

Определение значений фазовых сдвигов по интерференционным картинам в фазосдвигающей интерферометрии

В.И. Гужов, С.П. Ильиных, Кузнецов Р.А., Хайдуков Д.С.
НГТУ (Новосибирск, Россия)

Аннотация: В статье рассматривается алгоритм явного определения фазовых сдвигов из серии интерференционных картин, полученных методом пошагового фазового сдвига, решением системы трансцендентных уравнений.

Ключевые слова: Метод фазовых шагов, интерферограмма, уравнения расшифровки.

I. ВВЕДЕНИЕ

Наибольшее применение при построении интерференционных систем в последние годы получили методы получения и расшифровки интерферограмм на основе пошагового сдвига (пошаговая или фазо-сдвигающая интерферометрия, *phase-sampling*, *phase-shifting interferometry*) [1–12]. Метод пошагового фазового сдвига основан на регистрации нескольких интерференционных картин при изменении фазы опорной волны δ_i на некоторые известные значения.

$$I_i(x, y) = I_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_i]\}, \quad (1)$$

где $i=0, 2, \dots, m-1$, m - число фазовых сдвигов.

На *рис. 1* показана принципиальная схема оптической установки, в которой фазовый сдвиг задается перемещением зеркала, закрепленного на пьезокерамике.

Основной задачей расшифровки является определение разности фаз интерферирующих волновых фронтов $\phi(x, y)$ по значениям зарегистрированных интенсивностей $I_i(x, y)$. Если фазовый сдвиг известен, то в уравнении три неизвестных: $\phi(x, y)$ – фазовая разность, $I_0(x, y)$ – средняя интенсивность, $V(x, y)$ – видность. Для их нахождения нам необходимо не менее трех уравнений с различными значениями δ_i .

Решая системы уравнений можно найти все три искомые величины. Формулы для расшифровки выводятся как решение системы тригонометрических уравнений вида (1). Известно большое число выражений для расшифровки с различным числом фазовых сдвигов. Первые известные алгоритмы использовали формулы расшифровки с тремя или четырьмя сдвигами. С возрастанием вычислительной мощности современных компьютеров появилась возможность использовать

алгоритмы с большим числом сдвигов. Так в работе [3] представлен алгоритм, использующий 15 фазовых сдвигов, а в работе [6] – 101 фазовый сдвиг.

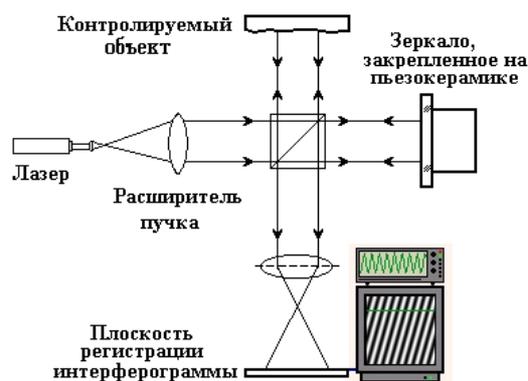


Рис.1. Схема интерферометра Тваймана-Грина с перемещением зеркала, закрепленного на пьезокерамике.

II. УРАВНЕНИЯ РАСШИФРОВКИ

Нами предложен [10, 11] обобщенный алгоритм расшифровки, позволяющий установить структуру известных алгоритмов и конструировать новые алгоритмы с неограниченным количеством фазовых сдвигов.

$$\phi = \arctan\left(-\frac{\overset{P}{I} \cdot \overset{P}{S}}{\overset{P}{I} \cdot \overset{P}{C}}\right). \quad (2)$$

В этом выражении $\overset{P}{C} = (\cos \delta_{0,K}, \cos \delta_{m-1})^T$, $\overset{P}{S} = (\sin \delta_{0,K}, \sin \delta_{m-1})^T$, δ_i – фазовые сдвиги, размерность векторов определяется m - числом фазовых сдвигов. $\overset{P}{I}^\perp$ - вектор, ортогональный вектору $\overset{P}{I} = (I_{0,K}, I_{m-1})^T$, где $I_i(x, y)$ - набор измеренных интенсивностей с различными фазовыми сдвигами δ_i .

Существует ряд систематических ошибок, которые влияют на правильность определения разности фаз. Это - ошибки при определении интенсивности и ошибки при установлении фазового сдвига. В [13, 14] показано, что основной вклад в погрешность вносят ошибки

при установке фазового сдвига.

Целью данной работы является явное определение действительной величины вносимых фазовых сдвигов путем анализа траектории интерференционных сигналов в двух произвольных точках интерферограммы. В этом случае не требуется априорного знания величины сдвига.

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВЫХ СДВИГОВ

Уравнение (1) можно представить в виде:

$$I_i(x, y) = A(x, y) \{1 + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_i]\}, \quad (3)$$

где $A(x, y)$ - средняя яркость, $B(x, y)$ - амплитуда интерференционных полос, $\phi(x, y)$ - фазовая разность, δ_i - фазовые сдвиги.

Можно сделать допущение, что в различных точках фазовые сдвиги одинаковы. Это предположение выполняется в большинстве случаев, исходя из физических условий проведения эксперимента. Тогда мы можем получить добавочные уравнения, рассматривая решения не в одной, а в нескольких пространственных точках (x_k, y_k) .

$$I_{ik}(x, y) = A_k(x, y) \{1 + B_k(x, y) \cos[\phi_k(x, y) + \delta_i]\}$$

или

$$I_{ik} = A_k [1 + B_k \cos(\phi_k + \delta_i)]. \quad (4)$$

Если мы берем m фазовых сдвигов, то общее число неизвестных в 2 точках будет: $2 \cdot 3 + m - 1$. ($I_{0,1}, I_{0,2}, B_1, B_2, \phi_1, \phi_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$) (рис.2). Считаем, что $\delta_0 = 0$. Если взять 5 сдвигов, то в 2

точках получится 10 уравнений и 10 неизвестных. Этого достаточно, чтобы точно определить все неизвестные, включая фазовые сдвиги.

В общем случае, число точек $k=1, \dots, n$. Общее число неизвестных: $n \cdot 3 + m - 1$. Число уравнений: $n \cdot (m - 1)$. Решение можно найти, если общее число уравнений больше или равно числу неизвестных, т.е.:

$$n \cdot m \geq 3n + (m - 1) \quad (5)$$

В общем случае, число точек $k=1, \dots, n$. Общее число неизвестных: $n \cdot 3 + m - 1$. Число уравнений: $n \cdot (m - 1)$. Решение можно найти, если общее число уравнений больше или равно числу неизвестных, т.е.:

$$n \cdot m \geq 3n + (m - 1) \quad (5)$$

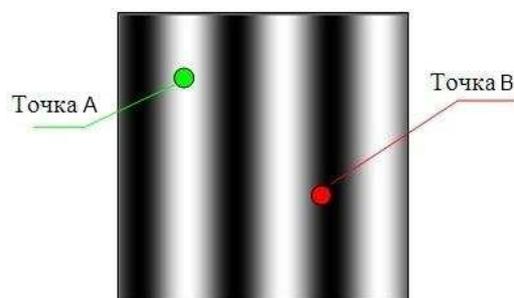


Рис. 2 Две произвольные точки на интерферограмме

Если взять две точки на интерферограмме с координатами $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$ при пяти фазовых сдвигах, получим систему из десяти уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1(x_A, y_A) = A(x_A, y_A) + B(x_A, y_A) \cos(\phi(x_A, y_A)) \\ I_2(x_A, y_A) = A(x_A, y_A) + B(x_A, y_A) \cos(\phi(x_A, y_A) + \delta_1) \\ I_3(x_A, y_A) = A(x_A, y_A) + B(x_A, y_A) \cos(\phi(x_A, y_A) + \delta_2) \\ I_4(x_A, y_A) = A(x_A, y_A) + B(x_A, y_A) \cos(\phi(x_A, y_A) + \delta_3) \\ I_5(x_A, y_A) = A(x_A, y_A) + B(x_A, y_A) \cos(\phi(x_A, y_A) + \delta_4) \\ I_6(x_B, y_B) = A(x_B, y_B) + B(x_B, y_B) \cos(\phi(x_B, y_B)) \\ I_7(x_B, y_B) = A(x_B, y_B) + B(x_B, y_B) \cos(\phi(x_B, y_B) + \delta_1) \\ I_8(x_B, y_B) = A(x_B, y_B) + B(x_B, y_B) \cos(\phi(x_B, y_B) + \delta_2) \\ I_9(x_B, y_B) = A(x_B, y_B) + B(x_B, y_B) \cos(\phi(x_B, y_B) + \delta_3) \\ I_{10}(x_B, y_B) = A(x_B, y_B) + B(x_B, y_B) \cos(\phi(x_B, y_B) + \delta_4) \end{array} \right. \quad (6)$$

Переобозначим интенсивности $I_1 \dots I_5$ как $x_1 \dots x_5$, интенсивности $I_6 \dots I_{10}$ как $y_1 \dots y_5$, а уровни средней яркости $A(x_A, y_A)$ и

$A(x_B, y_B)$ - x_0 и y_0 . соответственно. С учетом принятых обозначений система уравнений (6) примет вид

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + B_1 \cos(\phi_1) & y_1 = y_0 + B_2 \cos(\phi_2) \\ x_2 = x_0 + B_1 \cos(\phi_1 + \delta_1) & y_2 = y_0 + B_2 \cos(\phi_2 + \delta_1) \\ x_4 = x_0 + B_1 \cos(\phi_1 + \delta_3) & y_3 = y_0 + B_2 \cos(\phi_2 + \delta_2) \\ x_3 = x_0 + B_1 \cos(\phi_1 + \delta_2) & y_4 = y_0 + B_2 \cos(\phi_2 + \delta_3) \\ x_5 = x_0 + B_1 \cos(\phi_1 + \delta_4) & y_5 = y_0 + B_2 \cos(\phi_2 + \delta_4) \end{cases} \quad (7)$$

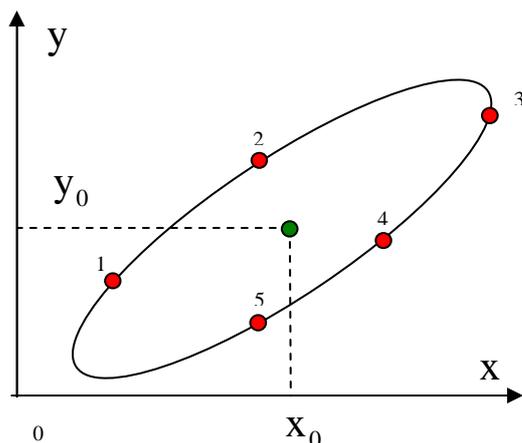


Рис 3. Точки интенсивностей

В уравнении (7) (x, y) – координаты 5 точек. Изобразим эти точки на плоскости x - y (рис. 3). Положение точек на плоскости зависит от параметров, определяемых уравнениями (6). Если менять фазовые сдвиги δ_i непрерывно, то точка на плоскости опишет эллиптическую траекторию, то есть, любая точка, соответствующая системе уравнений (6), принадлежит некоторому эллипсу.

Получим уравнение эллипса, используя свойства пучка кривых.

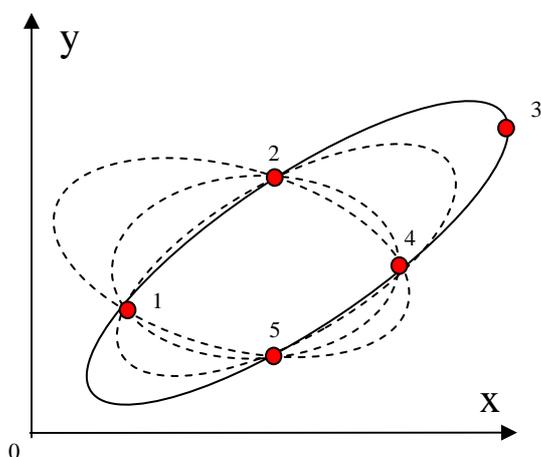


Рис 4. Пучок кривых второго порядка

Через четыре точки можно провести бесконечное количество кривых второго порядка (эллипсов) (рис.4).

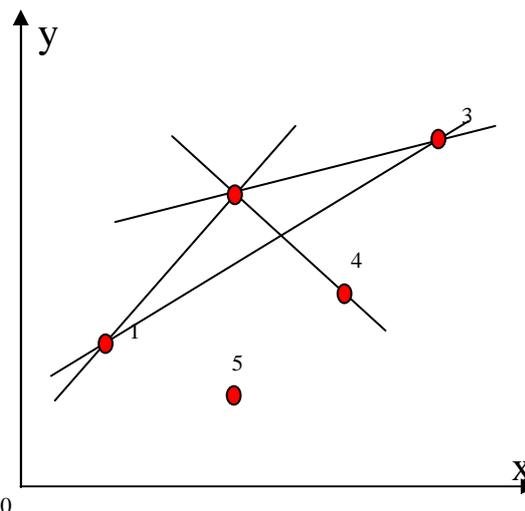


Рис. 5. Порядок соединения точек пучка кривых

Уравнение пучка кривых второго порядка имеет вид

$$f_{12}(x, y) \cdot f_{23}(x, y) + \alpha \cdot f_{13}(x, y) \cdot f_{24}(x, y) = 0, \quad (8)$$

где $f_{KN}(x, y)$ - уравнение прямой, проходящей через точки K и N соответственно, а α - коэффициент, позволяющий выбрать определенную кривую в пучке. На рис. 5 показаны прямые, используемые для нахождения уравнения эллипса из пучка кривых.

Уравнение прямой общего вида можно записать как

$$f_{KN}(x, y) = Ax + By + C = 0. \quad (9)$$

Поскольку прямая задана двумя точками на плоскости, то коэффициенты уравнения (9) путем несложных преобразований могут быть получены из канонического уравнения прямой

$$\frac{x - x_K}{x_N - x_K} = \frac{y - y_K}{y_N - y_K}, \quad (10a)$$

$$\frac{(x - x_K)(y_N - y_K) - (y - y_K)(x_N - x_K)}{(x_N - x_K)(y_N - y_K)} = 0, \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} A &= y_N - y_K \\ B &= -(x_N - x_K) \end{aligned} \quad (10c)$$

$$C = -x_K A - x_N B$$

Для прямых, показанных на рис. 5, имеем

четыре уравнения

$$\begin{cases} f_{12}(x, y) = A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ f_{23}(x, y) = A_2x + B_2y + C_2 = 0 \\ f_{13}(x, y) = A_3x + B_3y + C_3 = 0 \\ f_{24}(x, y) = A_4x + B_4y + C_4 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Выберем коэффициент α таким образом, чтобы выбранная из пучка кривая проходила и через пятую точку (рис. 4 – сплошная кривая). Для этого необходимо решить следующее уравнение

$$f_{12}(x_5, y_5) \cdot f_{23}(x_5, y_5) + \alpha \cdot f_{13}(x_5, y_5) \cdot f_{24}(x_5, y_5) = 0. \quad (12)$$

Решение данного уравнения имеет вид

$$\alpha = -\frac{(A_1x_5 + B_1y_5 + C_1)}{(A_3x_5 + B_3y_5 + C_3)} \times \frac{(A_2x_5 + B_2y_5 + C_2)}{(A_4x_5 + B_4y_5 + C_4)}. \quad (13)$$

Уравнение эллипса в общем виде

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0. \quad (14)$$

Коэффициенты уравнения (14) находим, раскрывая уравнение (12) и приводя подобные члены

$$\begin{cases} a_{11} = A_1A_2 + \alpha A_3A_4 \\ a_{12} = \frac{1}{2}[A_1B_2 + A_2B_1 + \alpha(A_3B_4 + A_4B_3)] \\ a_{22} = B_1B_2 + \alpha B_3B_4 \\ a_{13} = \frac{1}{2}[A_1C_2 + A_2C_1 + \alpha(A_3C_4 + A_4C_3)] \\ a_{23} = \frac{1}{2}[B_1C_2 + B_2C_1 + \alpha(B_3C_4 + B_4C_3)] \\ a_{33} = C_1C_2 + \alpha C_3C_4 \end{cases} \quad (15)$$

Теперь можно сократить число неизвестных в системе уравнений (7), приведя центр эллипса в начало координат. Координаты центра эллипса x_0 и y_0 находим, решая систему уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_0 + a_{12}y_0 = a_{13} \\ a_{21}x_0 + a_{22}y_0 = a_{23} \end{cases}, \quad (16)$$

$$x_0 = -\frac{\begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{23} & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad y_0 = -\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{12} & a_{23} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}. \quad (17)$$

После исключения переменных x_0 и y_0 система уравнений (7) примет вид

$$\begin{cases} x_1 = B_1 \cos(\phi_1) & y_1 = B_2 \cos(\phi_2) \\ x_2 = B_1 \cos(\phi_1 + \delta_1) & y_2 = B_2 \cos(\phi_2 + \delta_1) \\ x_4 = B_1 \cos(\phi_1 + \delta_3) & y_3 = B_2 \cos(\phi_2 + \delta_2) \\ x_3 = B_1 \cos(\phi_1 + \delta_2) & y_4 = B_2 \cos(\phi_2 + \delta_3) \\ x_5 = B_1 \cos(\phi_1 + \delta_4) & y_5 = B_2 \cos(\phi_2 + \delta_4) \end{cases} \quad (18)$$

Выразим синус первого фазового угла через значения интенсивностей с различными фазовыми сдвигами

$$x_2 = B_1 \cos(\phi_1 + \delta_1) = B_1 \cos(\phi_1) \cos(\delta_1) - B_1 \sin(\phi_1) \sin(\delta_1), \quad (19a)$$

$$x_3 = B_1 \cos(\phi_1 + \delta_2) = B_1 \cos(\phi_1) \cos(\delta_2) - B_1 \sin(\phi_1) \sin(\delta_2). \quad (19b)$$

$$B_1 \sin(\phi_1) = \frac{x_2 - x_1 \cos(\delta_1)}{\sin(\delta_1)} \quad (20)$$

$$B_1 \sin(\phi_1) = \frac{x_3 - x_1 \cos(\delta_2)}{\sin(\delta_2)}$$

И, вычитая их друг из друга, получим

$$x_1 \sin(\delta_1 - \delta_2) + x_2 \sin(\delta_1) - x_3 \sin(\delta_2) = 0, \quad (21)$$

В векторном виде

$$\begin{cases} x_1 \begin{pmatrix} \sin(\delta_1 - \delta_2) \\ \sin(\delta_2) \\ -\sin(\delta_1) \end{pmatrix} \\ y_1 \begin{pmatrix} \sin(\delta_1 - \delta_2) \\ \sin(\delta_2) \\ -\sin(\delta_1) \end{pmatrix} \end{cases} = 0. \quad (22)$$

Исключаем из выражения (22) член $\sin(\delta_1 - \delta_2)$

$$\left(\frac{x_2}{x_1} - \frac{y_2}{y_1}\right) \sin(\delta_2) - \left(\frac{x_3}{x_1} - \frac{y_3}{y_1}\right) \sin(\delta_1) = 0, \quad (23)$$

В результате получим

$$s_{21} = \frac{\sin(\delta_2)}{\sin(\delta_1)} = \frac{x_1y_3 - x_3y_1}{x_1y_2 - x_2y_1}, \quad (24a)$$

Аналогично можно получить

$$s_{31} = \frac{x_1y_4 - x_4y_1}{x_1y_2 - x_2y_1}, \quad (24b)$$

$$s_{41} = \frac{x_1y_5 - x_5y_1}{x_1y_2 - x_2y_1}. \quad (24c)$$

Из (18) следует

$$\sin(\delta_1 - \delta_2) B_1 \sin(\phi_1) +$$

$$+x_1 \cos(\delta_2) - x_3 \cos(\delta_1) = 0, \quad (24)$$

$$\sin(\delta_1 - \delta_2) B_2 \sin(\phi_2) + \\ +y_1 \cos(\delta_2) - y_3 \cos(\delta_1) = 0. \quad (25)$$

Из выражений (24), (25) найдем соотношение первого и второго косинусов углов фазовых сдвигов

$$\sin(\delta_1 - \delta_2) \frac{x_2 - x_1 \cos(\delta_1)}{\sin(\delta_1)} + \\ +x_1 \cos(\delta_2) - x_3 \cos(\delta_1) = 0. \quad (26)$$

Раскрывая выражение (26), получим

$$\cos(\delta_1) s_{21} - \cos(\delta_2) - s_{21} \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_3}{x_1} = 0, \quad (27)$$

$$\cos(\delta_1) s_{21} - \cos(\delta_2) + b_1 = 0, \quad (28)$$

где $b_1 = s_{21} \frac{x_2}{x_1} - \frac{x_3}{x_1}$.

Если ввести обозначения для $\sin(\delta_1)$ сдвигов как s_i и $\cos(\delta_1)$ как c_i , то выражение (28) можно переписать в виде

$$c_1 s_{21} - c_2 + b_1 = 0 \quad (29)$$

С другой стороны, выражая синус через косинус, получим

$$s_{21} = \frac{s_2}{s_1} = \frac{\pm \sqrt{1 - c_2^2}}{\pm \sqrt{1 - c_1^2}}, \quad (29a)$$

Возводя в квадрат выражение (29a) и приравнявая правую и левую части, получим

$$\frac{1 - c_2^2}{1 - c_1^2} - s_{21}^2 = 0$$

или

$$c_1^2 s_{21}^2 - c_2^2 - s_{21}^2 + 1 = 0. \quad (30)$$

Из полученного выражения (30) и уравнения (29) получаем систему уравнений для нахождения косинусов углов сдвига

$$\begin{cases} s_{21} c_1 - c_2 + b_1 = 0 \\ s_{21}^2 c_1^2 - c_2^2 - s_{21}^2 + 1 = 0 \end{cases} \quad (31)$$

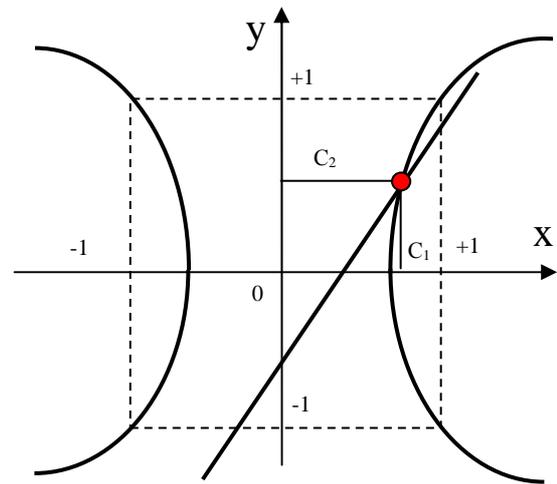


Рис. 6. Решение системы уравнений (31)

Решаем систему уравнений (31), выражая косинус второго угла фазового сдвига из первого уравнения системы $c_1 = \frac{c_2 + b_1}{s_{21}}$ и подставляя его

во второе уравнение, получим

$$(c_2 + b_1)^2 - (c_2^2 + s_{21}^2) + 1 = 0. \quad (32)$$

Графически решение системы уравнений (31) может быть представлено как пересечение гиперболы $s_{21}^2 c_1^2 - c_2^2 - s_{21}^2 + 1 = 0$ с прямой $s_{21} c_1 - c_2 + b_1 = 0$ (Рис.6).

Штриховой линией показана область допустимых решений $|c_1| \leq 1$ и $|c_2| \leq 1$. Уравнение имеет единственное решение, удовлетворяющее данному условию

$$c_1 = \frac{c_2 + b_1}{s_{21}}, \quad c_2 = \frac{s_{21}^2 - b_1 - 1}{2b_1} \quad (33)$$

Аналогично можно найти косинусы остальных углов фазовых сдвигов.

Синусы углов фазовых сдвигов находим следующим образом:

- Выражаем синус первого угла фазового сдвига через значение его косинуса $s_1 = \pm \sqrt{1 - c_1^2}$. Знак перед корнем выбирается равным знаку выражения $X_1 Y_2 - X_2 Y_1$.

- Остальные значения синусов углов фазовых сдвигов для согласования их знаков находим, подставляя найденное значение первого угла фазового сдвига в ранее найденные отношения синусов

$$s_2 = s_{21} s_1; \quad s_3 = s_{31} s_1; \quad s_4 = s_{41} s_1. \quad (34)$$

Определив значения фазовых сдвигов, можно определить исходные фазовые разности используя уравнение расшифровки (2).

IV. ВЫВОДЫ

В статье описан алгоритм расшифровки интерференционных картин, основанный на определении действительных значений фазового сдвига.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки по проекту «Исследование предельных точностей оптических методов измерения параметров движения и мехатронных методов управления движением и разработка новых робототехнических и электромеханических систем», Темплан, проект № 7.559.2011, НИР № 01201255056.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Hariharan P., Oreb V.F., Brown N. Digital phase-measurement system for real-time holographic interferometry // Optics Communication.- Vol.41.- №6.-1982.- pp.393-398

[2] Wyant J.C., Creath K. Recent advances in interferometric optical testing // Laser Focus.- 1985. - pp.118-132.

[3] Wyant J.C. Interferometric optical metrology: basic system and principles // Laser Focus.- 1982.- pp.65-67.

[4] Creath K. Phase-shifting speckle interferometry // Applied Optics. 1985. V.24. P.3053-3058.

[5] E.Greivenkamp and J.H.Bruning, "Phase shifting interferometry," in Optical Shop Testing, Ed. by D.Malacara (Wiley, New York, 1992), Chapter 14, pp. 501-598.

[6] P. de Groot. Phase-shift calibration errors in interferometers with spherical Fizeau cavities // Applied Optics.-1994.-V.34.-No.16.-pp.2856-2863.

[7] P. de Groot. 101-frame algorithm for phase shifting interferometry. EUROPTO, 1997, Preprint 3098-33.

[8] J. Millerd, N. Brock, J. Hayes, et al., "Modern Approaches in Phase Measuring Metrology," Proc. SPIE. 5856, 14-22 (2004).

[9] P. Gao, B. Yao, N. Lindlein, et al., "Phase-Shift Extraction for Generalized Phase-Shifting Interferometry," Opt.Lett., 2009, 34 (22), 3553-3555.

[10] Гужов В.И., Ильиных С.П., Хайдуков Д.С., Вагизов А.Р. / Универсальный алгоритм расшифровки. // Научный вестник НГТУ. - 2010. - №4(41) - С. 51-58.

[11] Гужов В.И., Ильиных С.П., Хайдуков Д.С., Вагизов А.Р. / Устранение ошибок фазового сдвига в интерферометрии // Автометрия. - 2011. - Т. 47, №1.-С. 96-101.

[12] V.I. Guzhov, S. P. Il'yinykh, D. S. Khaidukov and A. R. Vagizov Eliminating phase-shift errors in interferometry // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing.-2011., Vol.47, Nu.1.- pp. 76-80

[13] Гужов В.И., Солодкин Ю.Н. Анализ точности определения полной разности фаз в целочисленных интерферометрах // Автометрия.-1992.-№6.-С.24-30.

[14] Schmit J., Creath K. Extended averaging technique for derivation of error-compensating algorithms in phase-shifting interferometry. //Applied Optics.-1995.-V.34.- No.19.-pp.3610-3619.



Гужов Владимир Иванович - декан факультета Автоматики и вычислительной техники в Новосибирского Государственного Технического университета, профессор, доктор технических наук. Он является автором 120 научных работ, в том числе является обладателем 4 патентов. Область научных интересов: программные системы, высокоточные измерения. E-mail: vig@nstu.edu.ru



Ильиных Сергей Петрович - доцент кафедры «Вычислительная техника» в НГТУ, доцент, кандидат технических наук, автор более 100 научных статей, в том числе, 4 патента и 1 учебник высшей школы. Область научных интересов и компетенций – лазерные измерительные системы, обработка изображений. E-mail: isp51@yandex.ru



Хайдуков Дмитрий Сергеевич - аспирант Новосибирского Государственного Технического университета.



Кузнецов Роман Александрович - аспирант Новосибирского Государственного Технического университета.