

В. И. Гужов, Д. А. Турунтаев  
(Новосибирск)

**ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
ДЛЯ РАСШИФРОВКИ СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОГРАММ\***

Рассмотрено применение вейвлет-преобразования для расшифровки спекл-интерферограмм. Расшифровка проведена с помощью фильтрации вейвлет-спектра исследуемого сигнала.

Интегральное преобразование Фурье и ряды Фурье являются широко распространенным математическим аппаратом для физической интерпретации экспериментов, преобразовывающих различные пространственно-временные процессы в оптический сигнал, представленный в виде фазомодулированных периодических картин.

Интенсивность интерференционной картины можно представить в виде

$$I(x, y) = A_p^2 + A_r^2 + 2A_p A_r \cos(\varphi_p - \varphi_r), \quad (1)$$

где  $\varphi_p - \varphi_r$  — разность фаз между объектной и опорной волнами;  $A_p$  и  $A_r$  — модули напряженности объектного и опорного полей.

Известно достаточно много работ, посвященных расшифровке интерференционных картин способом спектрального разделения [1–3].

Однако эти методы не всегда являются достаточно эффективными. Преобразование Фурье, например, не отличает сигналы, представляющие сумму двух синусоид с разными частотами, от сигнала, состоящего из тех же синусоид, включающихся последовательно одна за другой.

Элементом базиса вейвлет-преобразования является хорошо локализованная солитоноподобная функция, обладающая свойством автомодельности при масштабных преобразованиях. Поэтому вейвлет-преобразование позволяет, например, легко разделить структуры, образованные суперпозицией синусоид с различными частотами.

Спекл-интерферометрия основана на физическом явлении, которое в литературе называется спекл-картиной, или зернистой картиной. При подсветке лазерным лучом объектов с диффузной поверхностью освещенная плоскость не выглядит равномерно-яркой. Изображение объекта состоит из отдельных ярких пятен — спеклов. Подобный эффект возникает также при получении изображений с помощью когерентных радиоволн или акустических волн.

\* Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-2а-16702).

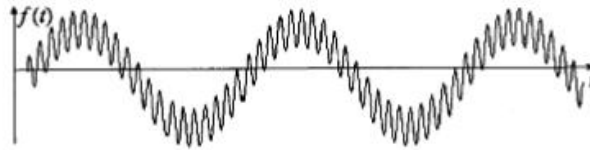


Рис. 1. Сумма двух синусоид ( $0 \leq t < 512$ )

Спекл-интерференционная картина образуется при суперпозиции спектрограмм объекта в нагруженном и ненагруженном состоянии. Интенсивность спекл-интерференционной картины можно представить как [4]

$$I_s = N - N \cos(\Psi) = N(1 - \cos(\Psi)), \tag{2}$$

где  $N = 8A_p^2 A_r^2 \sin(\varphi_p - \varphi_r + \Psi(x, y)/2)$ . В отличие от классической интерферограммы (1) картина полос модулируется спекл-структурой, возникающей в результате прохождения высокочастотных составляющих сигнала через оптическую систему с ограничивающей апертурой. Распределение яркости в картине корреляционных полос описывается выражением (2), где  $N$  отвечает за распределение спеклов. Амплитуда  $A_p$  и фаза  $\varphi_p$  (в случае диффузной поверхности), а также, возможно,  $A_r$  и  $\varphi_r$  (для диффузного опорного пучка) определяют форму и размер спеклов в плоскости изображения.

Ниже рассмотрены результаты применения вейвлет-преобразования к спекл-интерференционным картинам. Одномерное вейвлет-преобразование сигнала  $f(t)$  имеет следующий вид:

$$W_\Psi(a, b) = \sum_{x=0}^{N-1} f(t) \Psi_{ab}(t) dt, \tag{3}$$

где  $a$  – масштабный коэффициент ( $a > 0$ );  $b - 0 \leq b \leq N - 1$ ;  $0 \leq t \leq N - 1$ ;

$$\Psi_{ab}(t) = |a|^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{4}$$

– вейвлет-функция. Выбор этой функции определяется рядом условий [5]. Обратное преобразование имеет вид

$$f(t) = C_\Psi^{-1} \sum_{a=1}^{N-1} \sum_{b=0}^{N-1} W_\Psi(a, b) \Psi_{ab}(t) / a^2, \tag{5}$$

где  $C_\Psi^{-1}$  – нормирующий коэффициент:  $C_\Psi = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{\Psi}(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty$ .

На рис. 1 показан сигнал, представляющий собой сумму синусоид с заметно отличающимися частотами. В качестве вейвлета была выбрана функция МНАТ («мексиканская шляпа»):

$$\Psi_{ab}(t) = \exp\left(-\frac{((t-b)/a)^2}{2}\right) \left(1 - 2\left(\frac{t-b}{2}\right)^2\right). \tag{6}$$

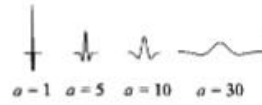


Рис. 2. МНАТ-вейвлет при различных масштабах

На рис. 2 показаны графики этой функции при различных значениях масштабного множителя  $a$ . На рис. 3 приведены значения коэффициентов вейвлет-преобразования.

Легко различаются многочисленные периодически повторяющиеся детали в верхней части рис. 3 (при малых значениях масштаба  $a$ ), являющиеся результатом резонанса высокочастотной составляющей сигнала с мелкомасштабными вейвлетами, а также три светлые и две темные области (положительные и отрицательные значения  $W_\psi(a, b)$  соответственно), являющиеся результатом сильной корреляции между крупномасштабными вейвлетами и низкочастотной составляющей сигнала, представленной всего двумя с половиной периодами.

На рис. 4 показана типичная корреляционная спекл-интерферограмма диффузного объекта, а на рис. 5 – ее сечение по указанной строке. Коэффициенты вейвлет-преобразования по данному сечению приведены на рис. 6.

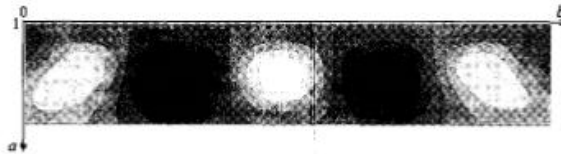


Рис. 3. Коэффициенты вейвлет-преобразования сигнала, показанного на рис. 1.

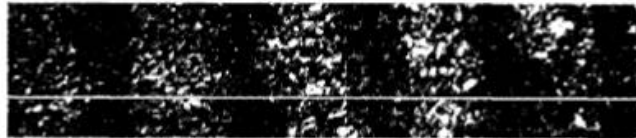


Рис. 4. Корреляционная спекл-интерферограмма

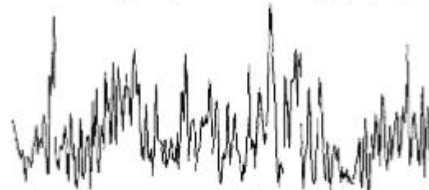


Рис. 5. График интенсивности по горизонтальному сечению

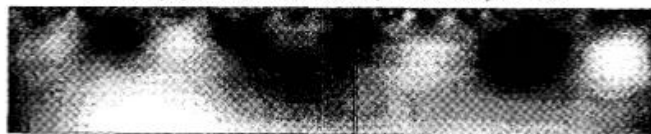
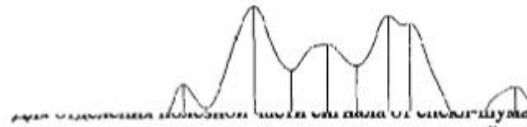


Рис. 6. Коэффициенты вейвлет-преобразования



ра вырезали высокие частоты, находящиеся в верхней части картины коэффициентов, и производили обратное вейвлет-преобразование. График восстановленного сигнала приведен на рис. 7, вертикальные линии – выделенные середины полос; центры этих полос хорошо согласуются со спекл-интерференционной картиной (см. рис. 4).

Таким образом, вейвлет-преобразование позволяет эффективно выделить полезный сигнал из корреляционной спекл-интерферограммы. В случае более сложной картины полос необходимо применять двумерное вейвлет-преобразование.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Takeda M., Ina H., Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer based topography and interferometry // *JOSA*. 1982. 72, N 1. P. 156.
2. Гужов В. И., Подьяков А. Е., Солдкни Ю. Н., Штейнгольц Э. И. Восстановление фазы волнового фронта на основе одномерного преобразования Фурье // *Автометрия*. 1992. № 6. С. 21.
3. Сарнацкий В. Н. Метод трехканальной цифровой комплексной фильтрации для обработки фазомодулированных изображений // *Автометрия*. 1999. № 5. С. 62.
4. Астафьева Н. М. // *УФН*. 1996. 166, № 11. С. 1146.

Новосибирский государственный  
технический университет,  
E-mail: vig@ref.nstu.ru

Поступило в редакцию  
8 сентября 2000 г.