Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.П. КОРОНКЕВИЧ

ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Утверждено редакционно-издательским Советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2005

УДК 535.317.2(075.8)
К 684

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. *П.Е. Твердохлеб*
д-р техн. наук, проф. *Ю.Н. Дубнищев*

Работа подготовлена на кафедре информационных технологий для студентов РЭФ (направление «Оптотехника»)

Коронкевич В.П.
К 684 Формирование изображения в оптических системах: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 76 с.

ISBN 5-7782-0483-3

В учебном пособии излагаются необходимые сведения о физических основах формирования изображения в оптических системах. В качестве базовых приборов выбраны микроскопы и телескопы. Значительное внимание уделено дифракционно-интерференционным явлениям в оптических системах и их связи с разрешающей способностью и методами освещения. Пособие состоит из двух глав. Первая посвящена формированию точечного изображения, вторая структуре изображения протяженного объекта. Экспериментальные результаты базируются на опытах Линника, Аббе, Мандельштама, Рождественского и др.

Материал, содержащийся в пособии, может быть использован в курсах «Основы оптики», «Прикладная оптика», «Оптические и оптоэлектронные приборы и системы», «Оптические методы и приборы для научных исследований», «Оптические информационные технологии».

Учебное пособие предназначено для студентов, магистрантов и аспирантов соответствующих специальностей.

УДК 535.317.2(075.8)

ISBN 5-7782-0483-3

© Новосибирский государственный технический университет, 2005

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 4
Глава 1. СТРУКТУРА ИЗОБРАЖЕНИЯ СВЕТЯЩЕЙСЯ ТОЧКИ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ 6
§ 1. Идеальные приборы 6
§ 2. Полезное увеличение 13
§ 3. Распределение светового потока 18
§ 4. «Аподизация» дифракционного пятна 21
§ 5. Реальный прибор 28
§ 6. Допуски на оптические компоненты 36

Глава 2. СТРУКТУРА ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА 39
§ 1. Самосветящиеся и несамосветящиеся объекты 39
§ 2. Эксперимент Аббе 48
§ 3. Эксперименты Аббе–Портера 52
§ 4. Эксперимент Мандельштама 54
§ 5. Частично-когерентное освещение. Коэффициент некогерентности Рождественского 58
Вопросы и задачи 65
Литература 67
Приложения 69

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие представляет собой краткое изложение физических основ формирования изображений в оптических системах. Его цель – обратить внимание на главные черты дифракционно-интерференционных явлений в оптических системах и определить их связь с методами освещения объектов, качеством изображения и разрешающей способностью. Из традиционных оптических систем выбраны микроскопы и телескопы, поскольку они являются базовыми блоками большого ряда оптических приборов – спектральных, интерференционных, голографических и других.

За четыре десятилетия со времени изобретения лазеров оптика перешла в новое качественное состояние и накопила огромный фактический материал полезных применений оптических систем. Вместе с тем ее физические принципы остались неизменными.

Иллюстрацией этого факта может служить разработанная Аббе в семидесятых годах позапрошлого столетия теория образования изображений. В наше время она оказала существенное влияние на открытие метода фазового контраста в микроскопии и изобретение голографии (см. в приложении 1 к пособию – фрагменты доклада Нобелевского лауреата Д. Габора – «100 лет теории Аббе»). Описание экспериментов Аббе-Портера приводится во всех учебниках по оптике и оптической обработке информации. Вместе с тем в литературе, практически, отсутствует информация о фундаментальных экспериментах Мандельштама , а также о работах Д. Рождественского по формированию изображения в реальных оптических системах и его зависимости от когерентности освещения. Приуменьшая значение принципа Гюйгенса, Аббе отдавал предпочтение пространственному спектру объекта, («первичному изображению»). Его теория пригодна только для когерентного освещения. Эти ограничения преодолены в работах Мандельштама и Рождественского. Поэтому главная цель пособия заключается в том, чтобы дать строгое обоснование понятия о когерентности света и о переходе от когерентного освещения к некогерентному в соответствии с идеями Мандельштама и Рождественского.

Формирование изображения в оптических системах сопровождается явлениями дифракции и интерференции. В плоскости, где получается действительная (физическая) «точка изображения», возникает световое пятно, окруженное дифракционными кольцами – так называемая фигура Эри. Уширение геометрического изображения точки присутствует всегда, поскольку оправа объектива ограничивает сферическую световую волну, исходящую от оптически сопряженной точки объекта. Дифракция на краю апертуры приводит к изменению изображения, построенного по правилам геометрической оптики. Форма апертуры, введение амплитудных или фазовых фильтров трансформируют картину Эри, перераспределяя световую энергию между центральным ядром и окружающими кольцами. Применяя аподизацию, можно «разрушить» дифракционные кольца. Энергия в этом случае перераспределяется в центральное ядро, что приводит к его уширению.

Из-за малости длины световой волны масштаб этих явлений вообще ничтожен. Невооруженный глаз их редко замечает, но, как писал акад. Д. Рождественский, «…для микроскопа длина волны не мала, и здесь, наоборот, интерференция и дифракция – явления, непрерывно бросающиеся в глаза».

Материал, содержащийся в пособии, может быть использован в курсах «Основы оптики», «Прикладная оптика», «Оптические и оптоэлектронные приборы и системы», «Оптические методы и приборы для научных исследований», «Оптические информационные технологии». Пособие предназначено для студентов, магистрантов и аспирантов соответствующих специальностей. Оно будет полезно инженерам и научным сотрудникам, работающим в области оптики.

Г Л А В А 1

СТРУКТУРА ИЗОБРАЖЕНИЯ СВЕТЯЩЕЙСЯ ТОЧКИ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

§ 1. ИДЕАЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Рассмотрим два основных класса оптических систем: телескопы и микроскопы (рис. 1). В пространстве предметов расположен точечный светящийся источник A. Для телескопических систем он находится в бесконечности и от него в объектив поступает плоская волна W. Для микроскопа точечный источник A излучает сферическую волну W_0. Изображение источника A_1 рассматривается в окуляр. В наблюдательной части обе системы идентичны и не отличаются друг от друга. Функциональное различие объективов понятно из рис.1. В микроскопе объектив 2 состоит из фронтальной линзы, коллимирующей поступающее излучение, и тубусной линзы, выполняющей роль, аналогичную объективу телескопа.

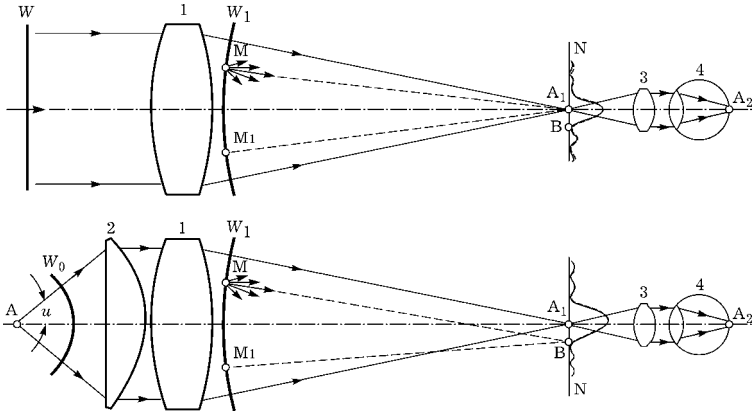

Рис. 1. Принципиальные оптические схемы телескопа и микроскопа при визуальном наблюдении

Если оптические системы, представленные на рис. 1, геометрически идеальны, то они должны соответствовать трем условиям, сформулированным Максвеллом.

1. Все лучи, вышедшие из точки предмета A и прошедшие через систему (телескоп, микроскоп), должны сойтись в точке изображения A_1.

2. Каждый элемент плоскости, нормальный к оптической оси и содержащей точку A, отображается элементом плоскости, нормальной к оптической оси и содержащей точку A_1.

3. Высота изображения должна быть пропорциональна высоте предмета, причем коэффициент пропорциональности должен быть постоянным, независимо от местоположения точки A в плоскости предмета.

Отклонения от первого условия обычно вызваны искажениями изображения (аберрациями), отклонения второго типа называются кривизной поля, а отклонения третьего рода происходят от дисторсии.

С точки зрения физической оптики первое условие Максвелла интерпретируются иначе: в геометрически идеальном объективе свет должен проходить путь между точками A и A_1 за одно и то же время вдоль любого из лучей, т.е. за основу принят принцип таутохронизма. Вместо времени распространения в оптике используется понятие оптической длины пути. Она находится интегрированием вдоль отрезка пути любого из лучей, например S:

$$\begin{matrix}\text{Оптическая}\\ \text{длина}\\ \text{пути}\end{matrix} = \int_A^{A_1} nds,$$

где n – показатель преломления света на каждом отрезке прохождения луча, а ds – путь в единицах длины.

В случае выполнения первого условия Максвелла оптическая длина пути одна и та же для всех типов лучей. Отклонение от этого условия называется оптической разностью хода (ОРХ), причем ОРХ есть разность оптической длины пути для реального и идеального (расчетного) лучей. Если ОРХ составляет часть световой волны или превышает ее, то степень ухудшения качества изображения превышает пределы, определяемые дифракцией. Далее речь пойдет о дифракционных явлениях, ограничивающих качество изображений в оптических системах.

Наша задача – определить структуру изображения в точке A_1 плоскости NN (рис. 1). Если объективы идеальны, то сферические волновые поверхности W_1 в пространстве изображений будут иметь центр кривизны в точке A_1 для телескопа и микроскопа. По принципу Гюйгенса образование изображения в A_1 происходит так, как если бы различные точки волновой поверхности W_1 являлись действительными когерентными источниками света. Любая точка M на W_1 испускает световые колебания не только в направлении MA_1, но и в других направлениях, как показано на рис. 1. Изображение в A_1 представляет собой не точку, а небольшое световое пятно. Освещенными, кроме A_1, оказываются и ближайшие точки. В действительности интенсивность световых лучей в направлении, отличающемся от направления геометрического луча MA_1, очень быстро падает. Поскольку A_1 является центром сферы, то волновые колебания от W_1 проходят в A_1 «в фазе» и амплитуда в A_1 является суммой всех амплитуд, испускаемых точками поверхности W_1. Чтобы получить интенсивность в A_1, достаточно возвести в квадрат эту сумму.

В точке B, не совпадающей с центром сферы, оптические разности хода от точек поверхности W_1 до точки B не равны нулю. Например, на поверхности можно найти такие две точки M и M_1 (см. схему микроскопа), колебания от которых приходят в B в противофазе и гасят друг друга, например, когда разность хода $MB - M_1B$ равна полуволне. Если это явление происходит для всех точек поверхности W_1, то часть плоскости изображения оказывается неосвещенной.

Точный расчет дифракции на апертуре 1 дает следующий результат: изображение в A_1 имеет вид ярко совещенного центрального пятна, окруженного темными и светлыми кольцами, интенсивность которых быстро падает по мере удаления от центра (рис. 2). Распределение интенсивности света в пятне (структура пятна) можно определить из соотношения, известного из теории дифракции:

$$I = C\frac{J_1^2(z)}{z^2}, \qquad (1)$$

где C – постоянная, а $J_1^2(z)$ – функция Бесселя первого рода, первого порядка от аргумента

$$z = \frac{\pi D r}{\lambda b}. \qquad (2)$$

Здесь D диаметр объектива, λ – длина волны света, b – расстояние от объектива до плоскости изображения, r – расстояние от геометрического изображения светящейся точки A_1 до точки B (рис.1). При $z = 0$ освещенность в центре изображения точки максимальна. По мере удаления от центра освещенность быстро падает и достигает нулевого значения при $z = 3{,}83$ (в этом можно убедиться, воспользовавшись таблицами функций Бесселя и соотношением 1). За первым темным кольцом следует ряд светлых колец убывающей интенсивности, разделенных темными кольцами при значениях z, равных $7.02; 10.17; 13{,}32$ и т.д. Интенсивность света распределяется по всей плоскости изображения, но основная часть энергии сосредоточена в центральном пятне, ограниченном первым темным кольцом. Если принять энергию, прошедшую через объектив, за 100 %, то в дифракционном изображении точки распределение энергии будет следующим:

В центральном кружке	83,78 %
В первом светлом кольце	7,22 %
Во втором	2,77 %
В третьем кольце	1,76 %
В кольцах от 4-го до 50-го	4,37 %
В кольцах от 50-го до ∞	0,40 %

Обычно интенсивность в центре кружка приравнивают единице, тогда соотношение (1) примет вид:

$$I = \left| \frac{2 J_1(z)}{z} \right|^2. \qquad (3)$$

Это распределение изображено на рис. 2. За единицу масштаба по оси ординат можно принять значение r, которое при $z = 3{,}83$ равно (см. формулу (2))

$$r = \frac{1{,}22 \lambda b}{D}. \qquad (4)$$

В литературе это значение r называют радиусом кружка (диска) Эри. Радиус диска Эри зависит от длины волны света и параметров объектива.

Для телескопических систем расстояние b от объектива до изображения (плоскости Гаусса) равно фокусу объектива, и выражение (4) принимает вид

$$r = \frac{1,22\lambda\ f}{D} = \frac{1,22\lambda}{A}, \qquad (5)$$

где $A = D/f$ – относительное отверстие объектива телескопической системы.

Это означает, что объективы любого диаметра – от гигантских телескопов до традиционного бинокля – дают одинаковые по структуре дифракционные изображения, если их относительные отверстия равны. Угловая величина диска Эри $r/f = 1,22\lambda/D = \gamma$. Под этим же углом дифракционное изображение точки можно спроектировать на небесную сферу и отождествить его некоторым фиктивным объектом, радиус которого виден для наблюдателя под тем же углом γ.

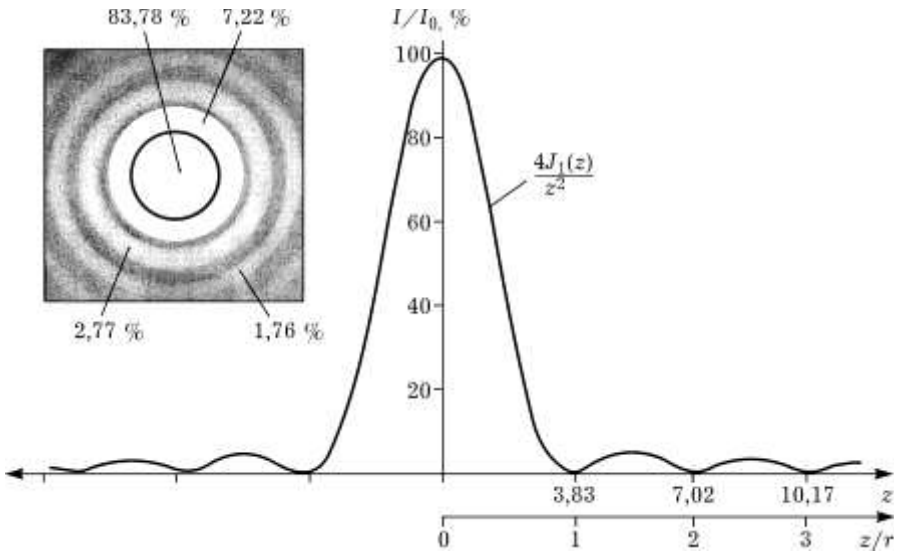

Рис. 2. Распределение относительной интенсивности в изображении точки

При $\lambda = 0,555$ мкм

$$\gamma = \left| \frac{140}{D} \right|'' , \qquad (6)$$

где D – выражено в мм, а γ в секундах. Иначе говоря, угловые размеры дифракционного изображения зависят только от диаметра объектива. При заданной длине волны они ему обратно пропорциональны. При $D = 140$ мм угловая величина радиуса кружка Эри равна $1''$.

Для микроскопа чаще применяют соотношение, вытекающее из (2):

$$z = \frac{2\pi\, n \sin u}{\lambda} \cdot \frac{r}{g} , \qquad (7)$$

где n – показатель преломления иммерсионной среды в пространстве предметов (для «сухих» систем $n = 1$), $g = \frac{b}{f}$ – увеличение (f – фокус объектива микроскопа), u – угловая апертура микроскопа (рис. 1), $n \sin u$ – числовая апертура микроскопа. Тогда радиус центрального пятна в плоскости изображения

$$r = \frac{z\lambda\, g}{2\pi n \sin u} = \frac{1,22\lambda}{2n \sin u} g . \qquad (8)$$

Следовательно, для получения изображения, содержащего наиболее мелкие детали, необходимо увеличивать числовую апертуру микроскопа. Например, при числовой апертуре $n \sin u = 1$ и увеличении $g = 50$ получим r, равное 0,017 мм. При вычислении мы положили $\lambda = 0,555$ мкм. Пересчитав значение радиуса кружка в пространство предметов, получим $r/g = 0,34$ мкм. Это означает, что при наблюдении в микроскоп точечный объект виден в виде кружка радиусом $0,34$ мкм. Микроскоп как бы «сканирует» объект диском, диаметр которого равен $0,68$ мкм. На рис. 3 показаны дифракционные структуры, характеризующие разрешение микроскопа в пространстве предметов при различных значениях числовой апертуры.

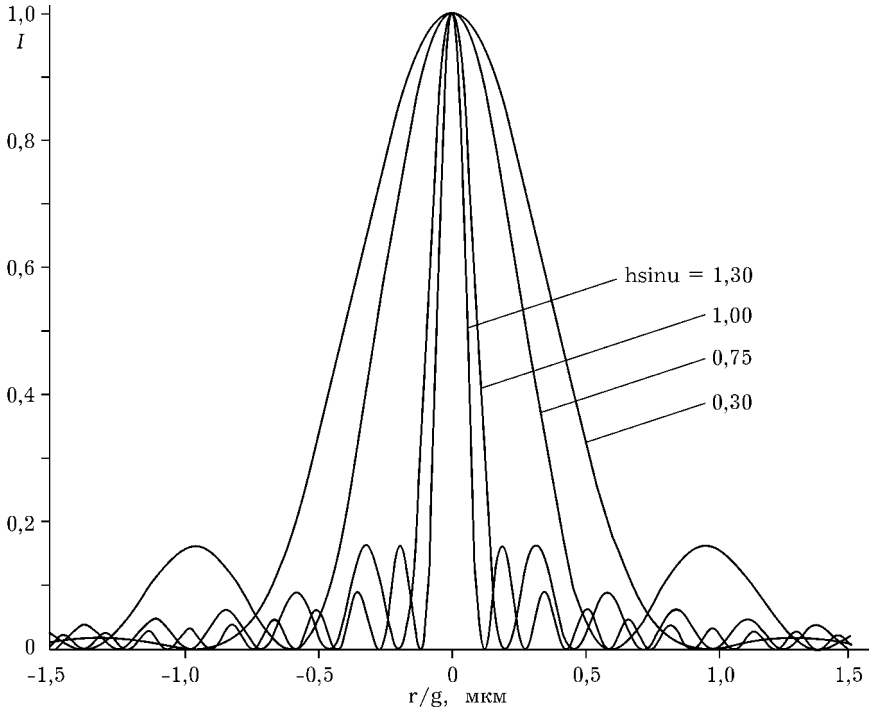

Рис. 3. Дифракционное изображение в микроскопе при различной апертуре объектива

Для оценки точности поперечной установки микроскопических систем (особенно это касается измерительных инструментальных микроскопов) используют соотношение, определяющее диаметр диска Эри ($2r$):

$$2r = \frac{1,22\,\lambda}{u}\,. \qquad (9)$$

Здесь мы полагаем $g = 1$, $n = 1$ («сухая система»), а $\sin u \sim u$ в параксиальном приближении.

Распределение интенсивности в изображении точечного объекта, даваемое телескопическим или микроскопическим объективами, называют функцией рассеяния точки (ФРТ). Другими названиями этой

же характеристики являются следующие: дифракционная картина Фраунгофера, функция Эри, функция Грина и выходной сигнал импульсного типа. ФРТ является одной из наиболее полных характеристик, позволяющей судить о качестве изображения оптической системы. Распределение светового поля в изображении объекта можно представить (рассчитать) как свертку ФРТ с функцией, описывающей пространственное распределение светового поля объекта (см. приложение 4).

§ 2. ПОЛЕЗНОЕ УВЕЛИЧЕНИЕ

В рассматриваемых нами схемах микроскопа и телескопа (рис. 1) изображение точечного объекта A_1 проецируется через окуляр в точку A_2 на сетчатке глаза, оптические свойства которого следует учитывать при определении полезного увеличения. Основные оптические параметры среднего (нормального) глаза представлены на рис. 4. У нормального глаза задний фокус совпадает с сетчаткой, и поэтому глаз в спокойном состоянии резко видит удаленные предметы, т.е. он «аккомодирован на бесконечность». Обеспечение резкого изображения объектов, расположенных на близком расстоянии (рис. 4, низ), требует увеличения оптической силы хрусталика и, следовательно, сокращения заднего фокального расстояния. Без особого утомления глаз может наблюдать предметы, находящиеся на расстоянии примерно 250 мм. Это расстояние играет особую роль в оптических приборах и носит название расстояния наилучшего видения. Задача оптической системы (лупа, микроскоп, телескоп) – создать условия, чтобы изображение находилось для глаза на расстоянии наилучшего видения. Отсюда под увеличением оптического прибора понимают отношение

$$g = \frac{\mathrm{tg}w'}{\mathrm{tg}w}, \qquad (10)$$

где w' – угол, под которым объект виден в оптическую систему, w – угол, под которым объект виден на расстоянии 250 мм (без оптической системы).

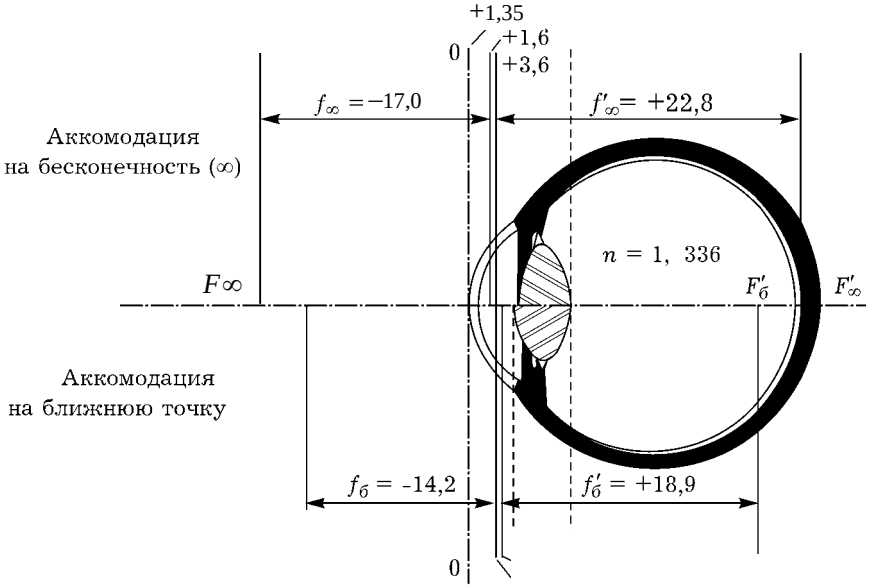

Рис. 4. Глаз, как оптический прибор. Положение основных оптических точек. Сплошными линиями показаны главные плоскости, пунктиром – положение вершин роговицы и хрусталика

Способность глаза различать детали объекта, т.е. его разрешающая сила или острота зрения принимается равной $w = 1'$, что соответствует в линейной мере отрезку, примерно, в 0,1 мм рассматриваемому глазом с расстояния 250 мм. Она ограничивается (в основном) двумя факторами: структурой сетчатки и дифракцией на зрачке. Элементы изображения, которые меньше светочувствительных клеток сетчатки и размера дифракционного диска Эри не воспринимается глазом и системой глаз-мозг. Они не дополняют информацию об объекте, и увеличение оптической системы в этом случае является бесполезным, поскольку оно дает изображение, сравнимое с дифракционным уширением или диаметром светочувствительных клеток. Размер последних составляет по многочисленным измерениям от $2{,}5$ до 7 мкм. Это значение, пересчитанное в плоскость, находящуюся на расстоянии наилучшего видения (250 мм), составит $\sim 0{,}1$ мм.

Радиус диска Эри можно вычислить из соотношения (4). Для этой цели в (4) положим $b = f'/n'$ (см. рис. 4). Тогда для глаза аккомодированного на бесконечность

$$r = \frac{1{,}22\lambda \cdot f'}{n'D} = 5{,}77 \text{ мкм } \sim 6 \text{ мкм}. \qquad (11)$$

Здесь мы учли, что $f' = 22{,}8$ мм, $n = 1{,}336$, а $D = 2$ мм. При аккомодации глаза на расстояние наилучшего видения ($f'_\delta = 18{,}9$ мм) – $r_1 \cong 5$ мкм. Значения r и r_1, пересчитанные в плоскость наилучшего видения, не будут превышать 0,1 мм. Линейные размеры светочувствительных клеток и дифракционно-уширенного изображения имеют практически один и тот же порядок и как бы «согласованы» между собой (рис. 5). Линейная величина разрешающей способности глаза составляет, как указано выше, $\sim 0{,}1$ мм. Это означает, что глаз различает два точечных источника, если расстояние между равно 0,1 мм, что в угловой мере равно $1'$.

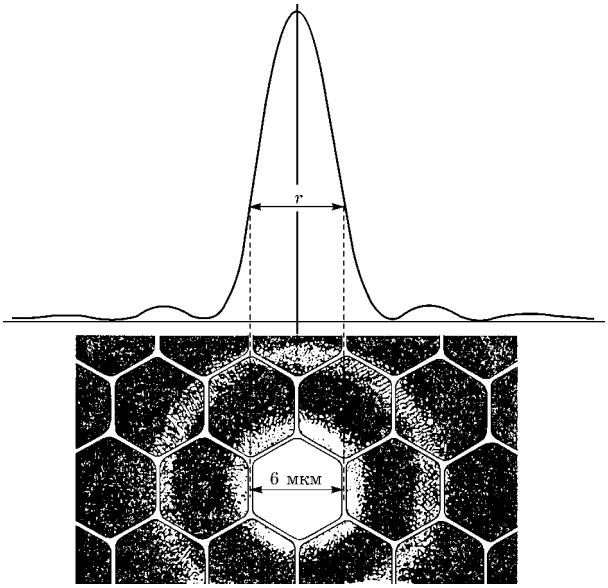

Рис. 5. Сопоставление дифракционного диска и структуры сетчатки

Наблюдение мелких деталей объекта под углом $1'$ вызывает значительное переутомление наблюдателя, поэтому в практике принимают меньшее значение разрешающей способности. Эксперименты показали, что для среднего глаза наилучшим условием наблюдения является значение остроты

$$\varepsilon = 2' \div 4'. \qquad (12)$$

Современные эксперименты позволяют прямым способом определить функцию рассеяния точки (ФРТ) глаза, независимо от свойств сетчатки и неврального фактора, т.е. мнения испытуемого. Для этой цели используется излучение лазера, сфокусированное хрусталиком, а затем отраженное и рассеянное непосредственно сетчаткой. Дифракционная картина Эри для реального («живого») глаза представлена на рис. 6. Для глаза молодого человека (рис. 6, *а*) она лежит в пределах $4'$, а пожилого существенно отличается от значений принятых для среднего глаза.

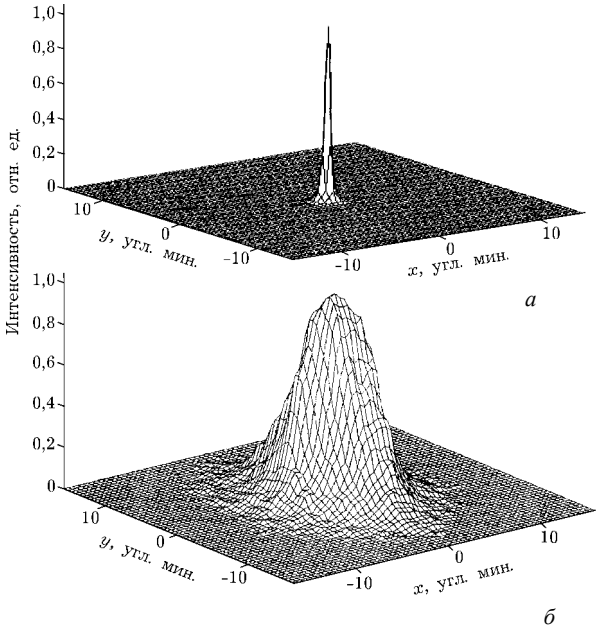

Рис. 6. Распределение интенсивности (ФРТ) в плоскости сетчатки глаза человека в молодом (*а*) и пожилом (*б*) возрасте

При определении соотношения для полезного увеличения микроскопа поступим следующим образом. Учтем, что микроскоп разрешает два точечных некогерентных источника, если они находятся на расстоянии

$$\sigma = \frac{\lambda}{2A}. \tag{13}$$

Для того чтобы глаз мог разрешить этот объект, необходимо увеличить σ до значений равных $0,2...0,4$ мм, т.е. до величины разрешающей способности глаза, регламентируемой условием (11). Тогда

$$\frac{\lambda}{2A} \cdot g = 250 \cdot tg\varepsilon. \tag{14}$$

При $\lambda = 0,555$ мкм, $\varepsilon_{\min} = 2'$ и $\varepsilon_{\max} = 4'$ получим

$$\begin{aligned} g_{\min} &= 540\,A \\ g_{\max} &= 1081\,A \end{aligned} \tag{15}$$

или в соответствии с правилом Аббе

$$500\,A > g < 1000\,A \tag{16}$$

Нижний предел $g = 500\,A$ носит название нормального увеличения. Если увеличение микроскопа меньше нижнего предела, то разрешающая способность, соответствующая данной апертуре объектива, полностью не используется. Имеется избыток апертуры, что если не является вредным непосредственно, то является невыгодным: слишком большая апертура приводит к малой глубине резкости изображения, маленькому рабочему расстоянию и большой чувствительности к коррекции аберраций объектива, т.е. к обстоятельствам, создающим неудобства в практическом применении микроскопа. Это относится в первую очередь к объективам со средним увеличением, где с превышением апертуры над требуемой величиной следует быть особенно осторожным. Для слабых систем этот вопрос не имеет такого значения. У них спокойно можно допускать известный излишек апертуры, тем более, что это выгодно в отношении яркости изображения.

Если, наоборот, значительно превысить верхний предел увеличения, например в 1,5—2 раза, то мы получим увеличение, не дающее никакой возможности увидеть больше подробностей в изображении и не улуч-

шающее воспроизведения объекта. Лишь иногда такое увеличение может оказаться полезным, например, при зарисовке изображения, подсчете его составных элементов, измерениях и других видах работ.

Замечания о полезном увеличении приводят к пониманию того, что: 1) бессмысленно и даже вредно для правильного распознавания объекта завышать увеличение микроскопа; 2) для малых увеличений требуются малые апертуры, а потому в этих случаях могут быть сэкономлены затраты на создание объективов с большой апертурой.

Если невооруженный глаз разрешает объекты, наблюдаемые под углом в $1'$, то при наблюдении при помощи телескопической системы разрешение составит $60''/g$. Это значение должно быть больше теоретического значения $140''/D$, регламентируемого формулой (6). Тогда для определения полезного увеличения телескопа можно составить соотношение

$$60''/g = 140''/D, \tag{17}$$

где D – выражено в мм. Отсюда получаем простую формулу

$$g = 0,43D. \tag{18}$$

Ряд авторов (например, Данжон и Куде, Максутов и др.), исходя из практических соображений, рекомендуют

$$g = 0,5D. \tag{19}$$

Они полагают, что величину радиуса диска Эри необходимо определять из соотношения $\left|\frac{120}{D}\right|''$ или даже $\left|\frac{114}{D}\right|''$, а не $\left|\frac{140}{D}\right|''$, которое было приведено выше.

§ 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СВЕТОВОГО ПОТОКА

Вся световая энергия, испускаемая светящейся точкой объекта и попадающая в объектив, распределяется по маленькому дифракционному пятну. Распределение световой энергии в пятне представляет собой фигуру вращения. Если вращать кривую на рис. 2 вокруг оси ординат, то объем полученного таким образом тела вращения пропорционален световому потоку, который попадает в микроскоп от точечного источника. Простой расчет позволяет получить величину этого объема. Примем за единицу полный объем тела вращения, образуемо-

го из кривой рис. 2, так называемый «объем дифракции». Этот объем соответствует значениям I, теоретически простирающимся до бесконечности; практически же, поскольку интенсивность быстро падает с увеличением z, нет необходимости рассматривать большие значения z. Ошибка при этом быстро становится ничтожно малой и можно получить с достаточной точностью полный «объем дифракции», не прибегая к бесконечно большим значениям z.

Если довести расчет до значения z, равного $3{,}83$, то получится объем центрального дифракционного пятна. Он равен ~84 % от полного объема. Рассмотрение его очень существенно, так как именно он вносит основной вклад в образование изображения. Светлые кольца, окружающие центральное пятно, только уширяют изображение и играют роль паразитного света. Поскольку полный «объем дифракции» принят за единицу, паразитный световой поток, приходящийся на все дифракционные кольца, равен $1-0{,}84=0{,}16$.

Таким образом, около 16 % светового потока уходит из центрального пятна на дифракционные кольца. Особенно важен тот факт, что в изображении протяженных объектов этот рассеянный свет создает вуаль и приводит к общему снижению контрастности. В препаратах часто встречаются мелкие слабо освещенные детали рядом с более крупными и очень ярко освещенными. В этом случае дифракционные кольца от ярко освещенного объекта могут оказаться значительно интенсивнее, чем центральное пятно слабо освещенной детали, которая, таким образом, полностью ускользает от наблюдения. Аналогичная проблема возникает в астрономии при наблюдении на фоне ярких звезд слабых источников и спутников. В дальнейшем мы увидим, как с помощью так называемого метода «аподизации» можно частично устранить дифракционные кольца за счет небольшого расширения центрального дифракционного пятна.

Формулы, приведенные выше, действительны для расположения изображения в плоскости установки (поверхность Гаусса). Под этой плоскостью мы понимаем поверхность NN (рис.1), где находится центр кривизны A_1 сферической волновой поверхности и расположены регистрирующие устройства: фотопластинка, многоэлементная фотоматрица или при визуальном наблюдении передняя фокальная плоскость окуляра. При наличии дефокусировки в дифракционном изображении начинает падать яркость центрального максимума, светлые кольца, окружающие максимум возрастают в диаметре и приобретают большую яркость. Темные кольца теряют контраст. Они наблюдаются на фоне постоянной засветки.

Обратимся к рис. 7. На нем представлена оптическая система с однократным увеличением ($g = 1$). Показано, что плоскость наблюдения 1 смещена вдоль оптической оси в положение 2. Величина смещения $\delta l << l$. Точка S' (геометрическое изображение точки S) является центром сферической волны W. Волны, дифрагированные точками поверхности W в точке S', синфазны, а в точку S'' (волна W_1) они приходят с разными фазами. Максимальная разность хода Δ в точке S'' равна $MS'' - OS''$. Появлением этой разности хода и объясняется снижение яркости изображения в точке S''. Значение разности хода Δ можно вычислить как разность стрелок прогиба $\frac{y^2}{2l}$ и $\frac{y^2}{2(l - \delta l)}$ сферических волн W и W_1 с радиусами l и $l - \delta l$. Такой прием, принятый в технической оптике, дает приемлемую для практики точность. Тогда

$$\Delta = \delta l \frac{u^2}{2} = k\lambda , \tag{20}$$

где k – целое или дробное число менее 1. При $k = 1$ в центре дифракционного изображения наблюдается темное пятно (см. вид колец на рис. 7).

$$\delta l = \frac{2\lambda}{u^2} \tag{21}$$

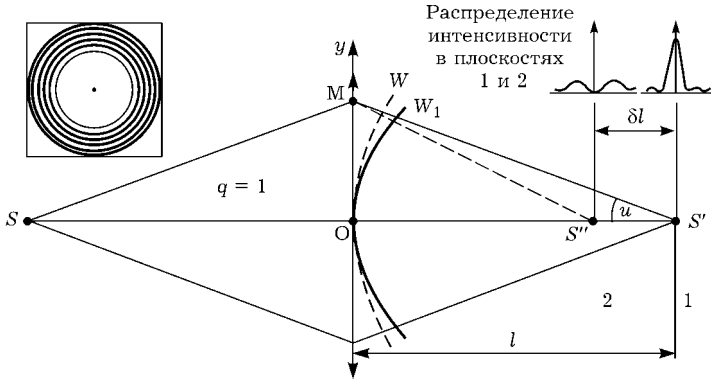

Рис. 7. Изменение дифракционного пятна при расфокусировке

Следовательно, наибольшая плотность световой энергии локализована в объеме, имеющем форму сигары, длина которой равна $4\lambda/u^2$, а поперечное сечение (толщина) – $1{,}22\lambda/u$. Отсюда точность продольной установки (фокусировки) оптической системы пропорциональна – λ/u^2, а поперечной λ/u.

§ 4. «АПОДИЗАЦИЯ» ДИФРАКЦИОННОГО ПЯТНА

Преобразование структуры изображения точки путем изменения амплитудного и фазового пропускания апертуры оптической системы (зрачка) называется аподизацией. Название происходит от самого раннего применения аподизации – подавление кольцевой структуры в распределении Эри. В переводе с греческого это слово означает «удаление ног», где под «ногами» подразумеваются светлые дифракционные кольца, сопровождающие диск Эри. Прежде всего рассмотрим влияние на распределение интенсивности в дифракционном пятне формы входной апертуры. Приведенные выше формулы касались круговой апертуры. Первое темное кольцо в дифракционной картине полного круглого отверстия появляется, когда

$$\frac{r}{b} = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}, \tag{22}$$

приведенное соотношение вытекает из (2), где r/b есть угловая величина радиуса дифракционного пятна. При квадратной апертуре шириной D диск Эри «сожмется» и его можно наблюдать при

$$\frac{r}{b} = \frac{\lambda}{D}. \tag{23}$$

Если на объектив установить узкую кольцевую диафрагму, то

$$\frac{r}{b} = 0{,}77 \cdot \frac{\lambda}{D} \tag{24}$$

уменьшение отверстия до размеров тонкого кольца сопровождается увеличением световой энергии в светлых дифракционных кольцах. Для этого случая можно показать, что световая энергия в каждом внешнем кольце дифракционной картины равна энергии в централь-

ном «сжатом» пятне, т.е. световая энергия будет практически равномерно распределена между светлыми кольцами дифракционной картины. Сравнивая соотношения (22) и (24), видно, что при узкой кольцевой апертуре величину дифракционного пятна удается «сжать» ($1{,}22/0{,}77 \cdot \lambda/D$), в ~1,6 раза. Иллюстрация соотношений 22–24 представлена на рис. 8. После объектива помещены диафрагмы, играющие роль выходного зрачка. Форма диафрагм M_1, M_2 и M_3 представлена ниже.

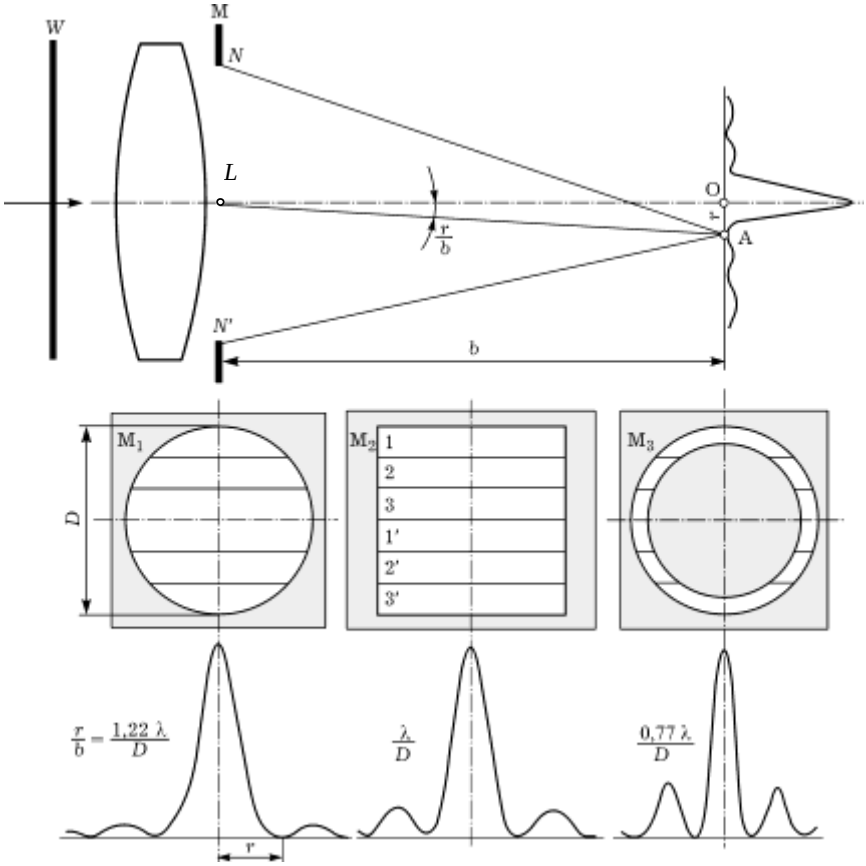

Рис. 8. Влияние формы апертурной диафрагмы на структуру дифракционного пятна

Мы рассматриваем интерференцию в точке A пучков N и N', дифрагированных на краях диафрагмы. Когда разность хода между NA и $N'A$ равна при квадратной диафрагме λ, в точку A излучение не поступает. Действительно, если разбить площадь зрачка M_2 на элементарные тонкие площадки (зоны) $1, 2, 3...$, и равные им площадки $1', 2', 3'...$, то разность хода между 1 и $1'$ соответственно 2 и $2'$ и т.д. будет равна половине длины волны. Поскольку участки равны по площади (т.е. амплитуде) и сдвинуты по фазе на $\lambda/2$, они в результате интерференции «гасят» друг друга. В точку A при дифракции под углом r/b излучение не поступает.

В случае круглой и кольцевой диафрагм элементарные участки 1 и $1'$ и т.д. не равны по площади, и «гашение» света происходит при разности хода для крайних пучков NA и $N'A$, равной дифракционному пятну $1{,}22\lambda$ и $0{,}77\lambda$ соответственно. Подчеркнем еще раз, что при круглом входном зрачке радиус диска Эри расширяется до $1{,}22\,\lambda$, а при кольцевом зрачке «сужается» до $0{,}77\,\lambda$. Иногда в литературе используют термин «сжатие пучка ниже дифракционного предела», понимая под этим, что диск Эри уменьшается при кольцевой апертуре в 1,6 раза по сравнению с круглой. Следует учитывать, что при этом происходит существенная потеря световой энергии в изображении точечного источника и, как правило, не получается выигрыша в разрешении.

В случае квадратной апертуры первое темное кольцо наблюдается при разности хода между пучками NA и LA, равной $\lambda/2$. Последующие кольца соответственно при $2\cdot\lambda/2$, $3\cdot\lambda/2$ и т.д. С достаточной точностью можно считать, что при переходе от центрального диска к последующим светлым кольцам происходит скачок фазы, равный $\lambda/2$, т.е. по фазе кольца отличаются друг от друга и центральной зоны на π.

Круговая апертура с непрозрачным экраном в центре (диафрагма M_3) присуща ряду практических схем: телескопические системы Ньютона, зеркально-линзовые объективы микроскопов, дифракционно-рефракционные искусственные хрусталики глаза и др. На рис. 9 приведен вид функции Эри для идеального объектива с центральным круглым экраном. Введение экранирования центра привело к перераспределению энергии из центрального диска Эри в первое светлое кольцо. Уменьшение, в результате аподизации, центрального пятна приводит к повышению разрешающей силы при рассмотрении отдельных точечных источников и к потере света и падению контраста при наблюдении протяженных объектов.

Рис. 9. Распределение интенсивности в дифракционном пятне при экранировании центра апертуры

Д. Гальперном был рассмотрен предельный случай возможного уменьшения диска Эри в результате введения амплитудно-фазовых фильтров, имеющих различное пропускание. Было показано, что никаким фильтром нельзя уменьшить центральное дифракционное пятно более чем в 1,6 раза, т.е. был получен результат, приведенный выше при рассмотрении действии узкого кольцевого экрана. По мнению А. Марешаля и М. Франсона, улучшение разрешения всегда сопровождается существенными потерями света и контраста, ограничивающими выигрыш в разрешении величинами порядка 25 %.

Поскольку дифракционное пятно есть результат интерференции световых волн от различных точек волновой поверхности W (рис. 1), представляется возможным изменять его структуру путем искусственного ослабления этих волн. В рассмотренном выше случае волновая поверхность есть сфера, и все ее элементы по определению находятся в одной фазе. Все они являются источниками когерентных волн одинаковой амплитуды. Предположим, что каким-либо способом мы изменяем амплитуды волн, испускаемых различными элементами волновой поверхности W (рис. 10). Волны от участков C, D, E по-прежнему когерентные, но амплитуда волн, испускаемаz участками D и E, становится, например, меньше амплитуды волн, испускаемой центральным участком C. Отсюда понятно, что структура дифракционного пятна в A' не остается прежней.

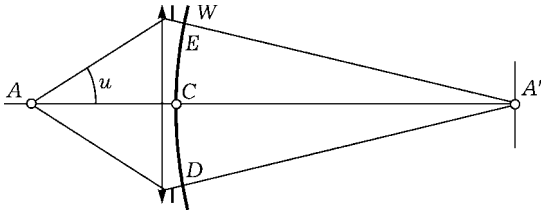

Рис. 10. Принципиальная схема микроскопа

Световая энергия, содержащаяся в дифракционных кольцах, определяется дифракцией от краев волновой поверхности. Следовательно, для подавления дифракционных колец необходимо ослабить световые волны от источников на периферии волновой поверхности.

Разумеется, нельзя их просто полностью перекрыть, так как это сократит апертуру и уменьшит разрешающую способность объектива. Структура дифракционного пятна останется прежней, изменится только его масштаб. Для изменения структуры дифракционного пятна, заключающегося в подавлении дифракционных колец, необходимо обеспечить ослабление парциальных волн на волновой поверхности W в направлении от центрального участка C к краям по определенному закону.

В методе «аподизации», обоснованном Ланро, зависимость амплитуды вторичных волн как функция расстояния H от центра волновой поверхности имеет гауссов вид $\exp(-kH^2)$. Соответственно ослабление интенсивности вторичных волн удовлетворяют закону.

$$e^{-2kH^2},$$

где k постоянная.

Если использовать в микроскопе объектив, в котором изменение интенсивности колебаний на волновой поверхности происходит по приведенному выше закону, то получится следующий результат: при $k = 0$, очевидно, получается классическое дифракционное пятно Эри (кривая 1 на рис. 11). При $k = 1$ получается кривая 2. Мы видим, что центральный лепесток функции Эри расширяется, а интенсивность боковых дифракционных максимумов (колец) падает. При $k = 4$ получается кривая 3; в этом случае дифракционные кольца исчезли, но центральное пятно расширилось.

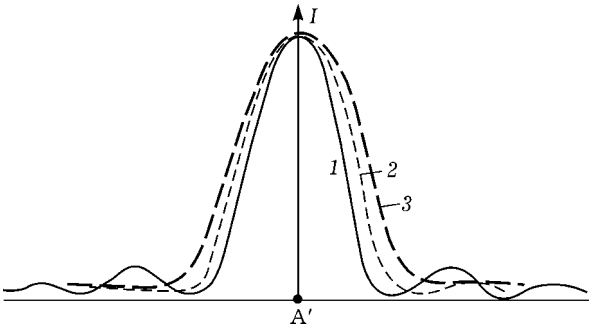

Рис. 11. Изменение формы пятна при аподизации

Поскольку сильная аподизация практически уничтожает дифракционные кольца, мы вправе надеяться повысить контраст изображения. К сожалению, расширение центрального пятна дает обратный результат, так что при аподизации надо искать компромисс между этими двумя явлениями. Практически аподизацию можно получить, нанося на одну из поверхностей объектива поглощающий слой переменной толщины. Будучи равными нулю в центре, толщина и соответственно поглощение должны возрастать к краю поверхности. Толщина должна быть достаточно малой, чтобы световые колебания, проходящие через края, не запаздывали по сравнению с колебаниями, проходящими через центральный участок. Если это произойдет, то волновая поверхность W перестанет быть сферической и появятся аберрации.

Преимущество аподизации заключается, главным образом, в улучшении видимости малых, слабо освещенных деталей, расположенных рядом с сильно освещенными объектами. На рис. 12, *а* показано, как выглядит дифракционная картина при рассмотрении очень слабого точечного изображения A_1 рядом с другим, очень ярким точечным изображением A. Применялся обычный объектив, без аподизации. Интенсивность кривой 1, дающей структуру изображения A, велика, интенсивность в центре не показана. Кривая *2* дает ту же структуру для соседней точки A_1, очень слабо освещенной. Изображение A_1 тонет в дифракционных кольцах изображения A и остается невидимым.

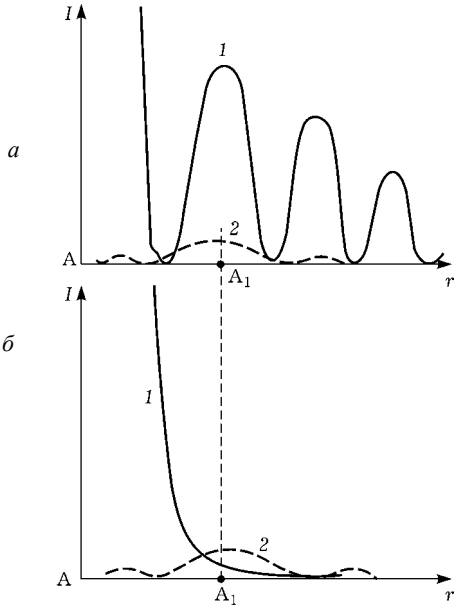

Рис. 12. Влияние аподизации при наблюдении слабо освещенных объектов

На рис. 12, *б* показана та же картина, но с аподизацией. Кольца изображения A исчезают (кривая 1) и появляется изображение A_1. Аналогичные явления происходят и в изображениях протяженных объектов. Малый объект конечных размеров, расположенный рядом с намного более ярким протяженным объектом, не может быть обнаружен. Преимущества аподизации несомненны в микроскопии, где часто мелкие интересные детали расположены рядом с более крупными и яркими объектами и для телескопов при рассмотрении слабых источников на фоне ярких планет и звезд.

В заключение отметим, что способы аподизации оптических систем хорошо исследованы и систематизированы. Наряду с традиционным случаем, когда функция амплитудного пропускания равна 1 по всему зрачку, рассмотрены случаи, когда амплитудное пропускание равно нулю, единице (частичное экранирование) или монотонно растет (убывает) от центра к краю или изменяется не монотонно.

Особенно тщательно изучено экранирование центра апертуры. Его влияние приводит к уменьшению диаметра диска Эри и перекачке

энергии из центра в кольца. Минимумы между светлыми кольцами доходят до нуля, но их положения смещены. В практических случаях при экранировании центра на 25% от общей площади радиус первого темного кольца уменьшается приблизительно на одну треть.

Аподизация подавляет эффекты дифракции от края зрачка, но не исправляет дефекты, вызванные искажениями волнового фронта, например, от волновых аберраций системы. Волновые аберрации приводят к перераспределению энергии из диска Эри во внешнюю область. При аподизации часть энергии от зоны (0-0,5) единиц Эри перекачивается наружу, а из зон 1,2 и до бесконечности – внутрь. Сочетание таких эффектов позволяет, в ряде случаев, снизить аберрации системы.

§ 5. РЕАЛЬНЫЙ ПРИБОР

Когда объектив микроскопа или телескопа не является идеальным, волновая поверхность более не представляет собой сферу, и соответственно изменяется дифракционная картина. Часть световой энергии, сосредоточенной в центральном дифракционном пятне, переходит в кольца. Эти кольца становятся более интенсивными, что приводит к расплыванию изображения и общему снижению контрастности.

На рис. 13 в виде одиночной линзы изображен объектив телескопической системы 1. После объектива установлена апертурная диафрагма 2 диаметром D в реальных системах роль диафрагмы выполняет оправа объектива.

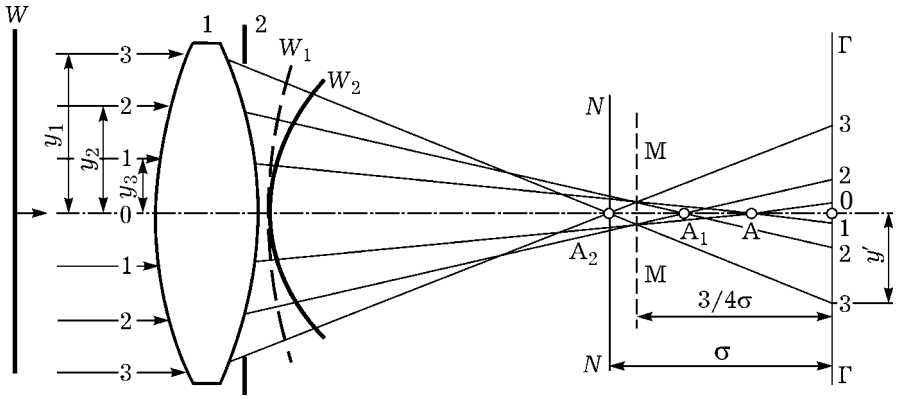

Рис. 13. Сферическая аберрация объектива

От точечного источника, расположенного в бесконечности, в объектив 1 поступает плоская волна W. Ее геометрический аналог – параллельный пучок разбит на три зоны радиусами y_1, y_2, y_3. В идеальном объективе все параллельные пучки собираются в гауссовой плоскости $ГГ$, где в точке изображения 0 лежит центр кривизны сферической волны W_1.

Рассмотрим реальную оптическую систему, имеющую типичную сферическую аберрацию, обладающею круговой симметрией. Другие аберрации для упрощения существа дела, не рассматриваются. Наличие компонентов, ограниченных сферическими поверхностями, трансформирует плоскую волну W на входе, не в сферическую W', как у идеальной системы, а в асферическую W_2. Эффект деформации приводит к изменению хода лучей. У каждой зоны появляется своя точка фокусировки, расположенная ближе к объективу (последнее, конечно, зависит от вида волновой поверхности W_2). Лучи параксиальной области $1-0-1$ по-прежнему фокусируются в точке 0 плоскости Гаусса $ГГ$, поскольку вблизи оптической оси деформированная волна W_2, мало отличается от сферы W_1. В гауссовой плоскости на оси будет видна типичная дифракционная картина Эри, характерная для идеального объектива, имеющая больший диаметр из-за уменьшения апертуры. На нее будет накладываться ореол от пятен рассеяния $1-1$, $2-2$ и $3-3$. Они поступают от зональных фокусов A, A_1 и A_2 периферических пучков с радиусами y_1, y_2 и y_3. Крайний пучок радиуса y_3 называют маргинальным. Он фокусируется в точке A_2. Наилучшая точка фокусировки пучка в целом сместится из гауссовой плоскости к объективу в плоскость MM.

Здесь кружок рассеяния световой энергии приобретает наименьшую величину и плоскость MM называется плоскостью кружка наименьшего рассеяния, или плоскость, где средне-квадратическая ошибка отступления волнового фронта от идеального имеет наименьшее значение. Несовмещение фокусов зон объектива в одной общей точке 0 носит название сферической аберрации. Этим названием подчеркивают особое свойство линз и зеркал, ограниченных сферическими поверхностями. Этот недостаток в некоторых технических решениях используют, например, для создания «световой линии» растянутой вдоль оптической оси, например, в системах контроля прямолинейности. Линза с непомерно большой сферической аберрацией осуществляет преобразование точки на входе в «световую ли-

нию» на выходе. В свое время промышленностью выпускался прибор под названием – «оптическая струна», где гипертрофированная сферическая аберрация объектива приводила к растяжению «световой линии» до значений 8–10 м.

Величина продольной сферической аберрации характеризуется отрезком σ, который отсчитывается от гауссовой плоскости до точки фокусировки маргинального пучка. Поперечная сферическая аберрация y' характеризуется радиусом кружка рассеяния $З-З$ в плоскости $ГГ$. Кружок наименьшего рассеяния равен приблизительно четверти кружка полной аберрации в плоскости Гаусса и отстоит от нее на величину $З/4\sigma$. Волновая аберрация равна разности хода между реальной волновой поверхностью W_2 и сферой W_1. Ее значение (как видно из рис.13) возрастает по мере увеличения радиуса объектива и на краю апертуры при значении $y = H = D/2$ приобретает максимальное значение. Все три аберрации – волновая, продольная и поперечная связаны между собой и, если известна одна из них, можно определить две других. Наиболее просто это можно сделать, вычисляя сначала волновую аберрацию.

Обратимся к рис. 14. Световая волна W_2, прошедшая объектив и искаженная его сферической аберрацией, совмещена в центре 0 с виртуальной сферой сравнения W_1, характерной для идеального объектива. Лучи, нормальные к сфере, сходятся в фокусе F_0, а нормальные к деформированной волне W_2 – в фокусе F_u. Значение волновой аберрации в точке b, обозначено как ab; поперечная сферическая аберрация равна y', а продольная σ. Рис. 14 построен не в масштабе. В действительности ориентировочные величины различных элементов чертежа таковы: $OF_o \cong 100$ мм, $\sigma < 1$ мм; $y' < 0{,}1$ мм, а волновая аберрация не превышает несколько микрон. Эти численные значения позволяют пользоваться приведенными ниже приближенными формулами.

Волновую аберрацию $\varepsilon = ab$ можно определить, как разность стрелок прогиба деформированной волны W_2 (парабола) и сферы сравнения W_1:

$$\delta = \frac{y^2}{2f} - \frac{x^2 + y^2}{2(f + \Delta f)}. \qquad (25)$$

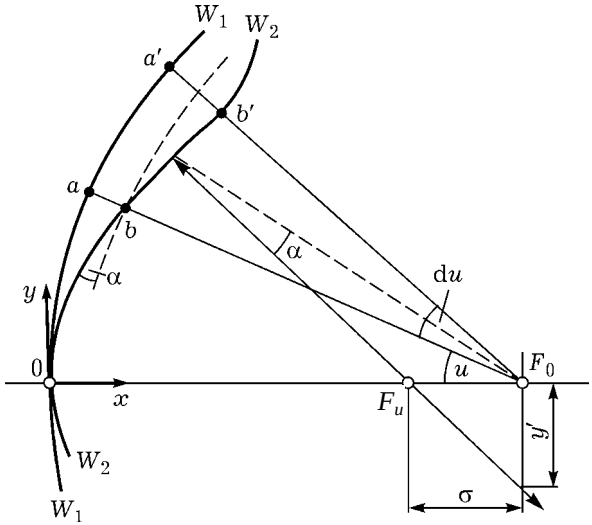

Рис. 14. Связь между продольной, поперечной и волновой аберрациями

Здесь x, y – координаты относительно центра апертуры объектива; x – координата вдоль оптической оси, y – радиальная координата, f – фокус объектива, Δf – отклонения от фокальной плоскости. При $\Delta f = 0$ отклонение волновых поверхностей будет характеризовать вершинную («одноточечную») асферичность. Действительно, из (25) для параболы $\left(x = y^2/2f\right)$ следует

$$\delta = -\frac{y^4}{8f^3}. \qquad (26)$$

Волновая поверхность W_2 касается сферы сравнения в одной точке на оси системы. На краю апертуры $y = H = D/2$ будет наблюдаться максимальная величина аберрации. Но вместо вершинной сферы

сравнения можно выбрать другую сферу с центом кривизны в некоторой точке, не совпадающей с точкой параксиального фокуса. Отступления фронта волны W_2 от новой сферы сравнения могут оказаться наименьшими при правильном выборе нового центра кривизны. Такая сфера называется ближайшей сферой сравнения.

Изменив радиус сферы сравнения на величину Δf, равную половине стрелки прогиба волны W_1, т.е. приравняв $\Delta f = H^2/4f$, получим из (25) соотношение

$$\delta_1 = \frac{y^2}{8f^3}\left(H^2 - y^2\right). \qquad (27)$$

Оно характеризует отступление деформированной поверхности W_2 от ближайшей («трехточечной») сферы сравнения. Новая сфера касается W_1 в трех точках: центре и по краям апертуры. Можно показать, что максимальное отступление (аберрация) будет наблюдаться при значениях $y = 0,707H$.

Зная волновую аберрацию, можно по традиционным формулам перехода определить поперечную сферическую аберрацию:

$$y' = -f\,\frac{d\delta}{dy}. \qquad (28)$$

Тогда с учетом (26)

$$y' = -\frac{y^3}{2f} \qquad (29)$$

и, принимая во внимание $\sigma = y/u$ (см. рис. 14),

$$\sigma = -\frac{y^2}{2f}. \qquad (30)$$

Следовательно, волновая аберрация пропорциональна четвертой степени радиуса зоны (y^4), поперечная кубу (y^3), а продольная квадрату (y^2).

Еще раз подчеркнем, что в реальном объективе волновой фронт, искаженный сферической аберрацией, сохраняет круговую симмет-

рию. Свет от отдельной радиальной зоны фокусируется в одной и той же точке на оси. Аксиальная вариация зонального фокуса вызвана сферической аберрацией. Лучи от внешней зоны сходятся в маргинальном фокусе, а близкие к оси – в параксиальном.

Ход лучей в фокальной области при наличии сферической аберрации показан на рис. 15. Ниже представлены сечения пучка и графики волновой и поперечной сферических аберраций. Последние вычислены в соответствии с соотношениями (27) и (29). Как видно из рис. 15, диаметр точки изображения имеет наименьшее значение в параксиальной области. Изображение формируется центральной (близкой к оси) зоной пучка, где волновая аберрация и поперечная сферическая аберрация близки к нулевым значениям (см. графики, рис. 15). Вместе с тем, это изображение сопровождается сильным ореолом, возникающим от маргинальных пучков. За изображение точки объекта принимают не точку в параксиальной плоскости, а ядро, где сосредоточена максимальная энергия, и минимальны значения волновой и поперечной аберраций.

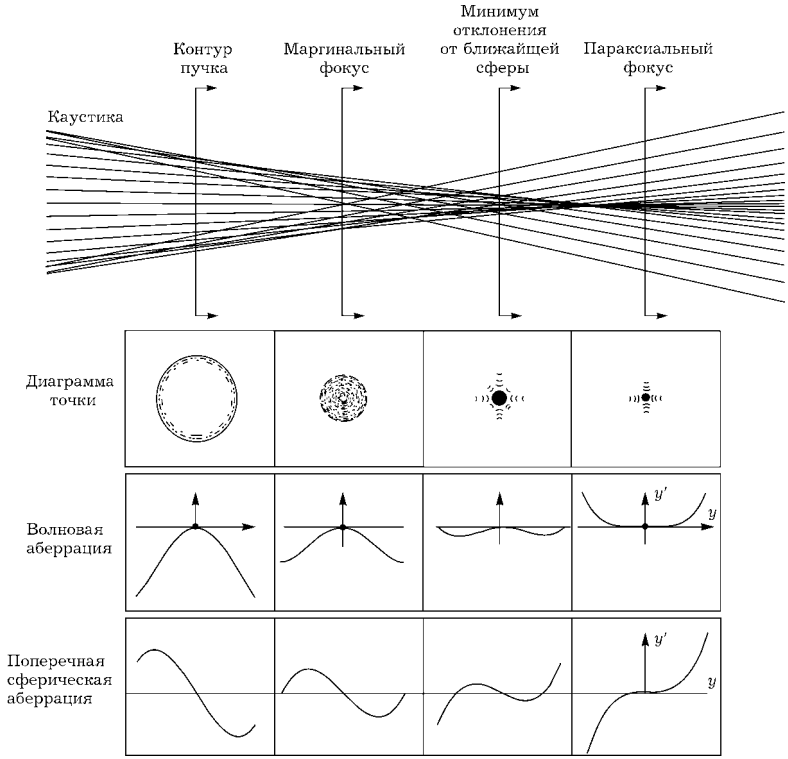

Рис. 15. Ход лучей в фокальной области и графики волновой и поперечной сферической аберраций

Как мы указывали ранее, эта плоскость отстоит от параксиального фокуса на расстоянии $3/4\sigma$. Максимальное значение волновой аберрации δ наблюдается на расстоянии $0,707H$ от центра поля. Эта плоскость характеризуется наименьшим среднеквадратическим отклонением волновой поверхности от ближайшей сферы. Дальнейшая трансформация пучка в маргинальной плоскости понятна из хода лучей и графика аберраций, представленных на рис.15.

Выше мы приводили порядок величины аберраций для объектива, имеющего $f = 100$ мм и $D = 20$ мм. Они следующие: $\sigma < 1$мм, $y' < 0,1$мм, $\varsigma < (1 \div 2)$ мкм. Для экспериментального определения волновых аберраций, как правило, не превышающих величину в несколько длин волн, прибегают к явлениям интерференции. Наиболее пока-

зательным, простым и характерным является эксперимент Линника по определению волновой аберрации объектива (рис. 16).

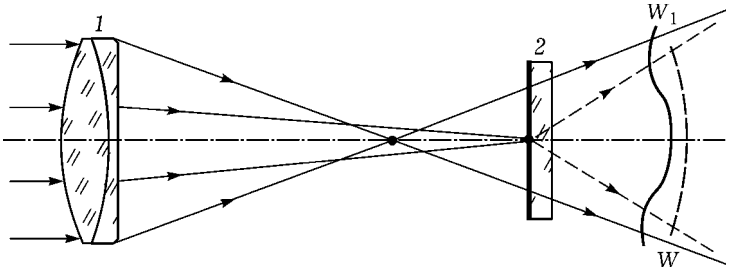

Рис. 16. Эксперимент Линника

В параксиальном фокусе объектива 1 установлена плоскопараллельная тонкая пластинка 2, покрытая полупрозрачным слоем. В слое имеется маленькое отверстие, размер которого совпадает с диском Эри для данной апертуры объектива. Прошедший через отверстие параксиальный пучок, дифрагируя, образует в дальней зоне сферическую волну W. Она служит волной сравнения. Маргинальный пучок проходит часть пластинки и формирует в дальней зоне волну W_1, искаженную сферической аберрацией. Волны W и W_1 интерферируют между собой и дают интерференционную картину, которая несет полную информацию об отступлении формы волнового фронта W_1 от сферы сравнения W. В эксперименте Линника не удается изменять радиус волны сравнения, т.е. в соответствии с соотношением (25) величину Δf, поэтому невозможно осуществлять контроль деформированной волны путем сравнения с ближайшей сферой. Последнее позволяют выполнять интерферометры типа Физо, Твайман-Грина, Смарта и другие. Типичный пример определения волновой аберрации при помощи современного дифракционного интерферометра (типа Смарта) приведен на рис. 17. Значения волновой аберрации были вычислены для испытуемого объектива телескопической системы из соотношения (27) при $\Delta f = 0$, $\Delta f = H^4/4f$ и $\Delta f = H^4/2f$.

Центральная (нулевая) полоса интерференционного поля точно повторяет ход волновой аберрации для разных значений Δf. Определив изгиб центральной полосы в долях полосы (т.е. в долях $\lambda/2$), можно определить отступление формы волны от заданной, регламентируемой

чертежом. Значение поперечной y' и продольной аберрации σ можно затем определить из соотношений (29) и (30).

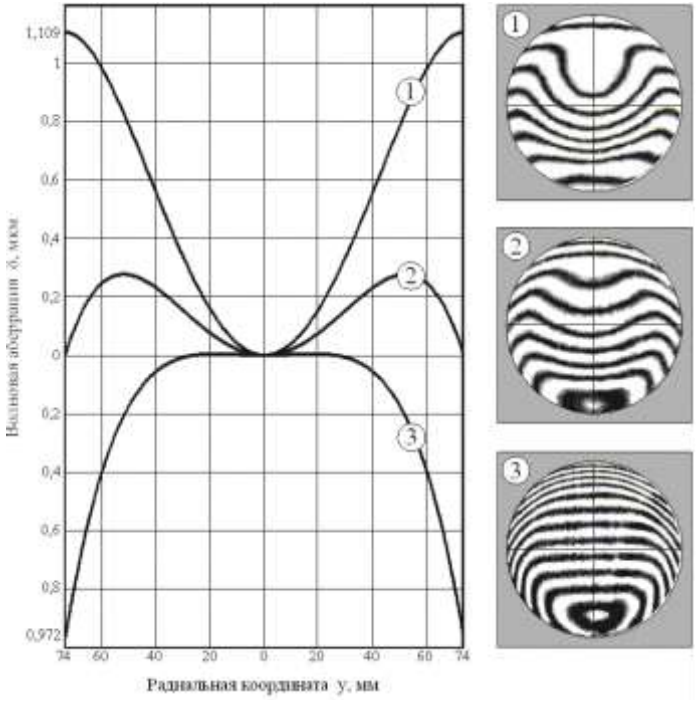

Рис. 17. Графики волновой аберрации и поле интерференции

Таким же образом можно исследовать и влияние других аберраций на качество изображения, причем во всех случаях максимальная величина волновой аберрации характеризует качество изображения.

§ 6. ДОПУСКИ НА ОПТИЧЕСКИЕ КОМПОНЕНТЫ

Вопрос о том, какой вид дифракционного изображения, а вместе с тем, какие волновые аберрации считать допустимыми, является важным и существенным. В его основе лежит критерий Релея, который установил, что если волновая аберрация не превышает $\lambda/4$, т.е. четверти длины волны, то различия между действительным и идеальным

дифракционными изображениями не наблюдается. Критерий Релея ($\lambda/4$) хорошо себя оправдывает на практике. Сферической аберрации, равной $\lambda/4$, соответствует среднеквадратическая ошибка волнового фронта $\sim 0{,}075\lambda$.

Максутов в книге «Астрономическая оптика» отмечает, что если волновая аберрация удовлетворяет критерию Релея, т.е. равна $\lambda/4$ – оптическую систему можно считать первоклассной. Вместе с тем современная практика создания оптических систем считает критерий Релея мягким допуском и сегодня изготавливаются оптические системы, где волновая аберрация равна $\lambda/20$ и ниже.

Вернемся к рис.17. Из него видно, что отступление асферической поверхности от вершинной сферы сравнения (кривая 1) будет максимальным на краю апертуры, где $y = H$. В соответствии с (26) оно равно

$$\delta_{\max} = -\frac{H^4}{8f^3}. \tag{31}$$

Можно показать, что максимальное отступление асферической поверхности от ближайшей сферы (кривая 2)

$$\delta_1 = -\frac{\delta_{\max}}{4}. \tag{32}$$

В современной литературе δ_1 обозначают, как w_{pv} или просто PV (пик-велле), а в заводской практике, как «бугор-яма». Одного взгляда на кривую 2 достаточно, чтобы понять, почему возникло такое определение.

Тогда

$$w_{pv} = \frac{\delta_{\max}}{4}. \tag{33}$$

Оптические системы, приближающиеся по качеству изображения к дифракционному пределу, могут быть охарактеризованы среднеквадратической ошибкой волнового фронта.

$$w_{rms} = \frac{\delta_{\max}}{\sqrt{180}}. \tag{34}$$

Это соответствует критерию Марешаля, который предъявляет более жесткие требования к допускам на качество изображения, по сравнению с классическим критерием Релея.

Следует отметить, что ошибки волнового фронта являются только одним из факторов, ухудшающих качество изображения. Приведенные нами критерии широко применяются в практике оптического контроля для оценки пригодности оптических компонентов и систем.

Более общий критерий качества, который, к сожалению, не существует, должен учитывать и геометрические факторы, такие, например, как виньетирование зрачка, сдвиг изображения и др. Системы, приближающиеся по качеству к дифракционному пределу, могут быть охарактеризованы среднеквадратической ошибкой волнового фронта, лежащей в пределах

$$0{,}075\lambda < w_{rms} < 0{,}150\lambda\,. \qquad (35)$$

Современные интерферометры, применяемые для контроля качества оптических деталей и систем, представляют пользователю интерферограммы, подобные приведенным на рис.17. Результат обработки интерферограмм позволяет в автоматическом режиме получать значения w_{pv} и w_{rms} или просто PV и rms.

В заключение отметим существенные отличия в требованиях точности изготовления механических и оптических компонентов.

1. Допуски на точность изготовления механических деталей возрастают с увеличением размера деталей.

2. Волновые аберрации оптического элемента не зависят от его диаметра. Допуск на точность изготовления поверхности линзы микроскопа диаметром 5 мм и зеркала телескопа диаметром 5 м один и тот же – $\lambda/20$, т.е. допуск на точность изготовления формы поверхности оптического элемента не зависит от его размера. Среднеквадратическая ошибка изготовления формы поверхности оптического компонента должны быть порядка 0,03 мкм. Для сравнения, диаметр обычного человеческого волоса составляет 100 мкм. Если зеркало телескопа увеличить до размеров Черного моря, то его волна неровности не должна превышать 1 мм. Таковы допуски на форму поверхности оптических компонентов.

3. За всю историю развития механики допуск на точность формообразования механических деталей изменился на пять порядков от 1 мм до 0,01 мкм. Этому способствовало изобретение микрометра и освоение технологии производства концевых мер, которые являются основными нормалями машиностроения. В последнее время появле-

ние лазерных интерферометров, встраиваемых в станки и прецизионные измерительные комплексы, позволило изготавливать механические детали с точностью, близкой к точности изготовления оптических компонентов.

4. Совершенствование оптических технологий с самого начала шло по линии применения явлений интерференции для контроля формы поверхности детали. Применение интерферометра Ньютона и пробных стекол (аналогов концевых мер в механике) позволяет изготавливать детали с точностью до длины волны света. Современная точность составляет величину порядка $\lambda/100$, т.е. за всю историю существования оптики допуск изменился всего на два порядка.

Г Л А В А 2

СТРУКТУРА ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА

Волновая природа света и аберрации оптических систем препятствует получению изображения точечного источника в виде точки. Действие этих факторов приводит к тому, что изображение оказывается нерезким и сопровождается круговой дифракционной картиной. В связи с этим тонкая структура объектов передается неправильно: изображение двух очень близко расположенных точек сливаются в одно пятно, изображение решеток искажается, расплываясь в серый фон и т.п. Характер этих явлений зависит от способа освещения

объектов. Традиционно объекты разделяют на самосветящиеся (некогерентные) и освещенные. Когерентное освещение является, смотря по обстоятельствам, то более, то менее выгодным. Объект виднее и резче очерчен при когерентном освещении, но зато четкие очертания сопровождаются резкой дифракцией. Трудно получить оптический разрез объекта, так как глубина изображения велика. Некогерентное излучение «разрушает» дифракцию, контуры оказываются менее контрастными, но глубина изображения мала, поэтому отчетливо получается оптический разрез. При наблюдении прозрачных препаратов процесс формирования изображения осложняется явлениями интерференции между прямым пучком и пучком, прошедшим объект. Для перехода к рассмотрению структуры протяженного предмета обратимся вначале к изображению объекта, состоящего из двух точек. Такой объект является пробным тестом для выяснения свойств изображения и его разрешающей способности.

§ 1. САМОСВЕТЯЩИЕСЯ И НЕСАМОСВЕТЯЩИЕСЯ ОБЪЕКТЫ

Результат сложения дифракционных изображений двух самосветящихся изображений представлен на рис. 18. Волны, выходящие из 1 и 2 между собой некогерентны и не могут интерферировать друг с другом. Это значит, что при получении изображения протяженного объекта следует просто суммировать освещенности отдельных элементов дифракционных пятен, которые пропорциональны квадратам амплитуд. В плоскости изображения обе волны образуют дифракционные фигуры A_1 и A_2. На рис. 18 показано распределение амплитуд

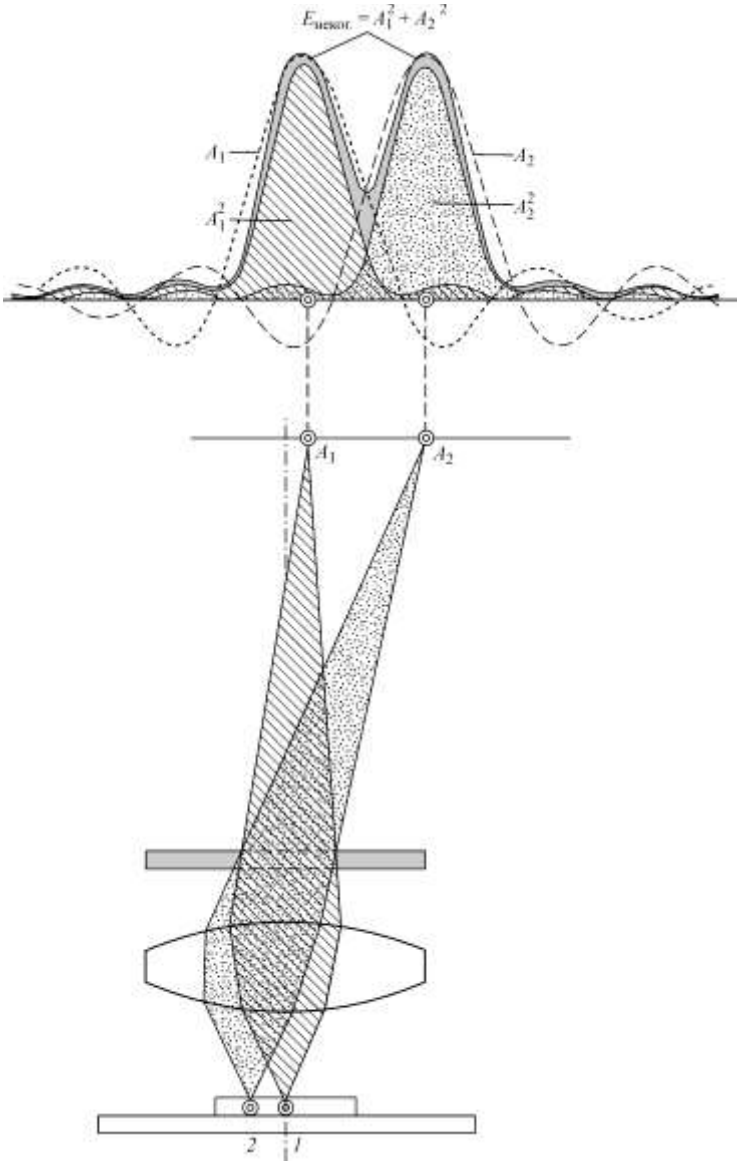

Рис. 18. Образование изображения самосветящихся объектов

A_1 и A_2 и освещенностей $E_1 = A_1^2$ и $E_2 = A_2^2$. Общее изображение получается в результате суммирования освещенностей дифракционных пятен, $E = A_1^2 + A_2^2$. Полученный результат отмечен зачерненной областью.

Обычно принимается, что две точки видны раздельно, если максимум дифракционной картины одной из точек совпадает с минимумом дифракционной картины другой (рис. 19). В соответствии с критерием Релея под разрешающей способностью объектива понимают линейное расстояние в плоскости предмета между двумя точками 1 и 2 (рис. 18), изображение которых отстоят друг от друга на расстоянии радиуса дифракционной картины Эри. Радиус пятна Эри в плоскости изображения объектива микроскопа в соответствии с соотношением (8) равен

$$r = \frac{1,22\lambda}{2n\sin u} \cdot g .$$

Пересчитав это значение в плоскость объекта (путем деления на g и полагая $n = 1$), получаем соотношение для разрешающей способности применительно к микроскопу:

$$r = \frac{1,22\lambda}{2\sin u} . \qquad (36)$$

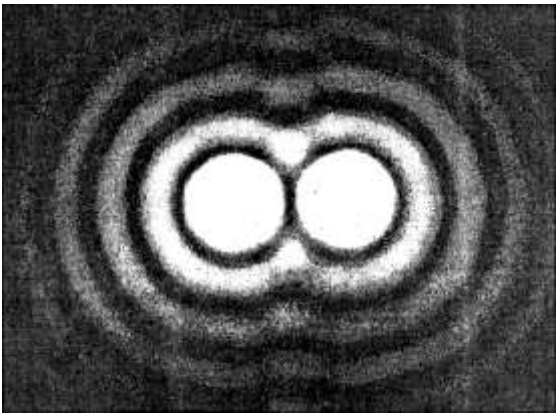

Рис. 19. Изображение двух точечных источников на пределе разрешения по Релею

При расстоянии между изображениями, меньшем чем r, еще можно по эллиптичности суммарного пятна (рис. 20) сделать заключение, что объект состоит из двух точек. В действительности можно было бы пользоваться чувствительным способом восприятия эллиптичности центрального пятна, для того чтобы обнаружить присутствие нескольких объектов. Теоретического предела разрешения не существует, если имеется априорная информация об объекте и его природе, например, если мы знаем, что имеем дело с двумя идентичными светящимися точками. Критерий разрешения по Релею – условная величина, необходимая для оценочных расчетов разрешения оптической системы. В дополнении мы приводим пример сверхвысокого разрешения, полученного экспериментальным путем Карташевым. Сверхразрешение осуществлено за счет знания априорной информации об объекте. На рис. 21, *а* представлено распределение освещенности в изображении, когда расстояние между дифракционными фигурами от самосветящихся точек равно радиусу пятна Эри. Освещенность во впадине между максимумами составляет в этом случае примерно 80 % от освещенности максимумов.

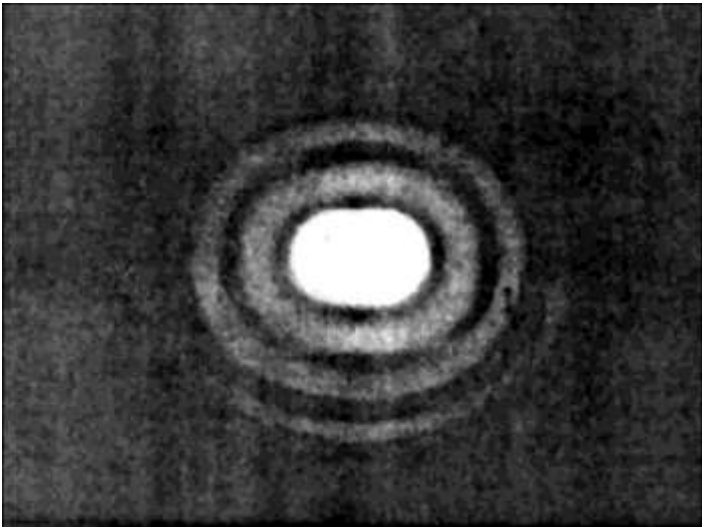

Рис. 20. Изображение двух точечных источников за пределом разрешения по Релею

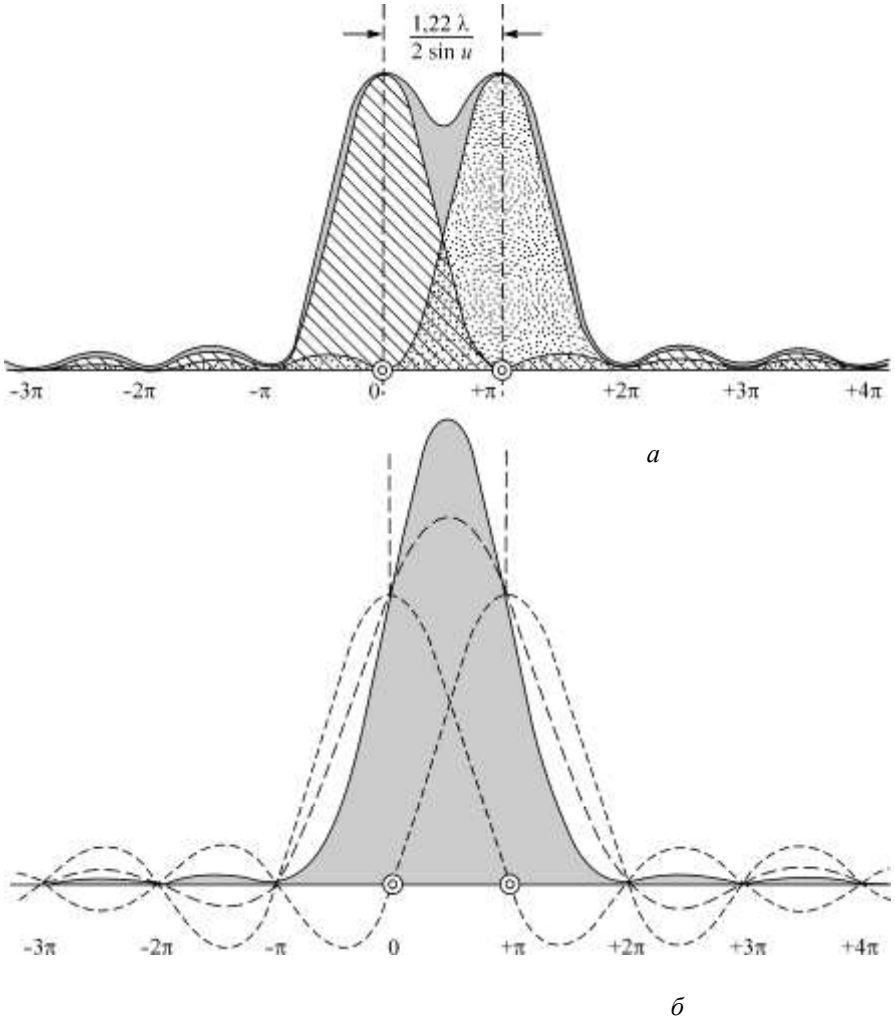

Рис. 21. Распределение освещенности в изображении самосветящихся (*а*) и несамосветящихся (*б*) объектов

Если такое же рассмотрение провести для несамосветящихся объектов, то можно установить, что при расстоянии между деталями объекта, соответствующем формуле (36), они не будут разрешены (рис. 21, *б*) и сольются в одно изображение. Если вернуться к рис. 18 и

представить, что точки объекта 1 и 2 не являются самосветящимися, а освещены плоской волной от точечного источника, расположенного в бесконечности (например, источник в фокусе конденсора), то в отличие от рассмотренного случая из 1 и 2 будут исходить две сферические волны, когерентные между собой. Так как свет падает по нормали к плоскости объекта, их колебания находятся в одной и той же фазе. В плоскости изображения обе волны дадут то же распределение амплитуды, как и в предыдущем случае. Но здесь вследствие когерентности излучения взаимодействуют друг с другом, когда пятна изображений перенакладываются. Следовательно, в каждой точке плоскости изображения в месте, где перекрываются дифракционные пятна, амплитуда результирующего поля определяется суммой амплитуд: $A = A_1 + A_2$. Распределение освещенности в общем изображении определяется распределением результирующей амплитуды (пунктирная линия на рис. 21, *б*), квадрат которой и представляет собой освещенность в изображении.

$$E_{\text{ког}} = (A_1 + A_2)^2 .$$

Полученное таким образом распределение освещенности представлено на рис. 21, *б* темной областью. В отличие от случая самосветящихся объектов изображение точек имеет только один максимум освещенности. Детали объекта не разрешаются.

Если за величину разрешения для когерентного освещения взять расстояние между точками в плоскости объекта, при котором в суммарном распределении освещенности имеется минимум, составляющий примерно 80 % от освещенности в максимуме, то соотношение для r будет

$$r \approx \frac{3\lambda}{4\sin u} . \qquad (37)$$

При выводе выражения (37) предполагалось, что свет падает на объект нормально. Угол падения пучка $i = 0$ (рис. 22, *а*). При углах падения, отличных от этого значения, световая волна доходит до одной из точек раньше, чем до другой. Элементарные волны, выходящие из точки объекта, получат определенную разность хода Δ, величина которой зависит от угла наклона падающего пучка. «Изображением» каждой отдельной точки будет та же дифракционная фигура Эри. Однако при расчете взаимодействия дифракционных пятен следует принимать во внимание разность хода Δ (разность фаз) оптических

полей, сформировавших эти пятна. Амплитуды следует складывать с учетом разности фаз (рис.22, *б*). Освещенность в этом случае будет равна

$$E_{\text{ког}} = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos\psi\,, \qquad (38)$$

где $\psi = \dfrac{2\pi d \sin i}{\lambda}$ (см. рис. 22, *б*).

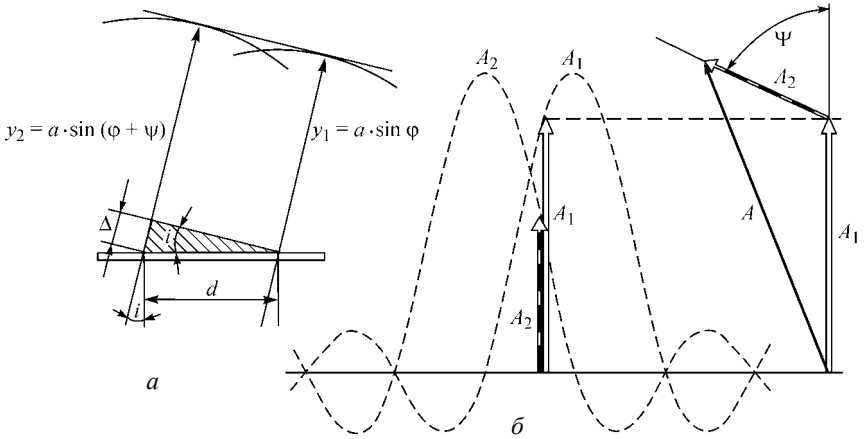

Рис. 22. Образование изображения несамосветящегося объекта при косом освещении

Ясно, что в зависимости от угла падения фазовый угол может принимать значения от 0 до 360º. Таким образом, $\cos\psi$ может принимать все значения между $0, -1$ и $+1$. На рис. 23 представлены распределения освещенности в изображении несамосветящегося объекта при освещении его протяженным источником света при разных углах наклона i. Из рис. 23 видно, что два ярко выраженных максимума, разделенных полным минимумом, доходящим до нуля, дают четкое разрешение объекта в случае, обозначенном как 5, когда

$$E_{\text{ког}} = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = (A_1 - A_2)^2 \qquad (39)$$

при прямом освещении этот объект вообще не разрешается.

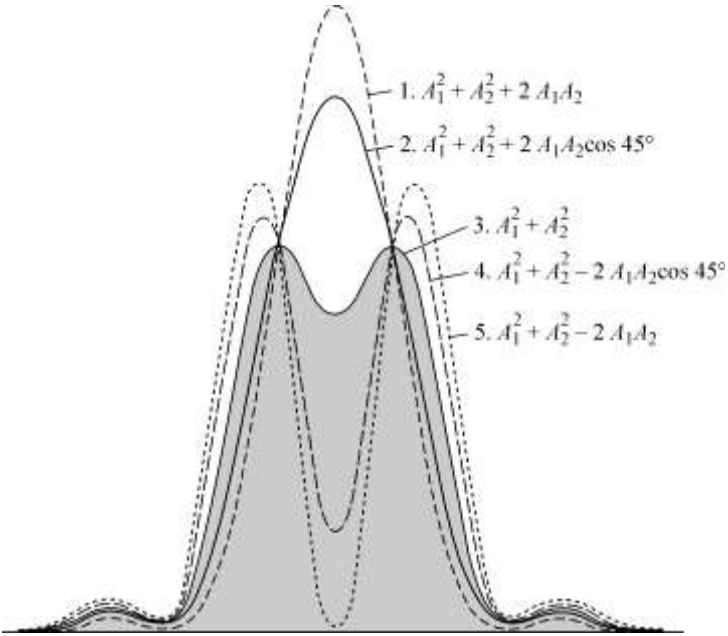

Рис. 23. Образование изображения несамосветящегося объекта при освещении протяженным источником света

При образовании изображений несамосветящихся объектов мы для простоты считали источник света бесконечно малым, что давало нам возможность представлять излучение, падающее на объект, в виде одной элементарной плоской волны. На практике с энергетической точки зрения такой способ освещения невозможен. Всегда приходится работать с более или менее протяжённым источником света. Такие источники состоят из очень большого числа отдельных центров излучения, которые независимы друг от друга и потому излучают некогерентные волны. В соответствии с положением этих центров волны, выходящие из них, падают на объект под различными углами. Для того чтобы найти распределение света в окончательном изображении, следует сначала определить распределение света в

изображении от каждой отдельной точки источника, принимая во внимание угол падения света на объект. Далее требуется найти результат взаимодействия всех волн. С этой целью ввиду их некогерентности следует просто сложить освещённости дифракционных фигур, которые получаются в плоскости изображения от каждой отдельной точки источника.

Для такого случая, например, когда апертура осветителя равна апертуре объектива, а расстояние между деталями объекта имеет величину, равную $d = \dfrac{\lambda}{2n\sin u}$, суммарная освещённость равна:

$$E_{\text{ког}} = \sum_{i=0}^{i=u} A^2 = K(A_1^2 + A_2^2) = E_{\text{неког}} \qquad (40)$$

коэффициент K на рис. 23 равен 5.

Отсюда следует, что распределение освещённости, а потому и критическая область разрешения здесь точно такие же, как и у соответствующего самосветящегося объекта. Этот результат свидетельствует о том, что *изображение несамосветящегося объекта при освещении его полной апертурой имеет те же свойства в отношении разрешения, что и изображение самосветящегося объекта.* При определённых условиях наблюдений в микроскопе образование изображений несамосветящихся объектов может рассматриваться эквивалентным образованию изображения самосветящихся объектов. Это положение будет в дальнейшем уточнено для реальных приборов.

Подведем предварительные итоги.

1. Структура объекта изображается различно в зависимости от того, светится она сама или освещается.

2. Если объект освещается полной апертурой (т.е. угол падения пучков $i = u$), то оба рода изображений сходны между собой и с объектом. Иными словами, если дифракционные пятна не переналагаются (грубая структура объекта), то совершенно безразлично, являются они когерентными или не когерентными.

3. Согласно критерию Релея две точки одинаковой яркости разрешаются оптической системой, если первый нуль функции Эри в изображении одной точки совпадает с центральным максимумом изображения второй. При таком условии интенсивность в средней точке составляет ~80 % от интенсивности в максимуме. На самом деле возможность различать два точечных источника зависит от отношения сигнала к шуму, при котором регистрируется изображение. Критерии,

не принимающие в расчет шум, – субъективны. Они пригодны для предварительной оценки, необходимой при конструировании оптической аппаратуры.

В основе наблюдения протяженных объектов при когерентном и не когерентном освещении лежат два фундаментальных эксперимента, выполненные Аббе и Мандельштамом. Рассмотрим их подробнее.

§ 2. ЭКСПЕРИМЕНТ АББЕ

Обратимся к схеме, представленной на рис. 24. На ней изображен микроскоп без окулярной части, через которую рассматривается полученное изображение. Свет от точечного источника 1, находящегося в фокусе конденсора 2, формирует параллельный пучок, освещающий объект 3. Для демонстрации процесса образования изображения в качестве тест-объекта выбирают обычно амплитудные или фазовые решетки, поскольку типичный биологический объект есть сочетание таких решеток. За счет дифракции на объекте 3 (амплитудная решетка) падающий пучок разделяется на отдельные пучки, распространяющиеся под углами

$$\sin u = \frac{m\lambda}{a}, \tag{41}$$

где a – расстояние между штрихами решетки (шаг), λ – длина волны света, m – порядок дифракции $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm N$.

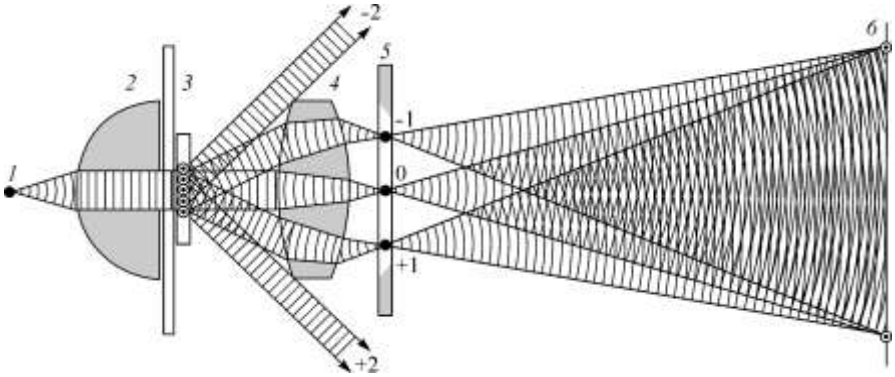

Рис. 24. Ход лучей в микроскопе с учетом дифракции на объективе

Объектив микроскопа 4 собирает дифрагированные пучки, образуя в задней фокальной плоскости 5 резко очерченных максимума, являющихся мультиплицированными изображениями источника 1. Аббе назвал пространственный спектр предмета – «первичным» изображением. Число максимумов, наблюдаемых через объектив, зависит от его апертуры, длины волны и структуры объекта.

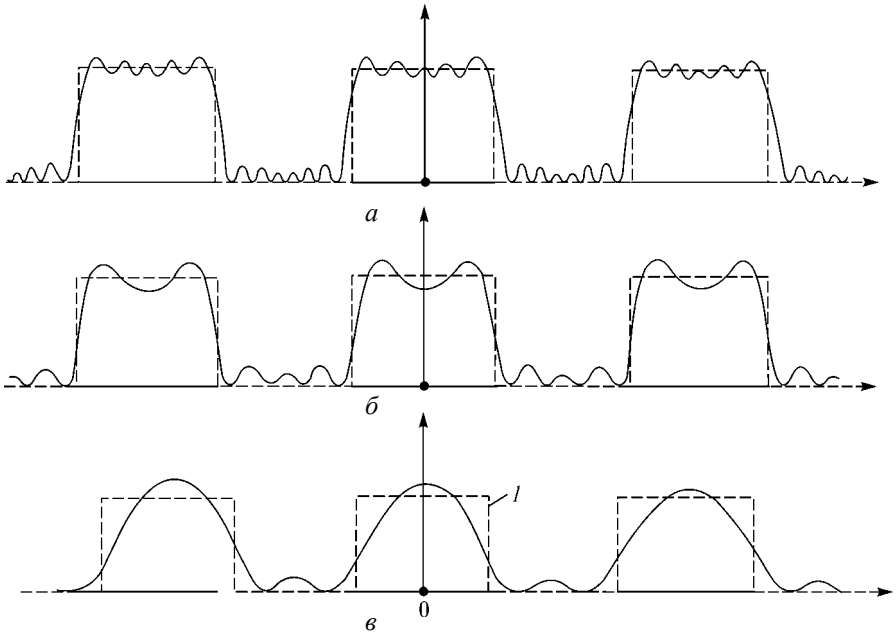

Рис. 25. Распределение интенсивности в интерференционной картине от трех (*а*), пяти (*б*) и девяти (*в*) первичных источников. Пунктирная линия характеризует распределение интенсивности в идеальном изображении

Из изображений точечного источника $(-1, 0, +1)$ выходят элементарные волны, которые интерферируют в пространстве за объективом. В результате интерференции возникает «вторичное» (по Аббе) изображение. Наблюдателя интересует вид этого изображения лишь в плоскости 6, оптически сопряженной с объектом 3, ибо распределение интенсивности света в этой плоскости и воспринимается как изображение объекта. Характер окончательного изображения полностью

определяется свойствами «первичного» (по Аббе) дифракционного изображения, ограниченного апертурной диафрагмой 5. В качестве примера на рис. 25 представлен вид «вторичного» изображения, когда в апертуре 5 сформированы три, пять и девять максимумов «первичного» изображения, т.е. по одному, двум и четырем максимумам, расположенным симметрично относительно пучка нулевого порядка. Пунктирная линия 1 показывает контур идеального геометрического изображения решетки. В результате интерференции вместо четких светлых штрихов решетки получаются штрихи с искаженными краями, но с тем же периодом, что и у самой решетки. Если добавлять все большее число «первичных» изображений, то период не меняется, оставаясь равным периоду решетки – объекта, но контуры распределения интенсивности все больше приближаются к идеальному изображению. Характер окончательного «вторичного» изображения полностью определяется свойствами «первичного» дифракционного изображения, находящегося в пределах апертурной диафрагмы 5. Вид «первичного» изображения отражает свойства объекта (например, решётки), следующим образом.

1. Ширина дифракционных максимумов в «первичном» изображении является мерой числа структурных элементов, представленных в объекте. Чем больше таких элементов в объекте, тем резче и подобнее источнику света выглядят эти максимумы.

2. Распределение освещённости в «первичном» дифракционном изображении зависит от отношения ширины щелей решетки (объект) к ширине промежутков между ними. При бесконечно узких щелях все максимумы имеют одинаковую яркость. В случае конечной ширины щелей яркость максимумов «первичного» изображения падает относительно нулевого максимума в обе стороны. При определённых соотношениях между шириной щелей и постоянной решётки, а именно, когда их отношение равно целому числу, определённые максимумы выпадают совсем.

Если всё «первичное» дифракционное изображение, образованное объектом, воспринимается объективом, то «вторичное» изображение должно воспроизводить с наибольшим подобием структуру объекта, так как между «вторичным» дифракционным изображением и «первичным» существуют, в основном, те же зависимости, что и между объектом и видом «первичного» изображения.

Полное подобие «вторичного» изображения структуры объекта достигается в специальных оптических схемах, в которых формирование этого изображения выполняется светом, дифрагированным на объекте в телесный угол 4π, а не 2π, как в эксперименте Аббе.

1. Ширина отдельных максимумов в плоскости диафрагмы 5 (рис. 24) определяет общую протяжённость «вторичного» интерференционного изображения; другими словами, она определяет границы изображения.

2. Соотношение яркостей максимумов определяет отношение ширины воспроизводимых в изображении деталей объекта к расстоянию между ними. Отношение ширины элементов объекта к расстоянию между ними, воспроизводимое в изображении, зависит ещё и от числа участвующих в формировании изображения дифракционных максимумов. Лишь тогда, когда все максимумы, обусловленные структурой объекта, или, по меньшей мере, те, которые имеют заметную яркость, попадают в объектив, «вторичное» интерференционное изображение обладает наибольшим подобием объекту. Поскольку число действующих максимумов ограничивается апертурой объектива, «вторичное» интерференционное изображение в общем случае не является подобным объекту. Степень рассогласования растёт по мере уменьшения числа действующих максимумов. Если в образовании изображения участвует лишь один максимум, то тонкая структура объекта не разрешается. Теперь мы в состоянии изложить содержание теории образования изображения по Аббе в виде следующих общих десяти положений.

1. Каждый объект воспроизводит в промежуточной плоскости микроскопа характерные изображения источника света. Промежуточная плоскость, как правило, совпадает с выходным зрачком объектива микроскопа или с плоскостью, ему сопряжённой (плоскость 5, рис. 24).

2. Существенным «действием» объекта является его дифракционное «действие».

3. Изображение объекта, даваемое микроскопом, возникает как результат интерференции элементарных волн, выходящих из отдельных точек изображения источника света в плоскости 5.

4. Изображение объекта следует представлять себе как «вторичное» интерференционное изображение в отличие от «первичного», соответствующего дифракционному изображению источника.

5. Вид «вторичной» интерференционной картины, т.е. вид окончательного изображения объекта, полностью определяется характером «первичного» дифракционного изображения.

6. Если все «первичные» спектры принимают участие в образовании «вторичного» изображения (неограниченный выходной зрачок), то последнее выглядит подобным объекту.

7. Если при каких-либо условиях выпадает часть «первичного» изображения, то «вторичное» изображение, в зависимости от соотно-

шения между действующей и выпавшей его частями, становится в большей или меньшей степени не похожим на объект.

8. Если структурные элементы объекта имеют геометрические размеры, меньшие определённого предела, то апертура объектива значительно ограничивает действующую часть «первичного» дифракционного изображения. Возникающее вследствие этого отличие «вторичного» изображения от объекта может быть столь большим, что в изображении не будут воспроизведены его подробности (структура объекта не разрешается).

9. Для разрешающей способности, этой наиболее важной характеристики объектива, определяющим фактором является его апертура.

10. Увеличение микроскопа может служить лишь целям создания условий, при которых глаз или матричный фотоприемник в состоянии регистрировать все детали, разрешённые объективом. Делать микроскопу увеличение, большее чем это необходимо для указанной цели, бессмысленно, так как оно не может обеспечить глазу большее разрешение структуры объекта. Самое большее, что может дать повышенное увеличение, – это усиление видимости вторичных максимумов дифракционного изображения, что в свою очередь вызывает ложное представление о строении объекта.

Из приведённых десяти общих пунктов следует, что на сходство между объектом и «вторичным» интерференционным изображением можно воздействовать вмешательством в «первичное» изображение. Это положение подтверждается теоретическими и экспериментальными исследованиями.

§ 3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ АББЕ–ПОРТЕРА

Механизм образования изображения объекта в когерентной системе можно понять путем воздействия на первичное изображение. Идею наиболее характерных экспериментов иллюстрирует схема, представленная на рис. 26.

Предмет, которым служит сетка 1, представляющая собой двумерную периодическую структуру из тонких проволочек, освещается плоской волной (схема освещения представлена на рис. 24). В задней фокальной плоскости 3 объектива 2 наблюдается «первичное» изображение (пространственный спектр сетки). Если в плоскости 3 отсутствует диафрагма, ограничивающая компоненты спектра, то в плоскости 4 можно наблюдать изображение, являющееся точной копией исходной решетки. Помещая в фокальную плоскость 3 экран с узким

отверстием (например, щель, расположенную вдоль оси x) можно воздействовать на спектр изображения, пропуская или диафрагмируя его отдельные компоненты. Виды соответствующих изображений представлены в нижней части рисунка. При расположении диафрагмы (щели) вдоль оси x пропускается только нулевой порядок в центре и порядки ± 1 и ± 2. Вид плоскости изображения 4 представлен в нижней части рисунка под обозначением x. Изображение содержит только вертикальную структуру сетки. В плоскость изображения «первичные» спектры «посылают» излучение, как когерентные источники света. Лучи от различных первичных спектров интерферируют. В результате интерференции получается изображение («вторичное») решетки в плоскости 4. Расстояние между штрихами решетки с вертикальными линиями в изображении будет равно gl где l – шаг решетки, а g – увеличение микроскопа. Если при положении диафрагмы по x перекрыть нечетные спектры (т.е. ± 1), то изображение как бы удвоится и расстояние между штрихами станет в два раза меньше, т.е $g \cdot \frac{l}{2}$ (см. 26, x').

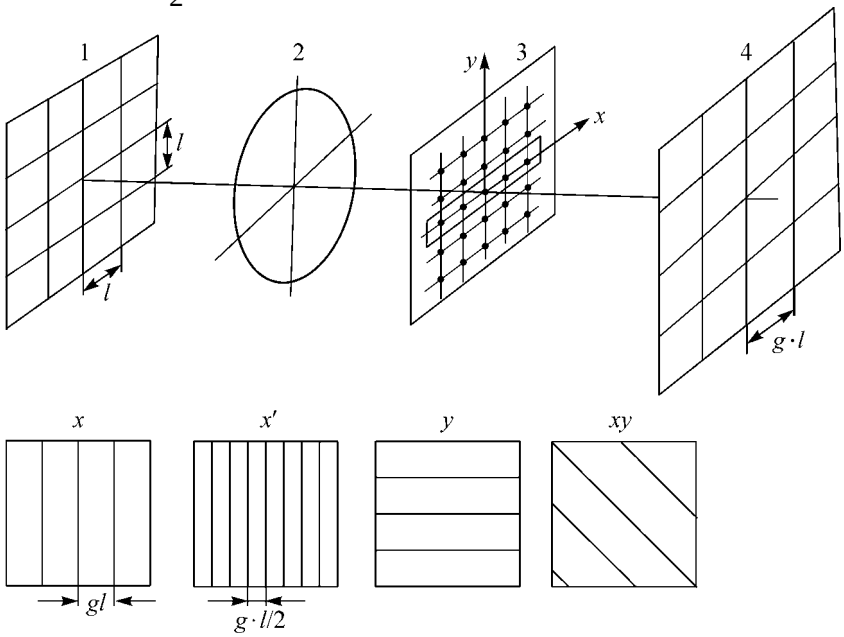

Рис. 26. Схема эксперимента Аббе–Портера

Изображение потеряет сходство с объектом. Причина удвоения числа штрихов лежит в том, что расстояние между «первичными» спектрами (нулевым и ± 2) стало вдвое больше. Из интерферометрии известно, что расстояние между интерференционными полосами, обратно пропорционально расстоянию между источниками света. Первое вдвое меньше, если последнее вдвое больше. Вид изображений при ориентации узкой щели вдоль оси y и под углом 45º к осям x и y представлен на последующих фрагментах рисунка y и xy. Процесс образования изображения в этих случаях можно понять, используя предыдущие рассуждения.

§ 4. ЭКСПЕРИМЕНТ МАНДЕЛЬШТАМА

Вернемся еще раз к эксперименту Аббе (рис. 27). Световая волна от точечного коллимированного источника при прохождении периодической структуры объекта (решетки, диатомеи и т.п.) разделяется на отдельные пучки, отклоняющиеся под разными углами. После прохождения объекта параллельные пучки фокусируются, образуя в задней фокальной плоскости объектива, мультиплицированное изображение точечного источника. Эти изображения источника формируют световые поля, интерференция которых в оптическом сопряжении с плоскостью объекта образуют («вторичное» по Аббе) изображение решетки.

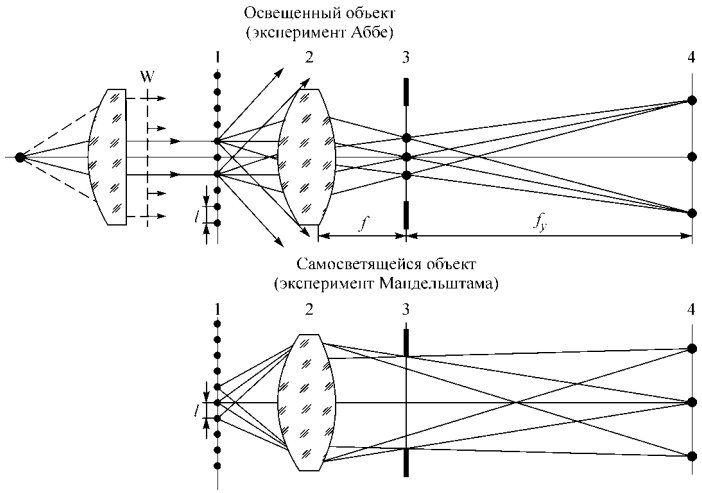

Рис. 27. Схемы экспериментов Аббе и Мандельштама

Нужно заставить работать весь спектр, чтобы получить изображение похожим на объект. Если апертурная диафрагма в главной фокальной плоскости объектива фильтрует часть спектров, то изображение становится непохожим на объект, расфокусируется или исчезает совсем, когда проходит только один порядок. Таким образом, Аббе был намечен предел разрешения, который может быть достигнут путем увеличения апертуры.

Изображение (по Аббе) зависит только от состава «первичных» дифракционных спектров. Вместе с тем ясно, что для самосветящегося объекта (решетка из раскаленных проволочек) «первичные» дифракционные спектры в фокальной области не существуют. При дальнейшем распространении пучки не интерферируют и не могут, следовательно, сформировать в изображении удвоенную структуру, если в фокальной области установлен фильтр, подавляющий нечетные дифракционные спектры (см. изображение x' на рис. 26) Отсюда следует заключение, что наблюдение объекта в когерентном свете существенно отличается от наблюдения при самосвечении. Мандельштам провел эксперименты по схеме рис. 26, используя в качестве объекта самосветящиеся раскаленные проволочки. Он теоретически доказал и экспериментально подтвердил, что, несмотря на отсутствие «первичных» спектров в фокальной плоскости объектива, диафрагма, перекрывающая каждый второй спектр (если бы они были) совершенно, также удваивает число линий в изображении при наблюдении самосветящегося объекта.

Остановимся на этом характерном примере и сравним оба способа освещения микроскопа. Обратимся к рис. 27, *а*. Решетка 1 со штрихами, шаг которой равен l, освещена нормально падающей плоской волной (эксперимент Аббе) и рассматривается объективом микроскопа 2. В главной фокальной плоскости 3 объектива получается ряд «первичных» дифракционных спектров порядка m, расположенных на угловых расстояниях: $\varepsilon = m\dfrac{\lambda}{l}$ (угловое расстояние между соседними спектрами $\delta\varepsilon = \dfrac{\lambda}{l}$). Линейное расстояние между спектрами равно в плоскости 3

$$f\,\delta\varepsilon = f\,\frac{\lambda}{l}\,. \qquad (42)$$

здесь f – фокус объектива.

«Первичные» спектры посылают свои лучи, как когерентные источники света в плоскость изображений 4. Лучи от различных первичных спектров интерферируют. В результате интерференции получается изображение (вторичное) решетки в 4. Расстояние между штрихами в изображении объекта будет равно l, умноженному на увеличение, т.е. $\frac{f_y}{f} l$. [Здесь f_y – расстояние до изображения (оптическая длина тубуса)]. При перекрытии нечетных спектров диафрагмой, установленной в плоскости 3, в изображении появляются дополнительные линии на расстояниях $\frac{f_y}{f} \cdot \frac{l}{2}$. Изображение теряет сходство с объектом, при этом расстояние между отверстиями фильтра 3, должно быть $2f \cdot \lambda/l$.

При замене щелей решетки раскаленными проволочками (эксперимент Мандельштама) первичных спектров не возникает, казалось бы, не должно быть и удвоения изображений. Однако появлению удвоения при самосвечении есть простое объяснение. Как при самосвечении, так и при когерентном освещении двойное изображение создает решетка (фильтр), установленная в плоскости 3.

Рассмотрим удвоение объекта при самосвечении (рис. 28). Оптический процесс заключается в том, что наряду с «истинными» изображениями щелей решетки создаются в промежутке «спектры», которые мы тоже называем изображением щелей (на рис. 28 они показаны в изображении штриховыми линиями). Легко проверить это для случая самосвечения. Комбинация одной щели (раскаленной проволочки) в 1 и решетки в плоскости 3 (решетка, которая блокирует спектры) является не чем иным, как упрощенным спектрографом, в котором один объектив 2 играет одновременно роль коллиматора и зрительной трубы. Так как f_y велико по сравнению с размерами решетки и углы отклонения невелики, то можно заменить синусы углов самими углами. Пусть от каждого штриха раскаленной решетки в 1 на решетку в плоскости 3 падает свет под углом θ_1 и дифрагирует на ней под углом θ_2, образуя спектры порядка m, согласно формуле для дифракционной решетки:

$$2f\frac{\lambda}{l}(\theta_1+\theta_2)=m\lambda\,; \qquad (43)$$

здесь $2f\lambda/l$ есть расстояние между штрихами у решетки установленной в 3, как показано выше, необходимое для удвоения числа линий в когерентном случае. Угловое расстояние $\delta\theta$ между спектрами получается из (43)

$$2f\frac{\lambda}{l}\delta\,\theta_2=\lambda \qquad (\delta m=\pm 1)\,, \qquad (44)$$

а линейное расстояние между ними в плоскости 4 равно

$$f_y\delta\theta_2=\frac{f_y}{f}\frac{l}{2}\,, \qquad (45)$$

что вдвое меньше расстояния между «истинными» изображениями штрихов решетки в 4 в отсутствие решетки в 3. При этом фильтрованное изображение решетки, имеющее удвоенную пространственную частоту, пространственно синхронизировано с нефильтрованным изображением.

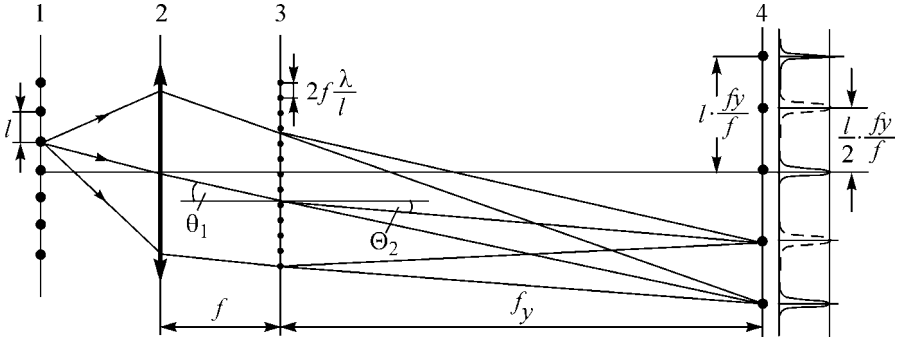

Рис. 28. Ход лучей при образовании изображения самосветящегося объекта:

1 – объект (раскаленная решетка), *2* – объектив, *3* – решетка (фильтр), *4* – изображение (штрихами обозначены «ложные» изображения, вызванные дифракцией на решетке 3)

Таким образом, нет никакого сомнения, что микроскопический объектив с решеткой, помещенной в плоскость 3, в качестве спектро-

скопа дает удвоение пространственной частоты в изображении, даже если решетка-объект состоит только из двух штрихов. Это – факт обычный, простой и очевидный. Наоборот, сомнительным может показаться, как сказано выше, возможность выразиться, что и при когерентном освещении как раз «решетка в 3 создает удвоение». Известно, что микроскописты, не верившие в теорию Аббе, предъявляли ей обвинение именно в том, что новое несходное изображение «создает» та диафрагма, которая помещена в апертурной плоскости. Рейнберг придумывал остроумные опыты, чтобы оградить теорию Аббе от этого обвинения.

Действительно, каждая достаточно тонкая проволочка в исходной решетке-объекте является источником пространственно-когерентного светового поля, которое, дифрагируя на решетке-фильтре, помещенной в плоскости 3, формирует в плоскости наблюдения 4 периодическую последовательность дифракционных максимумов (энергетический спектр решетки-фильтра) с пространственным периодом, определяемым выражением (45).

Формула (45) определяет условие, связывающее пространственный период решетки-фильтра в плоскости 3, $\Lambda_{\text{ф}} = \dfrac{2f'\lambda}{l}$, и пространственный период объекта. При выполнении этого условия периодические последовательности дифракционных максимумов в плоскости 4, которые являются пространственными спектрами мощности решетки-фильтра, пространственно совмещены для всех полей, источниками которых являются тонкие проволочки в решетке-объекте. Результирующее фильтрованное изображение в плоскости 4 является некогерентной суммой световых полей от каждой проволочки решетки-объекта, дифрагированных на решетке-фильтре. При этом структура результирующего изображения не зависит от числа проволочек. Этим числом определяется только интенсивность результирующего изображения.

§ 5. ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОЕ ОСВЕЩЕНИЕ. КОЭФФИЦИЕНТ НЕКОГЕРЕНТНОСТИ РОЖДЕСТВЕНСКОГО

Мы рассмотрели два альтернативных способа освещения объекта: когерентный (эксперимент Аббе) и самосвечение (опыты Мандельштама). Было показано, что оба эксперимента приводят к одинаковому

результату. Мандельштам считал, что объект, равномерно освещенный со всех сторон, при известных условиях переизлучает свет, как самосветящийся. Следовательно, изображение самосветящегося объекта имеет те же свойства, что и изображение когерентно освещенного, что и приводит к удвоению штрихов в изображении. Дальнейшие уточнения внес Рождественский. Он показал, что в реальных оптических системах имеется частично-когерентное освещение и трудно приблизиться как к самосвечению, так и полностью когерентному освещению. Рассмотрим ход его рассуждений.

Конденсор 1 (рис. 29) проектирует источник света, расположенный в бесконечности, на рассматриваемый объект в плоскость 2. Каждая точка источника изображается независимо, так как излучения от всех точек источника некогерентны: в любой из них фаза световых колебаний изменяется и совершенно независимо от других точек. Свойства изображения точки источника характеризуются параметрами конденсора. Существенную роль играет его апертура u_k. Ее величина определяет дифракционную картину Эри в плоскости предмета.

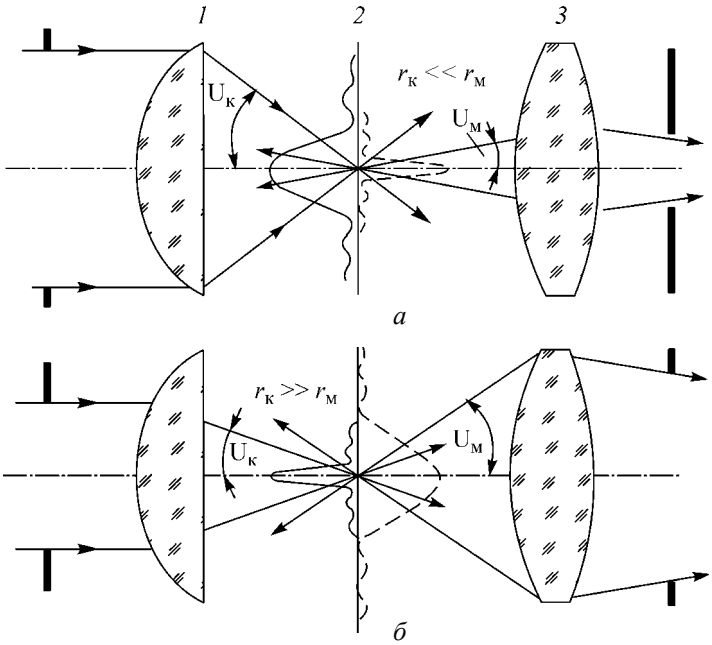

Рис. 29. Ядра Эри конденсора и объектива микроскопа

Радиус центрального ядра Эри равен в соответствии с формулой (8)

$$r = \frac{1,22\lambda}{2u_k}. \qquad (46)$$

(Мы положили в формуле (8) $n = 1$, $\sin u = u$ и поделили 8 на g.) Чем меньше u_k, тем шире дифракционное изображение, и при очень малом u_k оно расплывается настолько широко, что покрывает весь объект своей центральной частью (ядро кружка Эри). Тогда от одной точки источника объект освещен когерентно, т.е. колебаниями, совершающимися в одной фазе. Если же апертура увеличивается, то дифракционное изображение сжимается (см. изменения ядра Эри, обозначенными для конденсора штриховыми линиями на рис.29, *а*

и 29, *б*). В плоскости предметов радиус дифракционного пятна от объектива микроскопа будет равен

$$r_{\text{м}} = \frac{1,22\lambda}{2u_{\text{м}}}. \qquad (47)$$

Здесь $u_{\text{м}}$ – просто апертура объектива микроскопа. Ясно, что при условии $r_k << r_{\text{м}}$, дифракционную картину источника, изображаемого конденсором, можно принять практически за точку для данного объектива, который разрешает отрезок $r_{\text{м}}$. Изображения всех элементов объекта на расстоянии вплоть до $2r_{\text{м}}$ от точки объекта вследствие дифракционного уширения налагаются друг на друга в изображении этой точки. При условии $r_k << r_{\text{м}}$ излучения всех элементов освещенного объекта – некогерентные и при формировании изображения будут суммироваться их освещенности, а не амплитуд. Изображение источника света работает как самосветящийся объект. Условием этого является

$$u_k >> u_{\text{м}}, \qquad (48)$$

и отношение $u_k/u_{\text{м}}$, называемое коэффициентом некогерентности, должно быть как можно больше. Если оно равно бесконечности, освещение становится в точности эквивалентным самосвечению. При $u_k/u_{\text{м}} = 0$ получается когерентное освещение. Тогда дифракционная картина от конденсора так широка, что в главном ее лепестке, где световое поле когерентно помещается дифракционный спектр объектива, сформированный по законам геометрической оптики при освещении объектива полем от виртуального источника из плоскости изображения в плоскость объекта. При этом формируется когерентное изображение объекта.

В случае промежуточных значений $u_k/u_{\text{м}}$ реализуется частичная когерентность освещения. Таким образом, ясно, что не абсолютная апертура конденсора определяет когерентность освещения, а отношение апертуры конденсора к апертуре объектива. Важность и правильность этих рассуждений особенно очевидны для крайнего случая, когда апертура объектива имеет наибольшую возможную величину.

Конденсор (обычно) есть испорченный объектив, и апертура конденсора обычно не превышает наибольшей возможной апертуры объектива. Величина $u_k/u_м$ не больше единицы и, следовательно, не может быть и речи о приближении к самосветящемуся объекту.

$$u_k/u_м = c\,, \tag{49}$$

Это отношение названо Рождественским коэффициентом некогерентности. Если апертура объектива $u_м$ меньше единицы, то c можно сделать больше единицы. Например, бывают зрительные трубы с апертурой $1/40$ и имеются конденсоры с апертурой $1{,}6$. Следовательно, наибольше значение c будет порядка 60. Эту величину практически можно принять равной бесконечности, а освещение (в соединении таких систем) приближающимся к самосвечению. Однако такой пример был бы нарочно выдуманным, и в микроскопах, где характер освещения имеет особое значение, апертуры объективов и конденсоров варьируют примерно от $0{,}3$ до $1{,}4$, иначе говоря, коэффициент c не превышает величины 5.

Кроме того, нужно принять во внимание, что в литературе по микроскопии настоятельно рекомендуется не употреблять апертуру освещения больше апертуры объектива. Иначе говоря, воспрещается величина $c>1$. Для этого приводятся следующие основания. Лучи большей, чем у объектива апертуры не проникают в объектив, а перекрываются диафрагмой. Поэтому они бесполезны. Вместе с тем они вредны, так как увеличивают количество «неправильно» рассеянного света. Первый довод неправилен, так как дифрагированный от освещающих лучей большей апертуры свет прибавляет нечто к качеству изображения, тем более, что он соответствует очень косому падению освещающих лучей. В сущности это – прибавление метода темного поля к методу светлого поля. Добавление освещения большей апертурой может заметно повысить разрешающую силу.

Нужно в этом случае ясно понять разницу между объектами самосветящимися и переосвещенными. Точка самосветящегося объекта испускает лучи во все пространство. В объектив попадает часть лучей, определяемая его апертурой. Остальная часть светового поля экранируется диафрагмами и вклада в изображение не дает. Переосвещен-

ный объект, как это сказано выше, формирует конус лучей, соответствующий апертуре объектива, как и самосветящийся, но сверх того добавляет поле, дифрагированное от избыточной освещенной апертуры. С другой стороны, чисто эмпирически известно, что от переосвещения нельзя ждать больших результатов, и весьма возможно, что в большинстве случаев ухудшение от рассеянного света будет заметнее, чем улучшение от избыточной апертуры освещения. Но здесь и не стоит вопрос об улучшении при повышении апертуры освещения, а лишь о том, можно ли приблизиться к условиям самосвечения. Если для слабых объективов мыслима величина $c = 5$, то для сильных, где апертура достигает максимальных возможных величин, в настоящее время c не поднимется выше единицы, хотя принципиально в конденсоре апертура может быть сделана больше, чем в объективе, так как большие аберрации для очень больших углов апертуры могут быть компенсированы размерами источника света.

Если в качестве тест-объекта взять две бесконечно-тонкие щели и поместить их на расстояние, равное разрешению по Релею (см. формулу 47), тогда можно по распределению интенсивности в изображении выяснить влияние коэффициента некогерентности c на разрешение системы. Эту классическую задачу впервые поставил Релей.

За условную меру разрешения можно выбрать значение интенсивности посредине дифракционных изображений щелей (т.е. фактически в центре провала между максимами на рис.20 и 21). Вычисления показывают, что I зависит от c следующим образом:

$$I = \frac{8}{\pi^2}\left(1 + \frac{\sin c\pi}{c\pi}\right) \qquad (49)$$

для разных коэффициентов когерентности. Кривая I нанесена на рис. 30. Из работ Релея известно, что на границе разрешения для самосветящихся щелей освещенность посредине между ними равна $8/\pi^2$. Через эту ординату проведена прямая, параллельная оси абсцисс. К ней стремится кривая I, при $c = \infty$, колеблясь около нее вниз и вверх. Когда $c = 0$, плоская волна падает нормально к плоскости, в которой находятся обе щели, освещая их когерентно. Тогда лучи по-

сле щелей, встречаясь в одной фазе посредине между дифракционными максимумами в изображении, дают двойную освещенность по сравнению со случаем, когда поля, дифрагированные на щелях, некогерентны. Поэтому кривая I имеет начало на ординате $2 \cdot 8/\pi^2$.

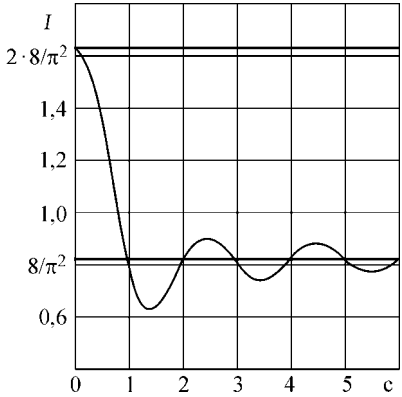

Рис. 30. Освещенность посередине между изображениями двух тонких щелей, находящихся на грани разрешения по Релею. Для самосветящихся объектов – $8/\pi^2$

Вначале нет провала интенсивности в середине изображения и, следовательно, разрешение нулевое. Если c увеличивается, то центральный максимум начинает превращаться в минимум приблизительно, когда $c = 0{,}8$ и $I = 1$ Наконец, при $c = 1$,т.е. при равенстве апертур конденсора и объектива, кривая I пересекает горизонталь $2 \cdot 8\pi^2$, разрешение в этом случае становится равным разрешению при самосвечении. Это очень простой факт, на который обратил внимание Рождественскй, микроскописты ощущали интуитивно – при расширении диафрагмы конденсора повышается разрешение и изображение становится похожим на изображение, полученное при самосвечении.

Однако при дальнейшем увеличении c , когда прибавляются лучи как будто бесполезные, в объектив не проникающие, разрешающая сила растет и доходит приблизительно при $c = 1{,}4$ до наибольшей величины, когда в центре провал освещенности равен $0{,}63$, что на $20\,\%$

меньше, чем $8/\pi^2 = 0{,}81$. Это величина небольшая и особого практического значения не имеет, но она показывает принципиально, что чистая дифракция может увеличивать разрешение. Еще большее увеличение c снова уменьшает разрешение и начинается колебание кривой I около ординаты $8/\pi^2$. Уже приблизительно при $c = 2{,}5$ в центральном провале освещенность не отличается более чем на $10\,\%$ от освещенности, соответствующей самосвечению. Если не стремиться к точности, большей $20\,\%$, то можно сказать, что равенство апертур конденсора и объектива обеспечивает эквивалентность самосвечению.

Пример двух щелей иллюстрирует то влияние, которое оказывает когерентность на изображение. Иногда при исключительной комбинации критериев существенное – полезное или вредное – изменение изображения. Например, на границе разрешения – широкое слившееся изображение двух щелей вместо провала. Или, наоборот, более высокое разрешение, когда можно задать обратные фазы косым падением. Но вообще влияние освещения невелико при непрозрачных объектах. Однако при прозрачных оно имеет решающее значение.

ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ

ГЛАВА 1

1. Вывести соотношение для радиуса диска Эри в схеме микроскопа (формула (8)). Исходные данные: формула (2) и схема рис. 1, где $b/f = g,\ D/2f = n\sin u,\ n = 1$. ($D$ – диаметр объектива микроскопа, а f его фокус).

2. Построить зависимость изменения угловых размеров дифракционного изображения от диаметра зрачка глаза. Диаметр зрачка глаза в зависимости от освещенности изменяется от 1 до 8 мм. Отметить на графике прямой линией угловую величину светочувствительных клеток сетчатки.

3. Определить диаметр диска Эри в плоскости компакт-диска, учитывая, что апертура микроскопа проигрывателя $u \cdot \sin u = 0,45$ и $\lambda = 0,79$ мкм. Сравнить полученное значение с расстоянием между дорожками компакт-диска, равного 1,6 мкм.

4. Что такое нормальное увеличение микроскопа?

5. Сравнить угловые размеры дифракционного изображения для театрального и полевого биноклей ($D = 25$ мм и 40 мм и телескопа $D = 1000$ мм).

6. Определить остроту зрения человека, если он на расстоянии наилучшего зрения разрешает объект величиной $0,2$ мм.

7. Что такое объем дифракции? Чему он равен?

8. Определить волновую глубину изображения, используя схему, представленную на рис. 7. Чему равна глубина фокусировки объектива с апертурой $u = 0,1$ и $= 0,4$.

9. Определить точность продольной установки (фокусировки) измерительного микроскопа, имеющего апертуру $u = 0,1$. Вычислить для этого микроскопа точность поперечной установки на объект.

10. Сравнить преимущества и недостатки оптических систем с круглой, квадратной и кольцевой апертурами?

11. Что такое аподизация изображения? Оцените ее преимущества и недостатки.

12. Что такое волновая, продольная и поперечная аберрации оптической системы?

13. Что такое параксиальный и маргинальный фокусы объектива?

14. В соответствии с рис. 14. Выведете соотношение для связи между волновой, продольной и поперечной сферическими аберрациями.

15. Объясните, в чем суть эксперимента Линника для определения волновой аберрации.

ГЛАВА 2

1. Что понимают под разрешающей способностью микроскопа?

2. Чему равна разрешающая способность микроскопа для самосветящегося и когерентного освещения?

3. Может ли быть разрешающая способность микроскопа при когерентном освещении выше разрешения для самосветящегося объекта?

4. В чем суть эксперимента Аббе? Почему в экспериментах Аббе–Портера происходит двоение изображений, когда перекрывается каждый нечетный «первичный источник» (пространственный спектр изображения)?

5. Почему происходит двоение изображения при самосветящемся объекте? Какой физический процесс вызывает двоение?

6. Чему равен коэффициент некогерентности Рождественского?

7. Что такое частично-когерентное освещение?

8. Если в микроскопе отношение апертуры конденсора к апертуре объектива равно единице, то какова когерентность освещения?

ЛИТЕРАТУРА

1. *Майкельсон А.А.* Исследования по оптике. – М.: ГИ.
2. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. – М.: Наука, 1970.
3. *Каули Дж*. Физика дифракции. – М.: Мир, 1979.
4. *Гудмен Дж*. Статистическая оптика. – М.: Мир, 1988.
5. *О'Нейл Э*. Введение в статистическую оптику. – М.: Мир, 1966.
6. *Боухьюз Г, Брат Дж., Хейслер А. и др*. – М.: Радио и связь, 1991.
7. *Стрэтт* (Лорд Рэлей) Дж.В. Волновая теория света. – М. – А: ГИТТЛ, 1940.
8. *Михель К.* Основы теории микроскопа. – М.: ГИТТЛ, 1955.
9. *Руссо М., Матье Ж.П.* Задачи по оптике. – М.: Мир, 1976.

10. *Мандельштам Л.И.* Полное собрание трудов. – Т.1. – М.: Изд-во Академ. СССР, 1948.
11. *Коломийцов Ю.В.* Интерферометры. – Л.: Машиностроение, 1976.
12. *Кузьмин Р.О.* Бесселовы функции. – М.: ГТТИ, 1933.
13. *Максутов Д.Д.* Изготовление и исследование астрономической оптики. – М.: Наука, 1984.
14. *Витриченко Э.А., Лукин В.П., Пушной Л.А., Тартаковский В.А.* Проблемы оптического контроля. – Новосибирск: Наука, 1990.
15. *Волосов Д.С.* Фотографическая оптика. – М.: Искусство, 1971.
16. *Гудмен Дж.* Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970.
17. *Герцбергер М.* Современная геометрическая оптика. – М.: ИИЛ, 1962.
18. *Хишен Д., Беккерс Дж., Улих Б. и др.* Современные телескопы. – М.: Мир, 1984.
19. *Калитеевский Н.И.* Волновая оптика. – М.: Наука, 1971.
20. *Навашин М.С.* Телескоп астронома-любителя. – М.: ГИФМЛ, 1962.
21. *Юу Ф.Т.С.* Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. – М.: Сов.радио, 1979.
22. *Популис А.* Теория систем и преобразований в оптике. – М.: Мир, 1971.
23. *Франсон М.* Фазово-контрастный и интерференционный микроскопы. – М.: ГИФМ.-Л., 1960.
24. *Захарьевский А.Н.* Интерферометры. – М.: ГИОП, 1952.
25. *Мерц. Л.* Интегральные преобразования в оптике. – М.: Мир, 1969.
26. *Хартридж Г.* Современные успехи физиологии зрения. – М.: ИЛ, 1952.
27. *Сороко Л.М.* Основы голографии и когерентной оптики. – М.: Наука, 1971.
28. *Франсон М.* Голография. – М.: Мир, 1972.
29. *Верхотуров О.П.* Введение в вычислительную оптику. – Новосибирск: СГГА, 1998.
30. *Сборник* статей – настоящее и будущее телескопов умеренного размера. – М.: ИЛ, 1960.
31. *Бетенски Э., Хопкинз Р., Шеннон Р. и др.* Проектирование оптических систем. – М.: Мир, 1983.
32. *Максутов Д.Д.* Астрономическая оптика. – Л.: Наука, 1979.
33. *Марешаль А., Франсон М.* Структура оптического изображения. – М.: Мир, 1964.
34. *Попов Г.М.* Современная астрономическая оптика. – М.: Наука, 1988.

35. *Рождественский Д.С.* Когерентность лучей при образовании изображения в микроскопе. – Журнал экспериментальной и теоретической физики. – Т. 10. – Вып. 3, 1940. С. 305–380.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Доклад лауреата Нобелевской премии Д. Габора на симпозиуме «100 лет теории Аббе», 1973 г. Optik 39, 1973 s. 86–92

Мне очень радостны торжества по поводу Эрнста Аббе, так как я думаю, что я состою с Эрнстом Аббе в особых отношениях. Я очень

благодарен так же, как почти все из нас, поскольку считаю его своим учителем и руководителем.

Когда мне было 15 лет, я был охвачен любовью к физике и уже выучил дифференциальные и интегральное исчисление. В 17 лет (это был 1917 г.) я изучил пятитомный курс физики О.Д. Хвольсона. Я ясно вспоминаю, что в оптике две вещи строго установлены. Первой была Липмановская цветная фотография и второй – теория образования изображения в микроскопе по Аббе. Хвольсвоновские представления были очень бедны, и поэтому мне очень хотелось прочесть оригинал. Я справился в городской библиотеке об общем собрании сочинений Аббе. Я преследовал свои прекрасные и благородные социально-политические цели. Я сожалел, что микроскоп пришел к концу в связи с ограничением разрешающей способности. Мне казалось, что мне посчастливится внести нечто новое, однако своей теории я не имел.

По счастливой случайности в библиотечном каталоге я нашел книгу под именем Эрнста Аббе, которую относят к 1910 году, с названием « Учение о возникновении изображения в микроскопе».

Авторы Отто Луммер и Фритц Райхе переработали Иенский курс лекций Аббе 1887 года и были так скромны, что оставили имя Аббе на обложке книги. Эту книжку я имел в 1917, когда мне было 17 лет, я её купил и быстро освоил. До сегодняшнего дня она является моим сокровищем и я убеждён, что она мне много дала для того, чтобы 30 лет позднее я смог внести нечто свое в историю и практику производства изображений.

Если книжку Лумера и Райхе прочесть сегодня, то она кажется ужасно неуклюжей. Все световые колебания выражены через синусы и косинусы, так как комплексное представление было тогда мало известно. Авторы знали интеграл Фурье, но понятия о Фурье преобразовании ещё не было и не было таблиц преобразований Фурье. Сегодня теорию Аббе можно заключить в одно предложение. **При когерентном освещении возникает изображение путем двойного преобразования Фурье, с ограничением полосы частот в плоскости Фраунгофера.**

Вместе с тем вокруг теории Аббе разгорались жаркие споры, которые теперь нам кажутся комическими. Английский микроскопист Бек

обвинил Аббе в том, что его фильтрация вносит только ухудшения. Дело длилось до 1934 года, пока Цернике не внес в область Фраунгофера необходимое устройство и до 1953 года, когда Марешель и Гросс не указали, что благодаря фильтрации в Фурье-плоскости изображение может быть не только ухудшено, но и улучшено. И это длилось почти сто лет до Строука, который показал, что апостериорной Фурье-фильтрацией электронного изображения разрешение электронного микроскопа может быть значительно улучшено.

Мы сегодня знаем, что значение когерентного освещения для практической микроскопии было переоценено. При освещении широким световым конусом изображения объекта в когерентном и некогерентном свете мало отличается друг от друга. С тех пор как появились лазеры с высоко когерентным излучением, выявилось очень чёткое различие в случае глубоких объектов, которые очень неблагосклонны к когерентному освещению. Это явление называют гранулами (спеклами). На нём я остановлюсь позднее.

Уже раньше предполагали, что когерентность мало влияет на разрешающую способность, но за этим скрывается нечто существенное. Монохроматическим светом можно извлечь из объекта только известный максимум информации. Это является темой моего доклада, в котором пойдет речь об исходной точке теории информации в оптике. Я хочу показать: триста лет теории света – это стремление внести ясность в понятие передачи информации.

Мы исходим из геометрической оптики и старого принципа Гюйгенса. Свет распространяется волнами, лучи – нормальны к волновому фронту. Если из точки исходит волна и собирается в точку, то возникает изображение. Следовательно, на каждой конечной поверхности имеется бесконечное число точек. Отсюда объём информации безграничен. Видимо есть люди, которые думают, что Эрнст Аббе сообщал на Лондонской выставке в семидесятом году о микроскопе имеющим длину тубуса в один метр.

Правда, ещё сто лет ранее это считалось наивностью, так как уже в 1801 г. Томас Юнг показал, что каждый цвет имеет конечную длину волны и волновая оптика, благодаря работам Френеля и Кирхгофа, была математически обоснована. При этом был внесён смысл в оптику, так как было ясно, что с конечной длиной волны нельзя измерять с

бесконечной точностью. Волновая последовательность служит как бы масштабом, который мы накладываем на объект, так что можно сказать, что известная точка совпадает с одной известной полуволной. Фактически уже Релей для некогерентного, а Аббе для когерентного света доказали, что граница разрешающей способности не может быть больше, чем половина длины волны, если собирают весь свет, излучаемый полусферой. Спрашивают, можно ли получить лучшее разрешение, если захватить апертуру больше, чем полусфера. Для этого надо использовать пучки, дифрагированные объектом назад, так называемые evanescente волны, и, как показал Нассенштейн, тогда можно получить разрешение лучше, чем половина длины волны света.

Д. Габор

Приложение 2

Отрывок из письма акад. Д. Рождественского акад. Мандельштаму («Академик Л.И.Мандельштам. К 100-летию со дня рождения». М.: Наука, 1979. – С. 75)

…Тогда стоит развить вопрос подробнее в отдельной статье и параллельно опытам Аббе упростить Ваши опыты до школьного эксперимента с микроскопом большого разрешения (решетку из раскаленной тонкой проволоки можно сделать не хуже, чем решетку на серебре). Мне кажется, что возможно поставить серию опытов Аббе и Мандельштама, которые будут всесторонне иллюстрировать вопрос о когерентности и будут продаваться в маленькой коробочке, как до сих пор опыты Аббе.

А вопрос об актуальности опытов Аббе стоит, по-моему, иначе, чем, по-видимому, Вы думаете. Несмотря на Релея и Вашу работу *все* «верят» в Аббе, так как он изложен (неправильно) в любом учебнике. И большинство оптиков «хотят» работать по Аббе (Berek, Martin и др.), хотя это именно *вредно.* Вашу же работу цитируют не в учебниках, а в Handbouch-ах и специальных статьях. Она – не доходит.

Д. Рождественский

Приложение 3

Эксперимент Карташева по повышению разрешения зрительной трубы

Схема эксперимента представлена на рис. 31, *а,б*. Источник белого света 1, через конденсор 2 освещает амплитудную решетку 3. Через зрительную трубу 5–7 (рис. 31, *а*) изображение решетки 6 рассматривается в окуляр 7. Решетка установлена от трубы на большом расстоянии L, равном в эксперименте ~50 м. Диаметр D=50 мм. В соответствии с соотношением из гл. 1 разрешающая сила трубы в угловой мере составила

$$\gamma = \left|\frac{140}{D}\right|'' = 2{,}8'' .$$

На расстоянии L=50 м с объективом D=50 мм. Можно было рассмотреть решетку, шаг которой в линейной мере равнялся $d = \gamma \cdot L$= 0,7 мм. В эксперименте была выбрана решетка с шагом d_1, причем $d_1 < d$. Шаг решетки d_1 составил 20 мкм при d_1,= 20 мкм, дифрагированные на решетке пучки +1 и −1 порядков отклонялись под углами $\sim \lambda/d_1$ и не попадали в апертуру трубы. В соответствии с теоремой Аббе разрешение не происходило, так как в объектив поступал только нулевой порядок дифракции

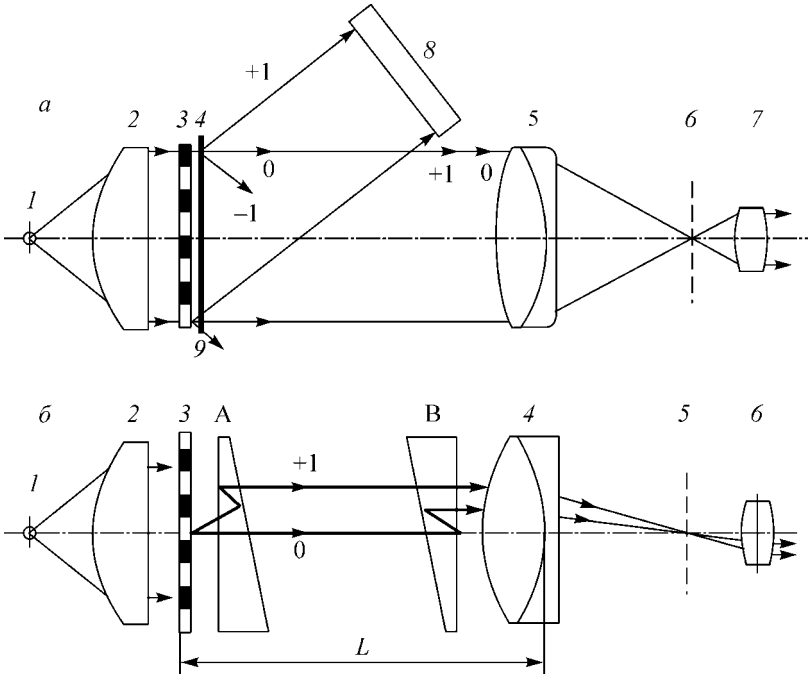

Рис. 31. Схема эксперимента Карташева

Проведем мысленный эксперимент (рис. 31, *а*). Можно было за решеткой поставить полупрозрачную пластину 4, а на пути дифрагированного пучка $n+1$ порядка отражающее зеркало 8. Тогда после отражения от 8 и 4 пучок первого порядка можно было направить в объектив 5. В этом случае в объектив попали бы пучки нулевого $n+1$ порядка. Этих условий было бы достаточно для осуществления разрешения. Однако эти пучки не могут интерферировать и, следовательно, формировать изображение, так как разность хода между ними будет равна двойному расстоянию от пластинки 4 до зеркала 8, а поскольку на входе находится источник белого света, имеющий низкую пространственную когерентность, интерференции между пучками 0 и +1 не происходит.

В эксперименте Карташева это затруднение было разрешено. Перед решеткой и объективом трубы 4 (рис. 31, *б*) были установлены клинья Фабри-Перо. Клинья Фабри-Перо представляет собой тонкую воздушную или стеклянную пластинку, стороны которой покрыты высокоотражающими тонкопленочными покрытиями. Лучи света, попавшие в клин, могут там многократно отражаться. Если пучок претерпевает четное число отражений – выходящие пучки направляются в сторону объектива 4. Угол клина небольшой. Он равен λ/d_1. При таком выборе клина дифрагированный пучок $+1$ порядка после двух отражений в клине шел по направлению пучка нулевого порядка, который проходил клин напрямую (без отражения). Если перед объективом поставить аналогичный клин Фабри-Перо B, то в нем пучок нулевого порядка после двойного отражения поступит в объектив 4. Прямой пучок $+1$ пойдет по аналогичному пути. Для того чтобы эти пучки интерферировали, надо чтобы разность хода, полученная пучками A и B, была близка к нулю. Этого можно добиться, перемещая клин перпендикулярно оптической оси.

Как только толщины клиньев сравниваются в поле зрения 5 зрительной трубы, появятся интерференционные полосы в белом свете. На фоне этих полос будет видно изображение решетки, которая без введения клиньев не видна. Налицо повышение разрешения зрительной трубы, даже суперразрешение. Однако в эксперименте была известна априорная информация об объекте: шаг решетки и ориентация штрихов. В соответствии с этим были подобраны углы клиньев, равные λ/d, или близко к этим значениям, для того чтобы после четного числа отражений направить пучки $+1$ или -1 порядков в апертуру объектива.

Как подчеркивалось выше, при знании априорной информации об объекте разрешение может быть повышено до значений, превышающих дифференционный предел, регламентируемый соотношением $\gamma = \left|\frac{140}{D}\right|''$.

Приложение 4

В литературе приводятся два определения функции рассеяния точки (ФРТ) [см., например, (4) и (5)]. При когерентном освещении ФРТ – это распределение энергии в изображении точечного объекта, даваемое оптической системой, например, объективом.

Оптическая система в этом случае является линейной по интенсивности. При проектировании оптических систем ФРТ (некогерентная) является одной из наиболее полных характеристик, описывающих качество оптической системы. Это имеет большой практический смысл в астрономии при рассмотрении объектов, состоящих из совокупности светящихся точек.

При когерентном освещении под функцией рассеяния точки понимают распределение комплексной амплитуды света в выходной плоскости оптической системы, соответствующее точечному источнику света, т.е. δ-функции во входной плоскости. [Р. Колиер, К. Беркхард, Л. Ли «Оптическая голография». – М.: Мир, 1973. – С. 108]. При когерентном освещении оптическая система линейна по амплитуде. Примеры наблюдения когерентно и некогеретно освещенных объектов подробно приведены в начале гл. 2.

Вальдемар Петрович Коронкевич

**ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ
В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Учебное пособие

Редактор *Л.Н. Ветчакова*
Технический редактор *Г.Е. Телятникова*
Компьютерная верстка *Н.М. Шуваева*

Подписано в печать 03.06.2005. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная
Тираж 100 экз. Уч.-изд. л. 4,42. Печ. л. 4,75. Изд. № 316. Заказ №
Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20