказано, на одном и том же диаметре сфероиды, то эти параллельные прямые  $BK$ ,  $ON$  и  $AR$  необходимо окажутся в одной плоскости, которая проходит через этот диаметр сфероиды, и, следовательно, точки  $B$ ,  $O$  и  $A$  будут на одном и том же эллипсе, полученном от пересечения этой плоскостью, что и требовалось доказать. Ясно, что доказательство было бы таким же, если бы кроме точек  $O$  и  $A$  имелись еще другие, в которых касались бы сфероиды плоскости, параллельные прямой  $BM$ .

---

## ГЛАВА ШЕСТАЯ

### О ФОРМАХ ПРОЗРАЧНЫХ ТЕЛ, СЛУЖАЩИХ ДЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ

**П**ОСЛЕ того как я объяснил, как вытекают свойства отражения и преломления прозрачных и непрозрачных тел из наших предположений о природе света, я дам здесь весьма простой и естественный способ, позволяющий из тех же самых принципов вывести правильные формы для тел, которые посредством отражения или преломления собирают или соответственно желанию рассеивают лучи света. Правда, я еще не вижу, чтобы было можно пользоваться этими формами для преломления, с одной стороны, вследствие трудности придать с требуемой точностью нужную форму стеклам зрительной трубки, а с другой — потому, что в самом преломлении заключается одно свойство, которое, как это очень хорошо было доказано с помощью опытов Ньютоном, препятствует совершенно правильному соединению лучей. Все же я приведу здесь исследование этих форм, так как оно

направляется здесь, так сказать, само собой и так как то согласие, которое здесь обнаруживается между лучом преломленным и отраженным, еще раз подтверждает нашу теорию преломления. Кроме того, может случиться, что для них в будущем будут открыты полезные применения, еще неизвестные теперь.

Обращаясь теперь к этим формам, положим прежде всего, что желательно найти поверхность  $CDE$ , собирающую лучи, выходящие из точки  $A$ , в другой

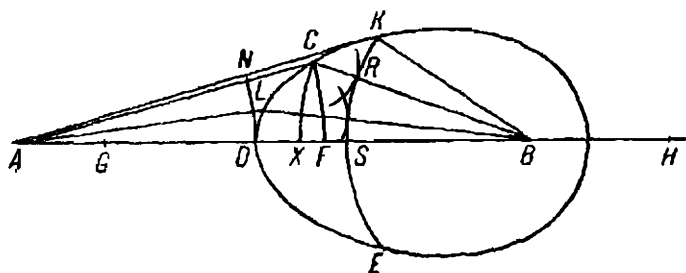


Рис. 43.

точке  $B$ . Пусть точка  $D$ , заданная на прямой  $AB$  (рис. 43), будет вершиной поверхности. Я утверждаю, что как для отражения, так и для преломления поверхность нужно сделать лишь такой, чтобы путь света от точки  $A$  ко всем точкам кривой линии  $CDE$  и от этих точек до точки соединения, как на рисунке путь, указанный прямыми  $AC$  и  $CB$  или  $AL$  и  $LB$ , или  $AD$  и  $DB$ , проходил в одинаковые промежутки времени. Благодаря этому определение этих кривых становится весьма простым.

В самом деле, если дело идет об отражающей поверхности, то ввиду того, что сумма линий  $AC$  и  $CB$

должна равняться сумме  $AD$  и  $DB$ , ясно, что  $DCE$  должно быть эллипсом; при преломлении же, предположив отношение скоростей световых волн в прозрачных средах  $A$  и  $B$  известным, например равным отношению 3 к 2 (оно при преломлении, как нами было показано, равно отношению синусов), нужно только  $DH$  сделать равным  $\frac{3}{2}$  от  $DB$ , после чего, описав из центра  $A$  некоторую дугу  $FC$ , пересекающую  $DB$  в  $F$ , нужно провести другую дугу с центром в  $B$  и с полудиаметром  $BX$ , равным  $\frac{2}{3}$  от  $FH$ ; точка пересечения  $C$  двух дуг и будет одна из искомым точек, через которую должна пройти кривая. В самом деле, определив таким образом эту точку, легко будет прежде всего показать, что время прохождения по  $AC$  и  $CB$  равно времени прохождения по  $AD$  и  $DB$ .

В самом деле, если допустить, что линия  $AD$  представляет промежуток времени, нужный свету, чтобы пройти как раз эту длину  $AD$  в воздухе, то очевидно, что  $DH$ , равное  $\frac{3}{2}$  от  $DB$ , представит промежуток времени, нужный свету, чтобы пройти по  $DB$  в прозрачной среде, так как в этой среде его движение медленнее и ему требуется соответственно большее время. Значит, вся линия  $AH$  представит время, нужное для прохождения света по  $AD$  и  $DB$ . Точно так же линии  $AC$  или  $AF$  изобразят время прохождения по пути  $AC$ ; а так как  $FH$  по построению



хождения по  $AK$  равно времени прохождения по  $AC$  и  $CR$ . Значит, за то время, в которое свет придет по  $AK$ , он придет также и по  $AC$ , и, сверх того, образуется в прозрачной среде отдельная сферическая волна с центром в  $C$  и с полудиаметром, равным  $CR$ ; эта волна должна будет коснуться окружности  $KS$  в  $R$ , потому что  $CB$  пересекает эту окружность под прямыми углами. Точно таким же образом, взяв на кривой какую-нибудь другую точку  $L$ , можно будет показать, что за время прохождения света по  $AK$  эта волна успеет также пройти по  $AL$  и что, кроме того, успеет образоваться отдельная волна из центра  $L$ , которая коснется той же самой окружности  $KS$ . Точно так же обстоит дело со всеми другими точками кривой  $CDE$ . Значит, в тот момент, когда свет достигнет  $K$ , дуга  $KRS$  закончит собой движение, распространившееся из  $A$  через  $DCK$ . Таким образом именно эта дуга явится в прозрачной среде распространением вышедшей из точки  $A$  волны, которую можно изобразить дугой  $DN$  или какой-нибудь другой дугой, более близкой к центру  $A$ . Но все места дуги  $KRS$  распространяются затем по прямым, которые к ней перпендикулярны, т. е. по таким прямым, которые стремятся к центру  $B$  (это доказывалось так же, как уже нами было доказано выше, что места сферических волн распространяются по прямым, исходящим из их центра); и эти продвижения отдельных мест световых волн как раз и будут лучами света. Таким образом видно, что все эти лучи стремятся здесь к точке  $B$ ,



Можно было бы также найти точку  $C$  и все другие точки преломляющей кривой, разделив  $DA$  в  $G$  (рис. 43) так, чтобы  $DC$  составляло  $\frac{2}{3}$  от  $DA$ , и описав из центра  $B$  некоторую дугу  $CX$ , пересекающую  $BD$  в  $X$ , а из центра  $A$  другую дугу с диаметром  $AF$ , равным  $\frac{3}{2}$  от  $GX$ . Можно было бы еще, описав, как и раньше, дугу  $CX$ , сделать  $DF$  равным  $\frac{3}{2}$  от  $DX$  и из центра  $A$  описать дугу  $FC$ ; оба эти построения, как легко увидеть, сводятся к только что показанному первому построению. Кроме того, из последнего построения очевидно, что эта кривая та же, которую дал в своей „Геометрии“ Декарт и которую он называет первым из своих овалов.

Только одна часть этого овала служит для преломления, и если предположить, что  $AK$  — касательная, то это будет часть  $DK$ , заканчивающаяся в  $K$ . Что касается другой части, то Декарт заметил, что она бы служила для преломлений, если бы существовала такого рода зеркальная материя, что с ее помощью сила лучей (мы скажем скорость света, чего Декарт сказать не может, так как считает, что движение распространяется мгновенно) увеличивается в отношении 3 к 2. Но мы показали, что согласно нашему объяснению отражения это не может происходить от вещества зеркала и совершенно невозможно.

На основании того, что было доказано об этом овале, легко можно найти ту форму, которая служит



же, как и предшествующее. То же обстоятельство, что эта служащая для преломления кривая линия  $CDE$  (рис. 45) представляет собою эллипс, большой диаметр которого относится к расстоянию между его фокусами, как 3 к 2, что равно отношению преломления, легко получить с помощью алгебраического вычисления. В самом деле, если обозначить через  $a$  данную линию  $DB$ , через  $x$  — неизвестный перпендикуляр к ней  $DT$ , через  $y$  — линию  $TC$ , то  $FB$  будет равно  $a - y$ , и

$$CB = \sqrt{xx + aa - 2ay + yy}.$$

Но кривая, как было сказано в последнем построении, обладает тем свойством, что  $\frac{2}{3}$  от  $TC$  вместе с  $CB$  равны  $DB$ ; значит, между

$$\frac{2}{3}y + \sqrt{xx + aa - 2ay + yy}$$

и  $a$  будет иметь место уравнение; после преобразований получается

$$\frac{6}{5}ay - yy = \frac{9}{5}xx;$$

т. е. если сделать  $DO$  равным  $\frac{6}{5}$  от  $DB$ , то прямоугольник  $DFO$  будет равен  $\frac{9}{5}$  от квадрата  $FC$ . Отсюда видно, что  $DC$  представляет собою эллипс, ось которого относится к параметру, как 9 к 5, а значит, квадрат  $DO$  относится к квадрату фокусного расстоя-

ния, как 9 к 9 — 5, т. е. к 4; наконец, линия  $DO$  будет относиться к расстоянию между фокусами, как 3 к 2.

Если, наоборот, предположить точку  $B$  бесконечно удаленной, то мы найдем, что  $CDE$  вместо нашего первоначального овала будет представлять собой настоящую гиперболу (рис. 47), благодаря которой лучи, выходящие из  $A$ , станут параллельными, а следовательно, те, которые параллельны в прозрачном теле, соберутся вне его

в точке  $A$ . Здесь следует заметить, что  $CX$  и  $KS$  становятся прямыми линиями, перпендикулярными к  $BA$ , так как они изображают собою дуги кругов, центр которых  $B$  бесконечно удален, и что пересечение перпендикуляра  $CX$

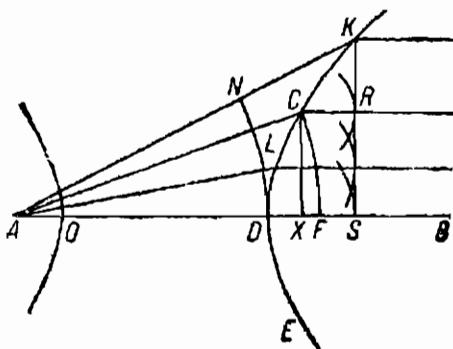


Рис. 47.

с дугою  $FC$  даст точку  $C$ , одну из тех, через которые должна проходить кривая; в соответствии с этим все части световой волны  $DN$ , встретив поверхность  $KDE$ , продвинутся затем по линиям, параллельным к  $KS$ , и придут к этой прямой в одно и то же время; доказательство этого опять такое же, какое было дано для первого овала.

В конце концов с помощью столь же простого, как и предыдущее, вычисления находят, что  $CDE$  является здесь гиперболой, ось которой соста-

вляет  $\frac{4}{5}$  от  $AD$ , а параметр равен  $AD$ . Отсюда легко показать, что  $DO$  относится к расстоянию между фокусами, как 3 к 2.

Таковы два случая, в которых конические сечения служат для преломлений. Их как раз объясняет Декарт в своей „Диоптрике“. Декарт первый нашел приме-

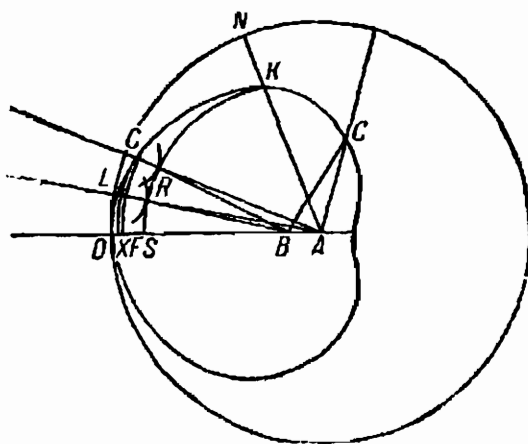


Рис. 48.

нение этих линий по отношению к преломлению, равно как и применение овалов, о первом из которых нами уже было сказано. Другой овал применяется для лучей, стремящихся к какой-нибудь

заданной точке (рис. 48 и 49); если в этом овале вершина, на которую падают лучи, будет  $D$ , то, в зависимости от того, будет ли отношение  $AD$  к  $DB$  задано бóльшим или меньшим, другая вершина пройдет между  $B$  и  $A$  или за точкой  $A$ . В последнем случае это будет тот овал, который Декарт называет третьим.

Определение и построение этого второго овала совершенно такое же, как и первого; равно одинаковым будет и доказательство его действия. Но достойно внимания, что в одном случае, как я уже давно заме-

тил, этот овал обращается в совершенный круг, а именно, когда отношение  $AD$  к  $DB$  равно отношению преломления, в данном случае отношению 3 к 2. Нет надобности помещать здесь четвертый овал, так как он служит только для практически невозможных отражений.

Что касается способа, каким Декарт нашел эти линии, то, так как ни он, ни, насколько мне известно, кто-либо другой с тех пор его не объяснял, я укажу здесь мимоходом, какого рода он должен был бы быть, по-моему. Пусть будет предложено найти поверхность, образованную вращением кривой  $KDE$  (рис. 50), такого рода, чтобы лучи, попадающие на нее из точки  $A$ , обращались ею к точке  $B$ .

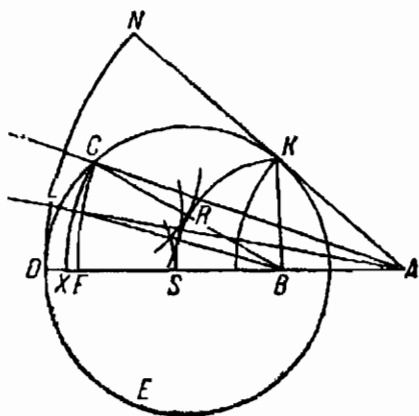


Рис. 49.

Рассматривая эту кривую, как уже известную, и поместив ее вершину в точке  $D$  на прямой  $AB$ , разделим ее точками  $G, C, F$  на бесконечное число маленьких частей; проведя затем из каждой из этих точек по направлению к  $A$  прямые линии, представляющие собою падающие лучи, и по направлению к  $B$  другие прямые, опишем еще из центра  $A$  дуги круга  $GL, CM, FN, DO$ , пересекающие приходящие из  $A$  лучи в точках  $L, M, N, O$ ; из точек  $K, G, C, F$  опишем дуги  $KQ, GR, CS, FT$ , пересекающие прове-



суммой всех предшествующих. Если же продолжить дугу  $KQ$  до ее пересечения с  $AD$  в  $Y$ , то суммой последующих будет  $DY$ . Значит,  $KX$  должно было относиться к  $DY$ , как 3 к 2. Отсюда становилось ясно, что кривая  $KDE$  была такого рода, что если провести из какой-нибудь на ней взятой точки, как, например,  $K$ , прямые  $KA$  и  $KB$ , то избыток, на который  $AK$  превосходит  $AD$ , будет относиться к избытку  $DB$  над  $KB$ , как 3 к 2. В самом деле, взяв на кривой какую-нибудь другую точку, как, например,  $G$ , можно также показать, что отношение избытка  $AG$  над  $AD$ , т. е.  $VG$ , к избытку  $BD$  над  $DG$ , т. е.  $DP$ , равно отношению 3 к 2. Согласно этому свойству Декарт в своей „Геометрии“ и построил эти кривые и легко признал, что для случая параллельных лучей они становятся гиперболами и эллипсами.

Вернемся теперь к нашему способу и покажем, что он без труда приводит к определению тех линий, которые должны ограничивать стекло с одной стороны, если форма другой стороны задана, причем она может быть не только плоской, или сферической, или образованной каким-нибудь коническим сечением (с таким ограничением поставил эту задачу Декарт, предоставив ее решение последующим исследователям), но вообще произвольной, т. е. образованной вращением какой-нибудь заданной кривой линии, к которой нужно только уметь провести прямые касательные линии.

Пусть заданная форма образована вращением какой-нибудь подобной кривой  $AK$  вокруг оси  $AV$



(рис. 51); пусть эта сторона стекла получает лучи, исходящие из точки  $L$ . Пусть, кроме того, известны толщина  $AB$  в середине стекла и точка  $F$ , в которой

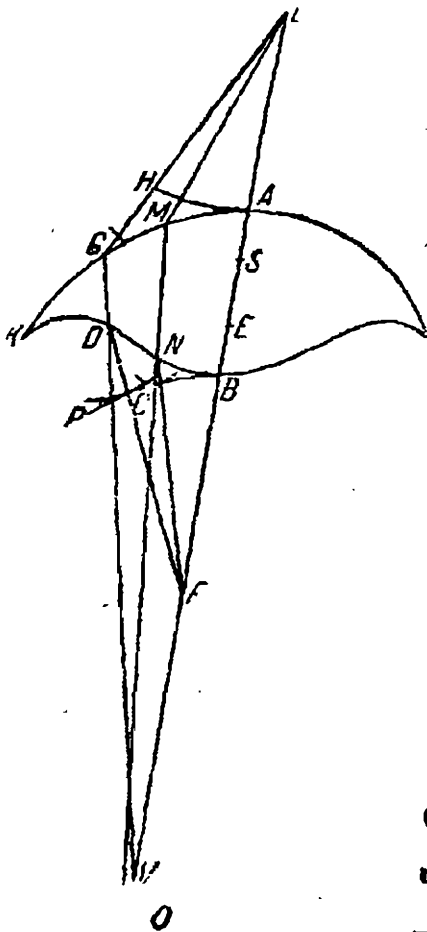


Рис. 51.

должны точно сойтись все лучи, каким бы ни было при этом первое преломление, происходящее на поверхности  $AK$ .

Я утверждаю, что для этого необходимо только, чтобы линия  $BDK$ , образующая другую поверхность, была такого рода, чтобы путь света от точки  $L$  до поверхности  $AK$ , и отсюда до поверхности  $BDK$  и отсюда до точки  $F$  совершался повсюду в одинаковые промежутки времени и равнялся времени, в которое свет проходит прямую  $LF$ , часть которой  $AB$  находится в стекле.

Пусть  $LG$  будет луч, падающий на дугу  $AK$ . Его преломление получится с помощью касательной, проведенной к точке  $G$ . Теперь надо найти на  $GV$  такую точку  $D$ , чтобы  $FD$  вместе с  $\frac{3}{2}$  от  $DG$  и пря-

$L$  преломлен  $FR$  вместе с  $\frac{3}{2}$  от  $RA$  и пр-

мой  $AL$ , которые, очевидно, имеют заданную длину. Или же, если отнять с той и другой стороны отрезок  $LG$ , также заданный, нужно только провести  $FD$  к прямой  $VG$  так, чтобы  $FD$  вместе с  $\frac{3}{2}$  от  $DG$  было равно некоторой заданной линии; это весьма простая плоская задача, и точка  $D$  будет одной из тех, через которые должна пройти кривая  $BDK$ . Точно так же, проведя другой луч  $LM$  и найдя его преломление  $MO$ , можно будет найти на этой линии точку  $N$ , а также еще сколько угодно точек.

Для того чтобы показать действие кривой, опишем из центра  $L$  дугу круга  $AH$ , пересекающую  $LG$  в  $H$ , и из центра  $F$  дугу  $BP$  и возьмем на  $AB$  отрезки  $AS$ , равный  $\frac{2}{3}$  от  $HG$ , и  $SE$ , равный  $GD$ . Далее, если рассматривать  $AH$  как световую волну, вышедшую из точки  $L$ , то, очевидно, что в то время, когда ее место  $H$  приходит в  $G$ , место  $A$  продвинется в прозрачном теле лишь на  $AS$ , так как я, как и выше, предполагаю отношение преломления равным 3 к 2. Но мы знаем, что попадающее на  $G$  место волны продвигается оттуда по линии  $GD$ , потому что  $GV$  представляет собою преломление луча  $LG$ . Значит, за время, в течение которого это место волны пришло из  $G$  в  $D$ , другое место волны, которое было в  $S$ , пришло в  $E$ , так как  $GD$  и  $SE$  равны. Но в то время, когда это последнее продвинется из  $E$  в  $B$ , часть волны, бывшая в  $D$ , распространит в воздухе свою отдельную волну, полудиаметр кото-

рой  $DC$  (если предположить, что эта волна пересекает прямую  $DF$  в  $C$ ) будет равен  $\frac{3}{2}$  от  $EB$ , так как скорость света вне прозрачного тела относится к скорости внутри него, как 3 к 2. Но легко показать, что эта волна коснется в точке  $C$  дуги  $BP$ . В самом деле, по построению

$$FD + \frac{3}{2}DG + GL = FB + \frac{3}{2}BA + AL.$$

Если отнять равные отрезки  $LH$  и  $LA$ , то останется

$$FD + \frac{3}{2}DG + GH = FB + \frac{3}{2}BA.$$

Если отнять снова с одной стороны  $GH$ , а с другой стороны  $\frac{3}{2}$  от  $AS$ , которые равны между собой, то получится в остатке, что  $FD$  с  $\frac{3}{2}$  от  $GD$  равно  $FB$  с  $\frac{3}{2}$  от  $BS$ . Но  $\frac{3}{2}$  от  $DG$  равно  $\frac{3}{2}$  от  $ES$ , значит,  $FD$  равняется  $FB$  с  $\frac{3}{2}$  от  $BE$ . Но  $DC$  было равно  $\frac{3}{2}$  от  $EB$ , значит, если отнять с той и другой стороны равные отрезки, останется  $CF$ , равное  $FB$ ; и, таким образом, становится видно, что волна с полудиаметром  $DC$  касается дуги  $BP$  в тот момент, когда свет, исходивший из точки  $L$ , пришел в  $B$  по прямой  $LB$ . Точно так же можно доказать, что в тот же самый момент свет, пришедший по любому дру-

тому лучу, как, например,  $LM$  и  $MN$ , распространит движение, которое будет ограничено дугой  $BP$ . Отсюда следует, как это уже часто говорилось, что распространением волны  $AH$  после ее прохода через толщу стекла будет сферическая волна  $BP$ , все отдельные места которой должны продвигаться к центру  $F$  по прямым линиям, которые будут световыми лучами, что и требовалось доказать. Таким же способом находятся эти кривые линии во всех других возможных случаях, что будет достаточно ясно с помощью одного или двух приводимых мною примеров.

Пусть будет дана поверхность стекла  $AK$ , образованная вращением кривой или прямой линии  $AK$  вокруг оси  $VA$ . Пусть будет также дана на оси точка  $L$  и толщина стекла  $BA$ ; надо найти другую поверхность  $KDB$ , которая, получая параллельные  $VA$  лучи, направляет их так, что они, преломившись у заданной поверхности  $AK$ , собираются все в точке  $L$ .

Пусть из точки  $L$  к какой-нибудь точке на данной линии  $AK$  будет проведена прямая линия  $LG$  (рис. 52); рассматривая ее как луч света, можно будет найти ее преломление  $GD$ , которое при продолжении

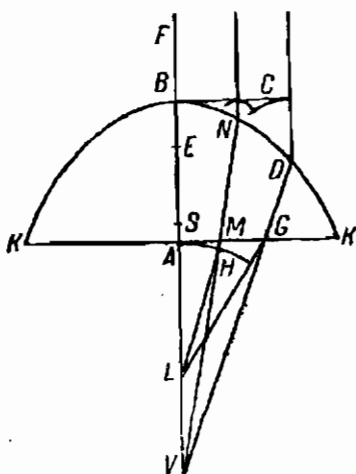


Рис. 52.

пересечет с той или другой стороны прямую  $VL$  здесь, например, в точке  $V$ . Пусть затем будет восстановлен к  $AB$  перпендикуляр  $BC$ , который представит собою световую волну, приходящую из бесконечно удаленной точки  $F$ , так как мы предложили лучи параллельными. Нужно, значит, чтобы все отдельные части этой волны  $BC$  приходили в точку  $L$  в одно время; или же чтобы все отдельные части волны, вышедшей из точки  $L$ , приходили в одно время к прямой  $BC$ . Для этого на линии  $VGD$  надо найти такую точку  $D$ , чтобы, если провести  $DC$  параллельно  $AB$ , сумма  $CD$ ,  $\frac{3}{2}$  от  $DG$  и  $GL$  была равна сумме  $\frac{3}{2}$  от  $AB$  и  $AL$ ; или, отнимая с той и другой стороны заданный отрезок  $GL$ , надо, чтобы  $CD$  вместе с  $\frac{3}{2}$  от  $DG$  было равно заданной линии, что представляет собою еще более простую задачу, чем предшествующее построение. Найденная таким образом точка  $D$  будет одною из тех, через которые должна пройти кривая; доказательство этого такое же, как и раньше. С его помощью доказывается, что приходящие из точки  $L$  волны, пройдя через стекло  $КАКВ$ , примут форму прямых линий, как  $BC$ , что равносильно утверждению, что лучи становятся параллельными.

Обратно отсюда следует, что лучи, падающие параллельными на поверхность  $КДВ$ , соберутся в точке  $L$ .

Пусть затем будет дана произвольная поверхность  $AK$  (рис. 53), образованная вращением вокруг оси  $AB$ , и дана  $AB$ , толщина середины стекла. Пусть также позади стекла на оси будет дана точка  $L$ , в которой по нашему предположению сходятся лучи, падающие на поверхность  $AK$ , и пусть требуется найти поверхность  $BD$ , которая отклоняет лучи при выходе их из стекла так, что они как бы исходят из точки  $F$ , находящейся перед стеклом.

Если взять какую-нибудь точку  $G$  на линии  $AK$  и провести прямую  $IGL$ , то ее часть  $GI$  представит собой один из падающих лучей, преломление которого  $GV$  можно будет найти; на прямой  $GV$  и нужно найти точку  $D$ , т. е. одну из тех точек, через которые должна пройти кривая  $DB$ . Положим, что эту точку нашли; в том случае, если  $LG$  будет больше, чем  $LA$ , пусть из центра  $L$  будет описана дуга круга  $GT$ , пересекающая прямую  $AB$  в  $T$ ; в противном случае нужно описать из того же центра дугу  $АН$ , пересекающую прямую  $LG$  в  $H$ . Эта дуга  $GT$  (а во втором случае дуга  $АН$ ) представит собою падающую световую волну, лучи которой стремятся к  $L$ . Подобным же образом из центра  $F$  пусть будет описана дуга круга  $DQ$ , представляющая собою волну, исходящую из точки  $F$ .

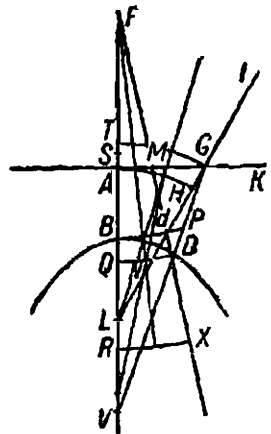


Рис. 53.

Значит, волна  $TG$ , пройдя через стекло, должна образовать волну  $QD$ . Я вижу, что для этого нужно, чтобы время прохождения света внутри стекла по  $GD$  было равно времени прохождения по трем отрезкам  $TA$ ,  $AB$  и  $BQ$ , из которых только один  $AB$  также находится в стекле. Или же, взяв  $AS$  равным  $\frac{2}{3}$  от  $AT$ , я вижу, что  $\frac{3}{2}$  от  $GD$  должны равняться  $\frac{3}{2}SB$  плюс  $BQ$ , и если отнять то и другое от  $FD$  или  $FQ$ , что  $FD$  минус  $\frac{3}{2}GD$  должно равняться  $FB$  минус  $\frac{3}{2}SB$ . Последняя разность представляет собой заданную длину и надо только из данной точки  $F$  так провести по направлению к  $VG$  прямую  $FD$ , чтобы это оказалось именно так. Это — задача, совершенно подобная той, которая послужила для первого из этих построений, когда  $FD$  плюс  $\frac{3}{2}GD$  должно было равняться заданной длине.

При доказательстве надо обратить внимание на то, что так как дуга  $BC$  приходится внутри стекла, то надо представить себе концентричную с ней дугу  $RX$  по другую сторону  $QD$ ; после того как будет доказано, что место  $G$  волны  $GT$  приходит в  $D$  в то же время, как место  $T$  в  $Q$ , а это легко выводится из построения, станет очевидным, что отдельная, возникающая из точки  $D$ , волна коснется дуги  $RX$  в тот момент, когда место  $Q$  придет в  $R$ , и что,

таким образом, эта дуга в то же мгновение закончит собою движение, которое приходит от волны  $TG$ , откуда можно заключить и остальное.

Показав, каким образом находятся эти кривые линии, служащие для совершенного соединения лучей, нам остается объяснить одно замечательное обстоятельство, касающееся неупорядоченного преломления сферическими, плоскими и другими поверхностями. Оставаясь невыясненным, это обстоятельство могло бы вызвать некоторое сомнение в неоднократно высказанном нами утверждении, что лучи света представляют собою прямые линии, пересекающиеся под прямыми углами распространяющиеся по ним волны.

Так, например, лучи, параллельно падающие на сферическую поверхность  $AFE$ , пересекаются между собой после их преломления в различных точках, как это изображено на следующем рисунке (рис. 54). Что же будут представлять собою в этой прозрачной среде световые волны, пересекаемые под прямыми углами сходящимися лучами? Ведь они не могут быть сферическими. И что же станет с этими волнами после того, как указанные лучи начнут пересекаться? При решении этой трудности будет видно, что при этом происходит одно весьма замечательное явление и что волны все еще продолжают существовать, хотя они и не проходят здесь цельными, как через сложные стекла, построение которых мы только что рассмотрели,



Соответственно тому, что было показано выше, прямая  $AD$ , проведенная из вершины сферы перпендикулярно к ее оси, параллельно которой падают лучи, представляет собою световую волну; за время, в которое ее место  $D$  достигло сферической поверхности  $AGE$  в точке  $E$ ,

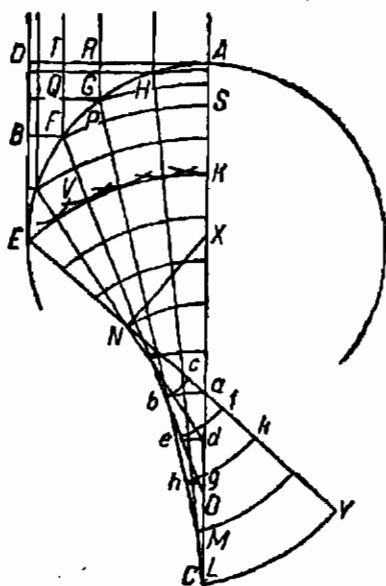


Рис. 54.

другие ее части встретят ту же поверхность в точках  $F, G, H$  и т. д. и образуют, кроме того, отдельные сферические волны с центрами в этих точках. Поверхность  $EK$ , которой все эти волны коснутся, будет в сфере распространением волны  $AD$  к моменту, когда место  $D$  пришло в  $E$ . Но линия  $EK$  будет не дугою круга, но кривою линией, образованной разворачиванием другой кривой  $ENC$ ,

которая касается всех лучей  $HL, GM, FO$  и т. д., представляющих собой преломления параллельных лучей, если представить себе, что имеется нить, расположенная по выпуклости  $ENC$  и описывающая концом  $E$  при разворачивании указанную кривую  $EK$ . В самом деле, предположив, что эта кривая описана таким образом, мы докажем, что указанные волны, образованные из центров  $F, G, H$  и т. д., будут все ее касаться.

Несомненно, что кривая  $EK$  и все другие кривые, описанные при разворачивании кривой  $ENC$  с помощью нитей различной длины, пересекут все лучи  $HL$ ,  $GM$ ,  $FO$  и т. д. под прямыми углами и таким образом, что их части, заключенные между двумя подобными кривыми, все будут равны между собой, так как это следует из того, что было доказано в нашем трактате „De Motu Pendulorum“. Представим себе падающие лучи как бесконечно близкие друг другу и рассмотрим два из них, как, например,  $RG$  и  $TF$ . Если провести  $GQ$  перпендикулярно к  $RG$  и если кривая  $FS$ , пересекающая  $GM$  в  $P$ , будет описана разворачиванием кривой  $NC$ , начиная с точки  $F$  до точки, до которой по нашему предположению простирается нить, то частицу кривой  $FP$  можно рассматривать как прямую, перпендикулярную к лучу  $GM$ , и точно так же можно считать прямой линией дугу  $GF$ . Но так как  $GM$  представляет собой преломление луча  $RG$  и  $FP$  перпендикулярна к ней, то надо, чтобы  $QF$  относилось к  $GP$ , как 3 к 2, т. е. равнялось бы отношению преломления, как это было показано выше при объяснении открытия Декарта. То же самое имеет место для всех малых дуг  $GH$ ,  $HA$  и т. д., т. е. в четырехугольниках, которые их содержат, сторона, параллельная оси, относится к противоположной стороне, как 3 к 2. Значит, отношению 3 к 2 будет равно также и отношение суммы одних к сумме других, т. е. отношение  $TF$  к  $AS$ ,  $DE$  к  $AK$  и  $BE$  к  $SK$  или к  $FV$ , если пред-

положить, что  $V$  есть точка пересечения кривой  $EK$  и луча  $FO$ . Но если провести  $FB$  перпендикулярно к  $DE$ , то отношение  $BE$  к полудиаметру сферической волны, образованной из точки  $F$  в течение времени, которое нужно свету, чтобы пройти вне прозрачного тела пространство  $BE$ , будет также равно отношению 3 к 2. Таким образом эта волна пересечет луч  $FM$  в той самой точке  $V$ , в которой он пересекается под прямыми углами кривой  $EK$ , и поэтому волна коснется этой кривой. Аналогично можно доказать, что это справедливо и для всех прочих указанных волн, возникших в точках  $G$ ,  $H$  и т. д., т. е. они коснутся кривой  $EK$  в тот момент, когда место  $D$  волны  $ED$  придет в  $E$ .

Теперь я обращусь к тому, что происходит с этими волнами после того, как лучи начнут пересекаться. С этого момента они изгибаются и состоят из двух соприкасающихся друг с другом частей, из которых одна образуется развертыванием кривой  $ENC$  в одном направлении, а другая — развертыванием той же кривой в другом направлении. Так, волна  $KE$ , продвигаясь к месту схождения, приходит в положение  $abc$ ; при этом часть  $ab$  получается развертыванием  $bC$ , части кривой  $ENC$ , в то время как конец  $C$  остается неподвижным; часть же  $bc$  получается развертыванием части  $bE$ , причем остается неподвижным конец  $E$ . Затем та же волна принимает положение  $def$ , затем  $ghk$  и, наконец,  $CV$ , после чего она распространяется не изгибаясь, но все время по кривым линиям, кото-

рые получаются развертыванием кривой  $ENC$ , удлиненной на некоторую прямую линию со стороны  $C$ .

В указанной здесь кривой имеется, кроме того, одна часть  $EN$ , которая оказывается прямой, причем  $N$  представляет собой точку, в которую падает перпендикуляр, опущенный из центра сферы  $X$  на преломление луча  $DE$ , который я предполагаю теперь касательным к сфере. Как раз в точке  $N$  начинается изгибание световых волн; оно

продолжается до конца кривой  $C$ , который находится, если отношение  $AC$  к  $CX$  взято равным отношению преломления, в данном случае 3 к 2. Сколь угодно других точек кривой  $NC$  можно также найти с помощью теоремы, которую, хотя и с другою

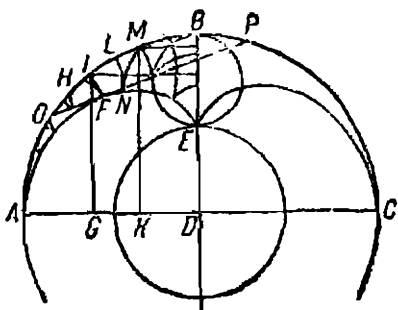


Рис. 55.

целью, доказал Барроу (Barrow) в 12-м из своих „Оптических уроков“. Нужно также заметить, что можно привести прямую линию, равную этой кривой. В самом деле, ввиду того что вместе с прямой  $NE$  она равна прямой  $CK$ , которая известна, так как отношение  $DE$  к  $AK$  равно отношению преломления, то ясно, что остаток по отнятии  $EN$  от  $CK$  будет равен кривой  $NC$ .

Точно таким же образом можно найти изгибающиеся волны при отражении от вогнутого сферического зеркала. Пусть  $ABC$  будет сечением через ось полой полусферы (рис. 55), центр которой  $D$ , а ось  $DB$ ,

причем я предполагаю, что лучи света падают параллельно оси. Все отражения лучей, падающих в четверти круга  $AB$ , коснутся некоторой кривой линии  $AFE$ , конец которой  $E$  будет в фокусе полусферы, т. е. в точке, которая разделяет поперечный диаметр  $BD$  на две равные части. Точки, через которые эта кривая должна пройти, можно найти, если взять, исходя из точки  $A$ , какую-нибудь дугу  $AO$ , потом в два раза большую дугу  $OP$ , а затем разделить точкой  $F$  хорду последней таким образом, чтобы часть  $FP$  была в три раза больше, чем  $FO$ ; точка  $F$  и будет одной из требуемых точек.

Так как параллельные лучи представляют собой лишь перпендикуляры к волнам, падающим на вогнутую сторону и параллельным  $AD$ , то можно показать, что по мере того, как они ударяются о поверхность  $AB$ , они образуют, отражаясь, изогнутые волны, составленные из двух кривых, которые возникают при двух противоположных развертываниях частей кривой  $AFE$ . Так, если взять  $AD$  за падающую волну, то в то время, когда часть  $AG$  встретит поверхность  $AI$ , т. е. место  $G$  достигнет  $I$ , этими кривыми будут  $HF$  и  $FI$ , образованные начинающимся в  $F$  развертыванием двух кривых  $FA$  и  $FE$ ; обе эти кривые вместе составляют продолжение части волны  $AG$ . Немного спустя, после того, как часть  $AK$  встретит поверхность  $AM$ , а место  $K$  будет в  $M$ , распространение этой части будет представлено кривыми  $LN$  и  $NM$ . Таким образом эта изогнутая волна будет все время

продвигаться до тех пор, пока ее острие  $N$  не достигнет фокуса  $E$ . Кривую  $AFE$  можно видеть с помощью дыма или летающей пыли, если обратить вогнутое зеркало против Солнца; эта кривая, надо знать, представляет собой не что иное, как кривую, описываемую точкой  $E$  окружности круга  $EB$  при качении этого круга по другому, полудиаметр которого есть  $ED$  и центр —  $D$ . Таким образом это — своего рода циклоида, но такая, что точки ее можно найти геометрически.

Длина ее точно равна  $\frac{3}{4}$  диаметра сферы, что находится и доказывается с помощью этих волн почти так же, как и для длины предшествующей кривой, хотя это может быть еще доказано другими способами, которые я не привожу, так как это не относится к излагаемому. Пространство  $AОВЕFA$ , заключенное между дугою четверти круга, прямой  $BE$  и кривой  $EFA$ , равно четвертой части четверти круга  $DAB$ .

## КРАТКАЯ БИОГРАФИЯ ХРИСТИАНА ГЮЙГЕНСА

Христиан Гюйгенс, по голландскому правописанию Christian Huyghens или Huygens, по латинскому Christianus Huygenius, родился в Гааге 14 апреля 1629 г. Он был вторым сыном Константина Гюйгенса, выдающегося поэта, писавшего стихи на голландском и латинском языках, государственного деятеля и дипломата и весьма состоятельного человека. Первоначальное образование Христиан Гюйгенс получил у своего отца, обучавшего его классическим языкам, географии, музыке и математике и давшего ему первое знакомство с машинами. Как говорят, уже девятилетним мальчиком он обнаружил большой интерес и вместе с тем способности в деле изучения арифметики и машин. Дальнейшее математическое образование он получил у А. Винниуса (A. Vinlius) и Ф. Скоутена (F. van Schooten) в Лейдене. Шестнадцати лет он поступил на юридический факультет Лейденского университета, а в следующем году перешел в Юридическую академию в Бреда (Breda). За научные заслуги в области юриспруденции он получил в 1655 г. звание доктора юриспруденции Антверпенского университета. Занимаясь по желанию своего отца юриспруденцией, он однако не оставлял занятий по математике и физике. Первая оригинальная напечатанная им научная работа относится к семнадцатому году его жизни, это — „Εἰσαγωγὴ Cyclometriae

Gregorii a S. Vincentio\*, Hagae 1647, работа, возбуждавшая к себе внимание, между прочим, и Декарта. Следующие его две работы: „Exetasis quadraturae circuli“, Leiden 1651 и „Theoremata de quadratura hyperboles, ellipsis et circuli ex dato portioium gravitatis centro“, Haag 1651, открывают собой длинный ряд работ, последняя из которых появляется уже после смерти Гюйгенса. Труды Гюйгенса касаются вопросов математики, механики, астрономии и физики; среди важнейших из них мы приведем здесь только самые главные.

В начале шестидесятых годов XVII столетия Гюйгенс занимается изучением шлифования и полирования стекол; он работает со своим старшим братом Константином; между прочим, он усовершенствует телескоп, и это приводит его к нескольким чрезвычайно важным астрономическим открытиям. Гюйгенс открывает шестой спутник Сатурна и первый узнает в придатках Сатурна, природа которых до него представлялась загадочной и объяснялась весьма различно, плоское кольцо, окружающее планету в плоскости ее экватора. Любопытно отметить, что эти открытия были согласно принятой тогда моде опубликованы Гюйгенсом сначала лишь в виде анаграмм, решения которых были даны для спутника Сатурна в 1656 г., а для кольца Сатурна в 1659 г. Эти работы называются: первая „De Saturni luna observatio nova“, Haag 1656, а вторая „Systema Saturnium, sive de causis mirandorum Saturni phenomenon, et comite ejus planeta novo“, Haag 1659. Гюйгенс первый наблюдал туманность Ориона.

К этому же времени относится изобретение Гюйгенсом часов с маятником, которое явилось результатом его убеждения, что для астрономических наблюдений необходимо иметь точный и удобный способ измерения времени. Изобретение было сделано в 1656 г., патент на изобретение взят 16 июня 1657 г., первое описание их находится в небольшой брошюре „Horologium“, посвященной Генеральным штатам Голландии.



В труде „De ratiociniis in ludo aleae“, 1657 г. мы встречаем первую попытку создать математическую теорию вероятности.

В 1663 г. Гюйгенс был избран членом Лондонского королевского общества (Royal Society of London). Около этого времени он совершил несколько путешествий во Францию и Англию, где имя его уже давно было известно. В 1665 г. он был приглашен по поручению Людовика XIV знаменитым министром его Кольбером (Colbert) в только что организованную Французскую академию наук, где Гюйгенсу были обеспечены богатое содержание и квартира в Королевской библиотеке. Гюйгенс оставался во Франции с 1665 до 1681 г., когда он счел нужным покинуть Францию вследствие отмены Нантского эдикта.

Время, проведенное во Франции, было для Гюйгенса временем чрезвычайно плодотворной работы.

Знаменитый его трактат „Horologium Oscillatorium“ был опубликован в Париже в 1673 г. В этом трактате, между прочим, решается задача о центре колебания, причем в первый раз, хотя и в скрытом виде, применяется закон живой силы, рассматривается вопрос о длине и времени колебания маятника, дается теория эволют и изохронного колебания по циклоиде и т. д. В 1678 г. им написан „Трактат о свете“ (Traité de la lumière) с добавленным рассуждением о причине тяжести (Discours de la cause de la pesanteur). Опубликован этот трактат только в 1690 г.

В 1681—1687 гг. Гюйгенс построил известные длинно-фокусные линзы для телескопов (наибольшее фокусное расстояние составляло 210 футов), а также знаменитый окуляр.

Гюйгенс умер 8 июля 1695 г. Он не был женат. Говорят, что это был человек с замкнутым характером, остроумный и блестящий собеседник. Иногда ему ставят в упрек, что, будучи одарен необычайной фантазией, исключительным богатством мысли, он в то же время плохо понимал и плохо

разбирался в идеях других, примером чему приводят его отношение к трудам Ньютона.

Труды Гюйгенса собраны в изданных Гравезандом (G. J. Graviasande) „Opera Varia“ в Лейдене в 1724 г., в „Opera reliqua“ в Лейдене в 1728 г., а также в „Opera posthuma“, изданных сначала Волдером (B. de Volder) и Б. Фуллениусом (B. Fullenius) в 1700 г. и затем переизданных Гравезандом в Лейдене в 1728 г. Переписка Гюйгенса издана в 1833 г. Уленбрёком (P. I. Uyenbrock) под названием „Christiani Hugenii aliorumque seculi XVII Virogum celebrium excitaciones mathematicae et philosophicae“. С 1888 г. Голландское общество наук („Société Hollandaise des Sciences“) приступило к изданию трудов и переписки Гюйгенса под названием „Oeuvres de Christian Huygens“.

Биографические данные о Гюйгенсе можно найти прежде всего в предисловии к собранию трудов его „Opera varia“ 1724 г., затем в похвальном слове, произнесенном в честь его, как французского академика, Кондорсе (Condorcet) в 1773 г. Приводим еще следующие книги: M. Cantor, Allgemeine deutsche Biographie; I. C. Poggendorf, Biogr. lit. Handwörterbuch; также I. C. Poggendorf, Geschichte der Physik, Leipzig 1879.

О трудах Гюйгенса по механике см. также E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, Leipzig 1921, а по оптике E. Mach, Die Principien der physikalischen Optik, Leipzig 1921 г. В последней книге очень обстоятельно рассмотрен „Трактат о свете“, причем передано его содержание и разбирается его значение для физики.

Биографические данные в настоящей заметке заимствованы, главным образом, из Британской энциклопедии и из книги I. C. Poggendorf, Geschichte der Physik, Leipzig 1879.

---

## ПРИМЕЧАНИЯ РЕДАКТОРА

<sup>1</sup> На латинском языке „Трактат о свете“ появился лишь в собрании трудов Гюйгенса: „Opera reliqua“, Amstelodami 1728.

<sup>2</sup> Здесь имеется в виду сочинение Декарта „Dioptrica“, Lugd. Batav., 1637. В этом труде Декарт пробует, нельзя ли заменить сферические поверхности линз поверхностями вращения различных конических сечений, и хотя Гюйгенсу известны технические трудности изготовления таких поверхностей, он все же надеется, что со временем это станет возможно. Его надежды отчасти оправдались. В технике в настоящее время изредка пользуются и не сферическими поверхностями, так, например, при изготовлении некоторых сортов очковых стекол, в кардеоидном конденсаторе ультрамикроскопа, в перископах и т. д. Главные труды Гюйгенса по геометрической оптике (*Dioptrica, de telescopiis*) помещены в „Opera posthuma“.

<sup>3</sup> Под механическим объяснением природы Гюйгенс, быть может, понимает не то, что те мыслители, для которых сила тяготения и разного рода механические силы, действующие между частицами материи,—это вполне реальные вещи. Действие на расстояние для Гюйгенса недопустимо, и если одни частицы материи действуют у него на другие, то лишь в силу их движения и взаимных столкновений. Если же частицы обыкновенной материи оказывается нужным признать упругими, что предполагает как будто существование упру-

гих сил, то упругость сейчас же объясняется существованием другой субтильной материи, движение и столкновение частиц которой создают упругость первой материи. В механическое объяснение природы, единственное по Гюйгенсу допустимое для „настоящей философии“, силы, таким образом, не входят.

<sup>4</sup> По Гюйгенсу скорость звука составляет 350 м/сек. По новейшим наблюдениям скорость звука в воздухе при 15° равна 339,3 м/сек (Bourguignon, Bull. de l'union des Physiciens, № 65, 1913).

<sup>5</sup> Работы датского астронома Олафа Ремера (Olaf Roemer) по определению скорости света с помощью спутников Юпитера опубликованы в „Memoires de l'Académie des sciences“, Gr., X, p. 575, 1676 и в „Journal des savants“, 1676. „Трактат по оптике“ написан Гюйгенсом в 1678 г. Конечная скорость распространения—один из главных сходных пунктов Гюйгенса.

<sup>6</sup> По Гюйгенсу для прохождения 2200 земных диаметров свету требуется 22 мин. Это дает для скорости света 212 212 км/сек. По данным С. П. Глазенапа время прохождения светом поперечника земной орбиты составляет 16'41,6", и так как поперечник этот применяется теперь равным 23 440 экваториальным диаметрам Земли, то это дает для скорости света, определяемой по способу Ремера, по новейшим данным 298 810 км/сек.

<sup>7</sup> Воздушный насос был изобретен в 1650 г. О. Герике (Otto von Guericke); изобретение было опубликовано Г. Шоттом (Caspar Schott, Mechanica hydraulico-pneumatica, Herbipoli 1657) в 1657 г., но Гюйгенс ссылается на работу Бойля Robert Boyle, New experiments physico-mecanical, touching the spring of the Air and its effects, made in the most part in a new pneumatical engine, Oxford 1660), в которой описывается построенный самим Бойлем насос и произведенные им опыты.

<sup>8</sup> Свою теорию удара Гюйгенс изложил в трудах: *Sur le mouvement, qui est produit par la rencontre des corps*, „*Journ. des sçavans*“, 1669, Mars; *The laws of motion on the collision of bodies*, „*Phil. Tr.*“, 1669. Они находятся в „*Opera posthuma*“, т. II. Имеется немецкий перевод (Ostwald's *Klassiker*, № 138).

<sup>9</sup> Волновую теорию Гука (Robert Hooke) в его „*Микрографии*“ (*Micrographia, or some Physiological Descriptions of Minute Bodies made by magnifying — glasses, with observations and Inquiries Thereupon*, London 1664) можно рассматривать лишь как набросок.

<sup>10</sup> Иезуит Игнатий Пардис (Ignace Gaston Pardies) был профессором математики в Клермоне (Clermont), затем риторики в *Collège Louis le Grand* в Париже. Указанный Гюйгенсом труд его до нас не дошел.

<sup>11</sup> Возможно, что Гюйгенсу были неизвестны опыты Гримальди (Franciscus Maria Grimaldi, *Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride, Bononiae 1665*), с помощью которых впервые было показано существование дифракции, т. е. не прямолинейного распространения света; вернее же, что Гюйгенс не считал их достаточно убедительными, как не считали их убедительными еще целых полтора года после него до появления работ Юнга (Th. Young) и Френеля (Fresnel). Впрочем, последнее обстоятельство объясняют всеподавляющим авторитетом Ньютона, который, как и Гюйгенс, твердо верил в прямолинейное распространение света, хотя имел не менее оснований, чем Гюйгенс, сомневаться в этом. Наряду с этим интересно отметить, что Гюйгенс в „*Трактате о свете*“ ни разу не упоминает еще об одном опыте, который, однако, несомненно должен был быть ему известен, а именно о кольцах Ньютона (Newton, *New Theory of Light and Colour*, 1672, „*Phil. Trans.*“ и доклад Ньютона о цветах трюхих пластинок в Королевском обществе 9 декабря 1675 г.), а также ничего не говорит о свете различных цветов. Замечательно, что и с этой стороны, так же как и в ди

фракции, Гюйгенс не ищет поддержки своей теории, хотя историки физики, как, например, Поггендорф (см. его „Geschichte der Physik“, Leipzig 1879, стр. 689), утверждают, что даже Ньютон, усматривая в цветных кольцах доказательство свойства периодичности в световых явлениях, вовсе не был так далек около 1675 г. от того, чтобы считать волновую теорию справедливой, и только позднее окончательно от нее отказался (его „Optics“ вышла гораздо позднее и излагает уже совершенно сложившийся взгляд на природу света).

Свойство периодичности Гюйгенс не только не вводит в свою теорию, но, наоборот, от него определенно отказывается: „Не нужно представлять себе, что сами волны следуют друг за другом на одинаковом расстоянии“. Волны Гюйгенса мы назвали бы в настоящее время не волнами, а каким-нибудь образом чередующимися импульсами; кроме того, весьма важно отметить, что на суммирование действия отдельных волн-импульсов у Гюйгенса не следует смотреть так, как мы теперь смотрим на сложение колебаний при интерференции света. По современной терминологии это скорее принцип, по которому заметный световой эффект должен получиться лишь в главной волне, „образованию которой содействуют все остальные волны той частью поверхности, которая наиболее удалена от центра А“. Лишь после того, как, благодаря работам Юнга и Френеля, волновая теория воспринимает в себя свойство периодичности световых волн, этот „принцип“ Гюйгенса заменяется принципом интерференции в нашем смысле слова, т. е. действительным подсчетом результата, получаемого от сложения колебаний, производимых отдельными волнами. Дальнейшее развитие принципа Гюйгенса было таково. Подсчеты, произведенные Френелем, дали чрезвычайно благоприятные результаты для волновой теории, которая, как оказалось, превосходно согласовалась со всеми известными оптическими явлениями. Торжество теории

было полным. Впрочем, выводы, даваемые Френелем, были математически не вполне точными, встретились даже весьма большие затруднения, главное из которых состояло в отсутствии так называемой обратной волны. При суммировании действия отдельных волн заметный световой эффект получался не только для внешне огибающей отдельных волн или главной волны по Гюйгенсу, но и для внутренней огибающей, что не соответствует никакому реальному физическому явлению и получило название обратной волны. Понадобилось весьма много времени и работы весьма многих математиков и физиков, в том числе Фогта (W. Voigt), Кирхгофа его работы имеют в этой области главное и существенное значение, Kirchhoff, Berl. Akad. Berichte, 1882, стр. 353—381), Гуи (Gouye) и других, для того чтобы со всех сторон разъяснить затрагиваемые здесь вопросы (см. H. Poincaré, *Traité mathématique de la lumière*, Paris 1889, т. I, стр. 78—96).

Но было бы весьма ошибочно полагать, что о волновой теории сказано последнее слово. Трудности, связанные с нашим представлением о светоносном эфире или простр. н-стве, являющемся местом действия электромагнитных сил, таковы, что Рид (W. Ritz), например, считал нужным в 1908 г. вернуться к эмиссионной теории света, и только преждевременная смерть помешала ему дать своим идеям необходимую математическую обработку (W. Ritz, *Du rôle de l'éther en Physique*, Scientia, т. III, № 6, 1908). Затем и теория квантов привела к самым неожиданным для волновой теории результатам, и в новейшее время были произведены опыты, которые толкуются как доказательство существования отдельных световых квантов, т. е. в духе эмиссионной теории.

Против даваемого Гюйгенсом объяснения прямолинейного распространения света с точки зрения его же принципа можно было бы возразить лишь то, что часть света, хотя бы даже и очень малая, должна была бы уходить во внеш-

нюю часть конуса  $EAC$  (рис. 6) и что поэтому по его теории при распространении света на очень большие расстояния сила света должна была бы ослабляться более, чем при чисто прямолинейном распространении.

<sup>12</sup> То обстоятельство, что вода, из которой удален воздух, из опрокинутой трубки не выливается, объясняется в настоящее время междумоля кулярными силами — сцеплением частиц воды одна с другой. Разного рода жидкости: вода, алкоголь, эфир выдерживают, не разрываясь, весьма большие натяжения, которые могут быть измерены [работы Рейнольдса (O. Reynolds), Уорthingтона (Worthington) и др.]. Гюйгенс, объясняя упругость не силами, а движением и ударами, естественно, и это явление пробует объяснить аналогичным образом, а именно давлением извне.

<sup>13</sup> Гюйгенс, очевидно, предполагает, что эфир, или эфирная материя, непременно должен обладать инерцией в той же мере, как и обыкновенная материя. Более поздние исследователи не считали нужным наделять эфир этим свойством. Чем более развивается в XIX в. и в наше время учение об эфире, тем меньше у него остается свойств, общих с обыкновенной материей. С современной точки зрения нам кажется даже странным третий способ Гюйгенса объяснять явления преломления, в котором распространение света обуславливается отчасти движением частиц эфира, а отчасти движением частиц обыкновенной материи. Но этому не следует удивляться. У Гюйгенса, повидимому, нет той пропасти между эфиром и весомой материей, как у нас, и поэтому для него этот способ совершенно приемлем. С некоторой натяжкой в этом способе можно видеть зачатки современной теории дисперсии; в более маленьких „частицах“, из которых составлены отдельные частицы материи и которые играют роль посредников между ними и частицами эфира, можно было бы усмотреть, например, подобие современных дисперсионных электронов, изменяющих фазовую скорость распро странения света в теле.



<sup>14</sup> Гюйгенс вероятно предполагает, что частицы всякой материи имеют одинаковую плотность и одинаковый объем.

<sup>15</sup> Fermat, *Litterae ad patrem Mersennum continentibus objectiones quaedam contra Dioptricam cartesianam in Epistolis cartesianis*, Paris 1667, pars III, Litter. 29—46.

<sup>16</sup> Erasmus Bartholinus, *Experimenta crystalli Islandici disdiacastici*, Amstelodami 1670.

<sup>17</sup> Не следует удивляться, что Гюйгенс готов считать исландский шпат скорее тальком, чем кристаллом. Совершенно понятно, что во времена Гюйгенса понятие о кристаллическом строении вещества современной физики еще отсутствовало. Под кристаллом в древние времена подразумевался только лед или снежинки, имеющие определенную геометрическую форму; затем это название было перенесено на горный хрусталь, или кварц, который долгое время считался окаменевшим льдом, так как он имеет в основе ту же шестигранную призму, как и кристалл льда. Уже позднее кристаллом считается тело прозрачное, полиэдрической формы и непременно весьма твердое. Отсутствие достаточной твердости у исландского шпата, очевидно, и смущает Гюйгенса.

<sup>18</sup> Допустив в исландском шпате существование двух волн, обыкновенной и необыкновенной, Гюйгенс в следующих параграфах этой главы объясняет наблюдаемые им явления двойного лучепреломления. Но ему нужно здесь, кроме того, показать причины существования двух таких волн, и в этом отношении он опять встречает те самые затруднения, как при объяснении причин отражения и разницы между прозрачными и поглощающими телами. И хотя этот вопрос удовлетворительно мог быть разрешен только значительно позднее, после соответствующего развития математической физики и накопления необходимого опытного материала, все же весьма замечательно, что Гюйгенс ищет объяснения для исследуемого явления в анизотропном состоянии вещества

или его отдельных частей и приходит к выводу об особом пространственном строении кристаллов, в котором нельзя не признать первые зачатки будущей теории Бравэ (Bravais) пространственных решеток.

<sup>19</sup> Найдя у кварца двойное лучепреломление и объяснив таким образом его непригодность для изготовления линз, Гюйгенс не замечает, что в этом кристалле, как и у исландского шпата, существуют обыкновенная и необыкновенная волны и считает обе волны одинаковыми. Эта ошибка в наблюдении происходит от слабого по сравнению с исландским шпатом двойного лучепреломления в кварце.

<sup>20</sup> Очевидно, что здесь Гюйгенсом, в сущности, открыто явление поляризации, но он оказывается не в состоянии дать соответствующее толкование замеченному явлению. Поляризация света остается неизвестной до 1810 г., когда Малюс (Malus, *Memoire de physique et de chimie de la societ e d'Arcueil*, т. II, 1809) открыл ее не только в кристаллах, но в отраженных под определенным углом от стекла лучах. Нужно заметить, что Гюйгенс, хотя он нигде категорически этого и не утверждает, по всей вероятности считал световые волны в эфире продольными, как и внутри всякой другой жидкости. Кроме того, для него обыкновенная и необыкновенная волны, в сущности, распространяются в двух разных материях, а не представляют собой две разные волны в одной и той же материи, и это еще более удаляет его от предположения о существовании поперечных волн (что, конечно, сразу должно привести к поляризации волн), и переход обыкновенного луча в необыкновенный или, наоборот, при надлежащем положении кристаллов кажется ему совершенно непонятным.

<sup>21</sup> Ломмел (E. Lommel) в примечаниях к немецкому изданию „Трактата о свете“ полагает, что Гюйгенс имеет здесь в виду окаменелости органического происхождения, которые он принимает за минералы.

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 5

Глава первая  
О ЛУЧАХ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ  
ПРЯМОЛИНЕЙНО 9

Глава вторая  
ОБ ОТРАЖЕНИИ 36

Глава третья  
О ПРЕЛОМЛЕНИИ 43

Глава четвертая  
О ПРЕЛОМЛЕНИИ В ВОЗДУХЕ 63

Глава пятая  
О СВОЕОБРАЗНОМ ПРЕЛОМЛЕНИИ В ИСЛАНДСКОМ  
КРИСТАЛЛЕ 71

Глава шестая  
О ФОРМАХ ПРОЗРАЧНЫХ ТЕЛ, СЛУЖАЩИХ ДЛЯ  
ПРЕЛОМЛЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ 133

КРАТКАЯ БИОГРАФИЯ ХРИСТИАНА ГЮЙГЕНСА 160

ПРИМЕЧАНИЯ РЕДАКТОРА 164

## Другие книги нашего издательства:



URSS

### Механика

*Краснов Н. Ф.* Аэродинамика. Кн. 1, 2.

*Жуковский Н. Е.* Механика системы. Динамика твердого тела.

*Жуковский Н. Е.* Аналитическая механика.

*Жуковский Н. Е.* Кинематика, статика, динамика точки: университетский курс.

*Чаплыгин С. А.* Исследования по динамике вегаономных систем.

*Поллак Л. С.* Вариационные принципы механики: Их развитие и применения в физике.

*Арнольд В. И.* Математические методы классической механики.

*Арнольд В. И. и др.* Математические аспекты классической и небесной механики.

*Якоби К.* Лекции по динамике.

*Уиттекер Е. Т.* Аналитическая динамика.

*Иванов Б. Н.* Мир физической гидродинамики.

*Юн А. А.* Теория и практика моделирования турбулентных течений.

*Шмылевский Ю. Д.* Аналитические исследования динамики газа и жидкости.

*Гетлинг А. В.* Конвекция Рэлея—Бенара. Структуры и динамика.

*Желиховский В. А.* Математическая теория устойчивости магнитогидродинамических режимов к длинномасштабным возмущениям.

*Аникиев А. А. и др.* Основы вычислительного теплообмена и гидродинамики.

*Котельников А. П.* Витовое счисление и некоторые приложения его к геометрии и механике.

*Мейз Дж.* Теория и задачи механики сплошных сред.

*Розенблат Г. М.* Механика в задачах и решениях.

*Розенблат Г. М., Паншина А. В., Колова З. П.* Теоретическая механика в решениях задач из сборника И. В. Мещерского. Кн. 1—3.

*Чуркин В. М.* Теоретическая механика в решениях задач из сборника И. В. Мещерского: Кинематика.

*Кузьмина Р. П.* Математические модели небесной механики.

*Петров К. П.* О достижениях аэродинамики летательных аппаратов.

*Петров К. П.* Аэродинамика транспортных космических систем.

*Бетяев С. К.* Записки гидродинамики.

*Победа Б. Е., Георгиевский Д. В.* Лекции по теории упругости.

*Георгиевский Д. В.* Устойчивость процессов деформирования вязкоупругих тел.

*Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле.

*Тимошенко С. П.* История науки о сопротивлении материалов.

Серия «Физико-математическое наследие: физика (механика)»

*Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.* Пластины и оболочки.

*Вебстер А. Г.* Механика материальных точек, твердых, упругих и жидких тел. В 2 т.

*Вицла А.* Теория маяков.

*Сокольников И. С.* Тензорный анализ: Теория и приложения в геометрии и в МСС.

*Кирпичев В. Л.* Беседы о механике.

*Корнелис Г.* Математическая теория ялельной бильярдной игры.

*Кирхгоф Г.* Механика. Лекции по математической физике.

*Фрейфель Я. И.* Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа.

## Другие книги нашего издательства:



URSS

### Колебания и волны

- Кабисов К. С., Камалов Т. Ф., Лурье В. А.* Колебания и волновые процессы.
- Ланда П. С.* Нелинейные колебания и волны.
- Ланда П. С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы.
- Ланда П. С.* Автоколебания в распределенных системах.
- Неймарк Ю. И.* Динамические системы и управляемые процессы.
- Неймарк Ю. И.* Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний.
- Израилович М. Я., Обухов А. Н.* Параметрическое управление автоколебаниями.
- Израилович М. Я.* Оценки — задачи о накопления отклонений — в прикладной теории колебаний.
- Яковлев О. И., Якубов В. П., Урядов В. П., Павельев А. Г.* Распространение радиоволн.
- Абурджаниа Г. Д.* Самоорганизация нелинейных вихревых структур и вихревой турбулентности в диспергирующих средах.
- Бардзокас Д. И. и др.* Распространение волн в электромагнитоупругих средах.
- Шашков А. Г., Бубнов В. А., Янковский С. Ю.* Волновые явления теплопроводности.
- Пановко Я. Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара.
- Пановко Я. Г., Губанова И. И.* Устойчивость и колебания упругих систем.
- Малкин И. Г.* Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний.
- Малкин И. Г.* Некоторые задачи теории нелинейных колебаний.
- Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения.
- Пффайффер П.* Колебания упругих тел.
- Геккелер И. В.* Статика упругого тела.
- Новожилов В. В.* Основы нелинейной теории упругости.
- Добролюбов А. И.* Бегущие волны деформации.
- Добролюбов А. И.* Скольжение, качение, волна.
- Добролюбов А. И.* Волновой перенос вещества.
- Фок В. А.* Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн.
- Серия «НАУКУ — ВСЕМ! Шедевры научно-популярной литературы»
- Гарднер М.* Теория относительности для миллионов.
- Гарднер М.* Этот правый, левый мир.
- Хвольсон О. Д.* Теория относительности А. Эйнштейна и новое миропонимание.
- Сазанов А. А.* Четырехмерная модель мира по Минковскому.
- Владимиров Ю. С.* Пространство-время: явные и скрытые размерности.
- Перельман Я. И.* Занимательная астрономия.
- Кононович Э. В.* Солнце — дневная звезда.
- Липунов В. М.* В мире двойных звезд.
- Тычиловский И. Я.* Что можно в школе сделать и показать по физике.
- Ланге В. Н.* Физические парадоксы, софизмы и занимательные задачи. Кн. 1, 2.
- Ланге В. Н.* Физические опыты и наблюдения в домашней обстановке.
- Каганов М. И.* Электроны, фононы, магноны.
- Каганов М. И., Цукерник В. М.* Природа магнетизма.
- Тарасов Л. В., Тарасова А. Н.* Беседы о преломлении света.
- Сазанов А. А.* Четырехмерная модель мира по Минковскому.

## Другие книги нашего издательства:



### Астрономия и астрофизика

- Куликовский П. Г.* Справочник любителя астрономии.  
*Ефремов Ю. Н.* Вглубь Вселенной. Звезды, галактики и мироздание.  
*Шварцшильд М.* Стреление и эволюция звезд.  
*Бааде В.* Эволюция звезд и галактик.  
*Кинг А. Р.* Введение в классическую звездную динамику.  
*Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней Вселенной.  
*Бочкарев Н. Г.* Основы физики межзвездной среды.  
*Чернин А. Д.* Звезды и физика.  
*Сажин М. В.* Современная космология в популярном изложении.  
*Левитан Е. П.* Физика Вселенной: экскурс в проблему.  
*Попова А. П.* Занимательная астрономия.  
*Попова А. П.* Астрономия в образах и цифрах.  
*Хлопов М. Ю.* Космомикрофизика.  
*Хлопов М. Ю.* Основы космомикрофизики.  
*Баренбаум А. А.* Галактоцентрическая парадигма в геологии и астрономии.  
*Ипатов С. И.* Миграции небесных тел в Солнечной системе.  
*Дорофеева В. А., Махакин А. Б.* Эволюция ранней Солнечной системы.  
*Кусков О. Л. и др.* Системы Юпитера и Сатурна.  
*Тверской Б. А.* Основы теоретической космофизики.  
*Хван М. П.* Нейстона Вселенная: от Большого взрыва до ускоренного расширения, от кварков до суперструн.

### Термодинамика и статистическая физика

- Квасников И. А.* Молекулярная физика.  
*Карно С., Клаузиус Р. и др.* Второе начало термодинамики.  
*Базаров И. П.* Заблуждения и ошибки в термодинамике.  
*Хайтун С. Д.* История парадокса Гиббса.  
*Зайцев Р. О.* Введение в современную статистическую физику. Курс лекций.  
*Зайцев Р. О.* Введение в современную кинетическую теорию. Курс лекций.  
*Гухман А. А.* Об основах термодинамики.  
*Крылов Н. С.* Работы по обоснованию статистической физики.  
*Агеев Е. П.* Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах.  
*Дуров В. А., Агеев Е. П.* Термодинамическая теория растворов.  
*Мюнстер А.* Химическая термодинамика.  
*Поклонский Н. А., Вырко С. А., Поденок С. Л.* Статистическая физика полупроводников.  
*Самойлович А. Г.* Термоэлектрические и термомагнитные методы превращения энергии.  
Серия «Классический университетский учебник»  
*Квасников И. А.* Термодинамика и статистическая физика. В 4 т.  
*Кононович Э. В., Мороз В. И.* Общий курс астрономии.  
*Исханов Б. С., Капитонов И. М., Юдин Н. П.* Частицы и атомные ядра.  
*Петровский И. Г.* Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.  
*Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей.  
*Калмогоров А. Н., Драглин А. Г.* Математическая логика.

## Другие книги нашего издательства:



URSS

### Квантовая механика и квантовая теория поля

*Фок В. А.* Начала квантовой механики.

*Фок В. А.* Работы по квантовой теории поля.

*Кемпфер Ф.* Основные положения квантовой механики.

*Мотт Н., Снеддон И.* Волновая механика и ее применения.

*Тарасов Л. В.* Основы квантовой механики.

*Тарасов Л. В.* Введение в квантовую оптику.

*Галицкий В. М., Карнаков Б. М., Коган В. И.* Задачи по квантовой механике. В 2 кн.

*Горбачевич А. К.* Квантовая механика в общей теории относительности.

*Килин С. Я.* Квантовая оптика: поля и их детектирование.

*Вильф Ф. Ж.* Логическая структура квантовой механики.

*Ван дер Варден Б. Л.* Метод теории групп в квантовой механике.

*Бауэр Э.* Введение в теорию групп и ее приложения к квантовой физике.

*Петрашень М. И., Трифонов Е. Д.* Применение теории групп в квантовой механике.

*Бриллюэн Л.* Квантовая статистика.

*Хинчин А. Я.* Математические основания квантовой статистики.

Серия «Физико-математическое наследие: физика (квантовая механика)»

*Бройль Л. де.* Введение в волновую механику.

*Фок В. А.* Квантовая физика и строение материи.

*Грин Х.* Матричная квантовая механика.

*Флюгге З.* Задачи по квантовой механике. В 2 т.

*Гааз А.* Волны материи и квантовая механика.

Серия «Физико-математическое наследие: физика (ОТО)»

*Фок В. А.* Теория Эйнштейна и физическая относительность.

*Френкель Я. И.* Теория относительности.

*Талмен Р.* Относительность, термодинамика и космология.

*Копф А.* Основы теории относительности Эйнштейна.

Серия «Физико-математическое наследие: физика (история физики)»

*Кузнецов Б. Г.* Ньютона.

*Веселовский И. Н.* Очерки по истории теоретической механики.

*Рожанская М. М.* Механика на средневековом Востоке.

*Франкфурт У. И.* Очерки по истории специальной теории относительности.

*Франкфурт У. И.* Закон сохранения и превращения энергии.

Серия «Физико-математическое наследие: физика (философия физики)»

*Кузнецов Б. Г.* Развитие физических идей от Палладея до Эйнштейна.

*Кузнецов Б. Г.* Развитие научной картины мира в физике XVII—XVIII вв.

*Кассирер Э.* Теория относительности Эйнштейна.

*Грибанов Д. П.* Философские взгляды А. Эйнштейна и развитие теории относительности.

*Бранский В. П.* Философское значение «проблемы наглядности» в современной физике.

*Грюнбаум А.* Философские проблемы пространства и времени.

*Гейзенберг В.* Философские проблемы атомной физики.

## Другие книги нашего издательства:



URSS

Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»

*Пенроуз Р.* **НОВЫЙ УМ КОРОЛЯ.** О компьютерах, мышлении и законах физики. Пер. с англ.

*Майнцер К.* **Сложносистемное мышление: Материя, разум, человечество.** Новый синтез. Пер. с англ.

*Хакен Г.* **Информация и самоорганизация.** Пер. с англ.

*Трубецков Д. И.* **Введение в синергетику.** В 2 кн.: Колебания и волны; Хаос и структуры.

*Климонтович Ю. Л.* **Турбулентное движение и структура хаоса.**

*Неймарк Ю. И., Ланда П. С.* **Стохастические и хаотические колебания.**

*Малинецкий Г. Г.* **Математические основы синергетики.**

*Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* **Нелинейная динамика и хаос: основные понятия.**

*Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Подлазов А. В.* **Нелинейная динамика.**

*Алищенко В. С.* **Сложные колебания в простых системах.**

*Алищенко В. С.* **Знакомство с нелинейной динамикой.**

*Арнольд В. И.* **Теория катастроф.**

*Алексеев Ю. К., Сухоруков А. П.* **Введение в теорию катастроф.**

*Безручко Б. П. и др.* **Путь в синергетику. Экскурс в десять лекциях.**

*Данилов Ю. А.* **Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение.**

*Клязьева Е. Н., Курдюмов С. П.* **Основания синергетики.** Кн. 1, 2.

*Редько В. Г.* **Эволюция, нейронные сети, интеллект.**

*Токин И. Ю., Терехов В. А.* **Адаптация в нелинейных динамических системах.**

*Васильков Г. В.* **Эволюционная теория жизненного цикла механических систем.**

*Долгоносоев Б. М.* **Нелинейная динамика экологических и гидрологических процессов.**

*Олемской А. И.* **Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория.**

*Чернавский Д. С.* **Синергетика и информация (динамическая теория информации).**

*Баранцев Р. Г.* **Синергетика в современном естествознании.**

*Пригожин И.* **Неравновесная статистическая механика.**

*Пригожин И., Стенгерс И.* **Время. Хаос. Квант. К респекту парадокса времени.**

*Пригожин И., Стенгерс И.* **Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой.**

*Пригожин И., Пиколис Г.* **Познание сложного. Введение.**

*Пригожин И., Гленсдорф П.* **Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций.**

*Суддалев И. П.* **Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов.**

Тел./факс:

(499) 135-42-46,

(499) 135-42-16,

E-mail:

URSS@URSS.ru

<http://URSS.ru>

Наши книги можно приобрести в магазинах:

«Библс-Глобус» (м. Пушкина, ул. Мясницкая, 6. Тел. (495) 625-2457)

«Московский дом книги» (м. Арбатская, ул. Новый Арбат, 8. Тел. (495) 203-8242)

«Медиа-гвардио» (м. Полудна, ул. Б. Полудна, 28. Тел. (495) 230-5801, 700-3370)

«Дом научно-технической книги» (Ленинский пр-т, 40. Тел. (495) 137-6819)

«Дом книги на Лядовской» (м. Бауманская, ул. Лядовская, 8, стр. 1. Тел. 287-0982)

«Гизки» (м. Университет, 1 гур. корпус МГУ, комн. 141. Тел. (495) 330-4713)

«У Института» (РГГУ) (м. Новослободская, ул. Челищева, 15. Тел. (499) 973-4301)

«СПб. дом книги» (Иванский пр., 28. Тел. (812) 448-2355)



## Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Наше издательство специализируется на выпуске научной и учебной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений. Мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания — от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.



URSS

Среди вышедших и готовящихся к изданию книг мы предлагаем Вам следующие:

### Серия «Классики науки»

*Ньютон И.* Математические начала натуральной философии.

*Гейзенберг В.* Избранные труды.

*Сморodinский Я. А.* Избранные труды.

*Тодхантер И.* История математических теорий притяжения и фигуры Земли.

*Циолковский К. Э.* Труды по ракетной технике.

*Луcretий.* О природе вещей: Билингва.

*Бозций.* «Утешение Философией» и другие трактаты.

### Оптика

*Раутиан С. Г.* Введение в физическую оптику.

*Саржевский А. М.* Оптика. Полный курс.

*Майхельсон А. А.* Исследование по оптике.

*Майзель С. О.* Основы учения о цветах.

*Майзель С. О.* Трансформация лучистой энергии в сетчатке человеческого глаза.

*Шенелев А. В.* Оптика. Готовимся к экзаменам, зачетам, коллоквиумам.

*Федоров Ф. И.* Оптика анизотропных сред.

*Панов Е. А.* Познание цвета: Равнозначность цвета в цифровых системах.

*Стратт (Рэлей) Дж. В.* Волновая теория света.

*Гончаренко А. М., Карпенко В. А.* Основы теории оптических волноводов.

*Галуалин Р. В.* Кристаллографическая геометрия.

### История физики

*Дорфман Я. Г.* Всемирная история физики: С древнейших времен до конца XVIII века.

*Дорфман Я. Г.* Всемирная история физики: С начала XIX до середины XX вв.

*Милантьев В. П.* История возникновения квантовой механики и развитие представлений об атоме.

*Абрамов А. И.* История ядерной физики.

*Богущ А. А.* Очерки по истории физики микромира.

*Хайтун С. Д.* История парадокса Гиббса.

*Горобец Б. С.* Круг Ландау: Жизнь гения.

*Горобец Б. С.* Круг Ландау: Физика войны и мира.

*Горобец Б. С.* Круг Ландау и Лифшица.

*Горобец Б. С.* Секретные физики из Атомного проекта СССР: Семья Лейпунских.

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:

тел./факс (499) 135-42-16, 135-42-46

или электронной почтой [URSS@URSS.ru](mailto:URSS@URSS.ru)

Полный каталог изданий представлен  
в интернет-магазине: <http://URSS.ru>

Научная и учебная  
литература



## Христиан ГЮЙГЕНС (1629–1695)

Великий голландский ученый, математик, физик и астроном, создатель волновой теории света. Родился в Гааге, в семье известного дипломата и поэта. Изучал математику и юридические науки в университетах Лейдена и Бреды. В 1655 г. получил звание доктора юриспруденции Антверпенского университета. В 1663 г. был избран членом Лондонского королевского общества, а в 1665 г. поселился в Париже, став членом только что организованной Парижской академии наук. В 1681 г. вернулся на родину. В 1689 г. некоторое время жил в Англии, где несколько раз встречался с Исааком Ньютоном.

В последние годы жизни изложил свои предположения о множественности миров и их обитаемости в книге, изданной после его смерти в 1698 г. под заглавием «Космотеорос».

Христиан Гюйгенс — автор многих выдающихся открытий в различных областях физики и математики. Его трактат «О расчетах при игре в кости» (1657) стал одним из первых в истории исследований в области теории вероятностей. Совместно с Р. Гуком он установил постоянные точки термометра — точку таяния льда и точку кипения воды. Он изобрел маятниковые часы со спусковым механизмом, дал их теорию, установил законы колебаний физического маятника, заложил основы теории удара. С помощью построенного им телескопа открыл один из спутников Сатурна — Титан и разгадал секрет колец Сатурна. Созданная Гюйгенсом волновая теория света была описана в его работах по оптике, завершенных знаменитым «Трактатом о свете» (1690). Несмотря на поддержку М. В. Ломоносова и Л. Эйлера, теория Гюйгенса не получила признания до тех пор, пока в начале XIX века О. Ж. Френель не «воскресил» ее на новой основе.

### Представляем другие книги нашего издательства:



8437 ID 110118

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА



9 785397 013024 >

Тел./факс: 7 (499) 135-42  
Тел./факс: 7 (499) 135-42

интернет-магазин  
**ОZON.RU**



30939813

http://URSS.RU

Любые отзывы о настоящем издании, а также обнаруженные опечатки присылайте по адресу [URSS@URSS.ru](mailto:URSS@URSS.ru). Ваши замечания и предложения будут учтены и отражены на web-странице этой книги в нашем интернет-магазине <http://URSS.ru>