НАУЧНЫЙ ПОИСК

в современном мире

Часть 2

Материалы V Международной
научно-практической конференции
г. Махачкала, 31 января 2014 г.

НАУЧНЫЙ ПОИСК В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

Материалы
5-й международной научно-практической конференции
(г. Махачкала, 31 января, 2014г.)

Часть 2

Махачкала, 2014г.

Заруев Максим Андреевич,
студент.

Ильиных Сергей Петрович,
кандидат технических наук, доцент
Филиал негосударственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский институт предпринимательства и права», г. Новосибирск

Гужов Владимир Иванович,
доктор технических наук, профессор,
Новосибирский государственный технический университет

РАСШИФРОВКА ИНТЕРФЕРОГРАММ НА ОСНОВЕ ТРАЕКТОРНОГО АНАЛИЗА ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ФАЗОВЫХ СДВИГАХ

Аннотация: *В статье рассматривается алгоритм расшифровки интерферограмм, не требующий априорного знания величины вносимых фазовых сдвигов.*
Ключевые слова: *интерферограмма, фазовый сдвиг, коррекция*

Уравнение, описывающее интенсивность интерференционных полос в методе фазовых сдвигов, можно представить в следующем виде [1]

$$I(x,y) = I_0(x,y)\left[1 + V(x,y)\cos(\phi(x,y) + \delta_i)\right], \qquad (1)$$

где i=1,2, ... , m, m - число фазовых сдвигов и δ_1=0.

В векторной форме уравнение (1) можно представить как

$$\vec{I} = \vec{A} + (AV\cos\varphi)\vec{C} + (AV\sin\varphi)\vec{S}, \qquad (2)$$

где $\vec{I}$ - набор измеренных интенсивностей с различными фазовыми сдвигами δ_i в каждой точке интерферограммы, $\vec{A} = A(1,1,\ldots 1,1)^T$, $\vec{C} = (\cos\delta_0,\ldots,\cos\delta_n)^T$, $\vec{S} = (\sin\delta_0,\ldots,\sin\delta_n)^T$, размерность векторов определяется числом фазовых сдвигов δ_n.

Для выделения квадратурных составляющих $\sin\phi$ и $\cos\phi$ воспользуемся следующими соотношениями [2]

$$\sin\varphi = \frac{1}{AV}\cdot\frac{\vec{I}\cdot\vec{C}^{\perp}}{\vec{S}\cdot\vec{C}^{\perp}} \text{ и } \cos\varphi = \frac{1}{AV}\cdot\frac{\vec{I}\cdot\vec{S}^{\perp}}{\vec{C}\cdot\vec{S}^{\perp}}, \qquad (3)$$

где $\vec{S}^{\perp}$ и $\vec{C}^{\perp}$ вектора, ортогональные векторам $\vec{S}^{\perp}$ и $\vec{C}^{\perp}$ соответственно.

Тогда уравнение расшифровки в векторной форме

$$tg\varphi = \frac{\vec{I}\cdot\vec{C}^{\perp}}{\vec{I}\cdot\vec{S}^{\perp}} \text{ или } \varphi = \frac{\vec{I}^{\perp}\cdot\vec{C}}{\vec{I}^{\perp}\cdot\vec{S}}, \qquad (4)$$

где $\vec{I}^{\perp}$ вектор, ортогональный вектору $\vec{I}$.

При изменении фазы φ по полю интерферограммы в случае постоянства контраста интерференционных полос V и средней яркости интерферограммы A и точном задании фазовых сдвигов δ точка на комплексной плоскости будет описывать круговую траекторию описываемую выражением (см. рисунок 1).

$$\left(\vec{I}^{\perp}\cdot\vec{S}\right)^2 + \left(\vec{I}^{\perp}\cdot\vec{C}\right)^2 = \left(\frac{AV}{\vec{S}^{\perp}\cdot\vec{C}}\right)^2. \quad \text{или} \quad X^2 + Y^2 = R^2 \qquad (5)$$

В случае, когда фазовые сдвиги определены неточно вектора фазовых сдвигов $\tilde{S}$ и $\tilde{C}$, с учетом тригонометрических формул $\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$ и $\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$, примут следующий вид

$$\tilde{\tilde{S}}=\vec{S}\otimes\Delta\vec{C}+\vec{C}\otimes\Delta\vec{S} \text{ и } \tilde{\tilde{C}}=\vec{C}\otimes\Delta\vec{C}-\vec{S}\otimes\Delta\vec{S}. \tag{6}$$

Подставляя $\tilde{\tilde{S}}$ и $\tilde{\tilde{C}}$ в выражение (5) получим.

$$\left[\vec{I}^{\perp}\cdot\left(\vec{S}\otimes\Delta\vec{C}+\vec{C}\otimes\Delta\vec{S}\right)\right]^2+\left[\vec{I}^{\perp}\cdot\left(\vec{C}\otimes\Delta\vec{C}-\vec{S}\otimes\Delta\vec{S}\right)\right]^2==\left[\frac{AV}{\left(\vec{C}\otimes\Delta\vec{C}-\vec{S}\otimes\Delta\vec{S}\right)^{\perp}\cdot\left(\vec{S}\otimes\Delta\vec{C}+\vec{C}\otimes\Delta\vec{S}\right)}\right]^2, \tag{7}$$

где оператор $\otimes$ - кронекеровское (поэлементное) произведение векторов.

Используя обозначения принятые в формуле (5) получим

$$\left(\vec{X}\otimes\Delta\vec{C}+\vec{Y}\otimes\Delta\vec{S}\right)^2+\left(\vec{Y}\otimes\Delta\vec{C}-\vec{X}\otimes\Delta\vec{S}\right)^2=\tilde{R}^2, \tag{8}$$

здесь $\tilde{R}=\left[\frac{AV}{\left(\vec{C}\otimes\Delta\vec{C}-\vec{S}\otimes\Delta\vec{S}\right)^{\perp}\cdot\left(\vec{S}\otimes\Delta\vec{C}+\vec{C}\otimes\Delta\vec{S}\right)}\right]$.

Преобразуем уравнение (7) в уравнение общего вида

$$\left(\vec{X}\otimes\Delta\vec{S}\right)^2+\left(\vec{X}\otimes\Delta\vec{C}\right)^2+\left(\vec{Y}\otimes\Delta\vec{S}\right)^2+\left(\vec{Y}\otimes\Delta\vec{C}\right)^2+2\left(\vec{X}\otimes\Delta\vec{C}\right)\left(\vec{Y}\otimes\Delta\vec{S}\right)-2\left(\vec{Y}\otimes\Delta\vec{C}\right)\left(\vec{X}\otimes\Delta\vec{S}\right)-\tilde{R}^2=0. \tag{9}$$

Из уравнения (9) следует, что траектория (7) представляет собой эллипс. На рисунке 1 показано, что при искажении траектории возникает ошибка определения фазы $\delta\varphi=\varphi-\tilde{\varphi}$.

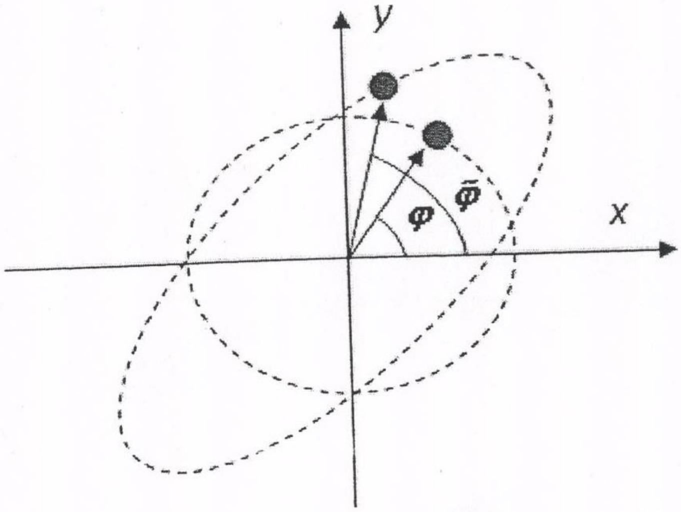

Рис. 1. *Траектория интерференционных сигналов при неточном задании фазовых сдвигов.*

Преобразуя эллиптическую траекторию в круговую можно устранить данную ошибку.

Для определения характеристик траектории необходимо определить коэффициенты уравнения аппроксимирующей кривой

$$a_{11}x^2+a_{22}y^2+2a_{12}xy+2a_{13}x+2a_{23}y+a_{33}=0, \tag{10}$$

Для нахождения коэффициентов выражения (10), учитывая избыточность исходных данных, целесообразно использовать метод наименьших квадратов.

Чтобы преобразовать траекторию к виду круговой траектории необходимо выполнить следующие преобразования траектории:

а) задать произвольные фазовые сдвиги и рассчитать числитель и знаменатель формулы (4) $x = \vec{I} \cdot \vec{C}^{\perp}$ и $y = \vec{I}^{\perp} \cdot \vec{S}$.

а) привести центр эллипса к началу координат

$x1 = x - x0$, $y1 = y - y0$; (11)

б) развернуть эллипс параллельно одной из координатных осей.

$$\begin{bmatrix} x2 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega \\ -\sin\Omega & \cos\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Угол поворота Ω определяется по формуле:

$$tg\Omega = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}} \quad (13)$$

в) растяжение эллипса до круга. Коэффициент растяжения γ определяется из канонического уравнения эллипса, выраженного через его инварианты

$$\lambda_0 x^2 + \lambda_1 y^2 + \frac{I_3}{I_2} = 0, \quad (14)$$

где λ_0 и λ_1 - корни характеристического уравнения $\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0$

из уравнения (14) видно, что отношение корней характеристического уравнения равно отношению диаметров эллипса

$$\gamma = \sqrt{\frac{\lambda_0}{\lambda_1}}, \quad (15)$$

Растяжение эллипса производится по формуле $\tilde{y} = \gamma \cdot y$.

г) развернуть полученную окружность в первоначальное состояние на угол $-\Omega$.

Заключение. Реализован эффективный метод расшифровки интерференционных картин, полученных методом пошагового фазового сдвига, который не требует априорного знания величины фазовых сдвигов.

Список литературы:

1. *Гужов В.И., Ильиных С.П. Компьютерная интерферометрия, НГТУ, Новосибирск, 2004. 242с.*
2. Opt. Eng. *52(3), 030501 (Feb 21, 2013). doi:10.1117/1.OE.52.3.030501*