

# Восстановление Фазовой Информации из Цифровых Голограмм при Малых Углах Интерференции

В.И. Гужов, С.П. Ильиных

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

**Аннотация** – В статье предложен метод восстановления цифровых голограмм с малыми углами между интерферирующими волновыми полями. Предлагаемый подход основан на комбинации методов цифровой голографии и метода пошаговых фазовых сдвигов и позволяет получать не только амплитудную, но и фазовую информацию об измеряемом объекте.

**Ключевые слова** – Цифровая голограмма, фазовый сдвиг, амплитуда, фаза.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Голограммы образуются в результате интерференции объектного пучка, отраженного от изучаемого объекта и опорной волны. От классических интерференционных картин они отличаются тем, что объектный пучок отражается от объектов с диффузной поверхностью. В этом случае, на расстоянии от объекта до плоскости регистрации с объектной волной происходит некоторое преобразование, которое при некоторых приближениях может быть описано преобразованием Френеля или Фурье.

В оригинальной оптической схеме Габора [1], в которой моделировались результаты интерференции электронных пучков, опорная и объектная волны расположены вдоль оси, нормальной к фотографической пластинке. При восстановлении это приводит к наложению 0 и  $\pm 1$  порядков дифракции. Выделить из голограмм исходное распределение объектной волны не удавалось. Нулевой пучок является помехой в восстановленном сигнале,  $\pm 1$  порядки дифракции образуют мнимое и действительное изображение объекта.

Широкое распространение голография получила при использовании внеосевой схемы записи, предложенной Э. Лейтом и Ю. Упатниексом [2]. Во внеосевой схеме опорный и объектные пучки интерферируют под некоторым углом  $\theta$ . Чем больше этот угол, тем больше разделение 0 и  $\pm 1$  порядков дифракции, и тем более качественное изображение объекта можно получить. В голографии обычно используются углы порядка 30 градусов. Использование больших углов между интерферирующими пучками является основным недостатком, который не позволил обеспечить широкое внедрение голографических систем. Это связано с высокими

требованиями к разрешению материалов при записи голограмм.

Рассмотрим интерференцию плоских волн. Расстояние между пиками интерференционных полос можно найти из выражения

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)}. \quad (1)$$

В этом случае при  $\theta = 30^\circ$  и  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$  -  $\Delta x \approx 1 \text{ мкм}$ . По теореме Уиттекерра-Котельникова-Шеннона (УКШ) необходимо не менее двух точек на период полосы, т.е. разрешение материала должно обеспечивать не менее 0,5 мкм или 2000 линий на мм только для регистрации несущей частоты.

Методы цифровой голографии основаны на регистрации голограммы на матрице фотоприемников и дальнейшей расшифровке с помощью компьютерных систем. Р. Лоренц и Д. Гудман впервые предложили цифровой метод восстановления еще в 1967 году [3]. Большой вклад в область применения цифровой голографии внесли Л. Ярославский и Н. Мерзляков. В своей книге [4] они дают подробную теоретическую основу преобразования, представления оптических волновых полей, а также описывают алгоритмы их обработки, основанные на дискретном преобразовании Фурье. Их идеи были развиты Л. Онуралом и П. Скоттом и перенесены на область измерения частиц в 1987 году [5].

Цифровые матрицы, используемые в цифровой голографии, не могут на текущий момент обеспечить столь высокое пространственное разрешение. Поэтому при цифровом голографическом восстановлении приходится уменьшать угол между интерферирующими волновыми полями.

Для малых углов выражение (1) примет вид  $\Delta x \approx \frac{\lambda}{\theta}$ .

Из этого выражения мы можем определить максимальный угол между интерферирующими волнами, при котором несущая частота может быть разрешена (с учетом теоремы УКШ). Это возможно при угле равном  $\theta_{\max} = \frac{\lambda}{2\Delta x}$ .

Например, при размере пиксела  $\Delta x = 5$  мкм максимальный угол интерференции может быть  $\theta_{\max} \approx 3.4^0$  при длине волны  $\lambda = 0.6$  мкм. Использование небольших углов неизбежно приводит к перекрытию спектров в разных дифракционных порядках, что приводит к искажению фазовой информации необходимой для создания высокоточных измерительных систем.

Целью данной работы является исследование методов повышения точности восстановления фазового профиля волнового фронта на основе методов пошагового фазового сдвига при небольших углах между интерферирующими пучками.

## II. РАСШИФРОВКА ЦИФРОВЫХ ГОЛОГРАММ МЕТОДОМ ПОШАГОВОГО ФАЗОВОГО СДВИГА

Методы пошагового фазового сдвига (phase sampling, phase shifting interferometry - PSI) получили широкое распространение при получении и расшифровке классических интерференционных картин. Это вызвано простотой задания отдельных значений фазового сдвига, достаточно простыми алгоритмами и высокой точностью расшифровки. Метод пошагового фазового сдвига основан на регистрации нескольких интерференционных картин при изменении фазы опорной волны на известные значения. Фазовый сдвиг между интерферирующими пучками может быть реализован различными способами. Наиболее просто фазовый сдвиг задавать перемещением зеркала, закрепленного на пьезоэлементах.

В зависимости от числа фазовых сдвигов существуют различные алгоритмы расшифровки. В [7-9] нами получена обобщенная схема алгоритма для различного числа сдвигов. Если мы можем зарегистрировать  $m$  интерференционных картин с фазовыми сдвигами  $\delta_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ), где  $m$  – число фазовых сдвигов,  $\delta_0 = 0$ :

$$I_i(x, y) = A_p^2(x, y) + A_r^2(x, y) + 2A_p(x, y)A_r(x, y)\cos(\varphi_p(x, y) - \varphi_r(x, y) + \delta_i). \quad (2)$$

Это выражение может быть представлено в виде

$$I_i(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\cos(\phi(x, y) + \delta_i). \quad (3)$$

Фазовая разность  $\phi(x, y) = \varphi_p(x, y) - \varphi_r(x, y)$  между опорным и объектным пучками может быть определена как

$$\phi = \arctan\left(\frac{\bar{I}^\perp \cdot \bar{C}}{\bar{I}^\perp \cdot \bar{S}}\right), \quad (4)$$

где  $\bar{C} = (\cos \delta_0, \dots, \cos \delta_{m-1})^T$ ,  $\bar{S} = (\sin \delta_0, \dots, \sin \delta_{m-1})^T$ , а  $\bar{I}^\perp$  – ортогональный вектор, такой, что  $(\bar{I} \cdot \bar{I}^\perp) = 0$ .

Ортогональный вектор можно найти с помощью матричного уравнения:

$$\bar{I}^\perp = M \cdot \bar{I} \quad (5)$$

При  $m$  измерениях матрица  $M$  будет иметь вид

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \end{bmatrix}_{m \times m}. \quad (6)$$

Зная разность фаз и фазу опорной волны  $\varphi_r(x, y)$  можно определить и исходное фазовое распределение  $\varphi_p(x, y)$ .

В отличие от классической интерферометрии, где основной задачей расшифровки является получение разности фаз интерферирующих пучков, нам нужно также определить фазу и амплитуду исходной волны. Наиболее просто это можно сделать, если в качестве опорного пучка использовать плоскую волну с постоянной амплитудой. В этом  $B(x, y) = 2A_p(x, y)A_r(x, y)$  и эту величину можно определить как

$$B = \frac{1}{|\bar{S} \cdot \bar{C}^\perp|} \sqrt{(\bar{I} \cdot \bar{S}^\perp)^2 + (\bar{I} \cdot \bar{C}^\perp)^2}, \quad (7)$$

Если знать значение амплитуды опорного поля  $A_r(x, y)$ , то зная  $B(x, y)$  можно определить и  $A_p(x, y)$ . Таким образом можно определить амплитуду  $A_p(x, y)$  и фазу  $\varphi_p(x, y)$  исходного волнового фронта в плоскости голограммы.

Для восстановления исходного волнового фронта можно воспользоваться преобразованием Френеля или Фурье, с помощью которого можно восстановить точную копию исходной волны, отраженной от объекта.

## III. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД

Большая часть информации об объекте заключена в фазе. Рассмотрим, как происходит восстановление фазовых объектов при небольших углах сдвига.

Плоскость  $(\eta, \xi)$  – плоскость формирования голограммы. Для пересчета в плоскость голограммы в зависимости от расстояния  $d$  необходимо сделать преобразование Френеля или Фурье. Для формирования голограммы необходимо добавить опорный волновой фронт.

$$U_r(i, j) = a_r \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sin \theta_x \cdot \frac{X_{\max}}{N_x} i + \sin \theta_y \cdot \frac{Y_{\max}}{N_y} j\right)\right), \quad (8)$$

где  $X_{\max} \times Y_{\max} = 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм}$ , углы наклона с нормалью к регистрирующей плоскости:  $\theta_x = 0.9^\circ$ ,  $\theta_y = 0.9^\circ$ . Амплитуда суммы двух волновых фронтов – пропорциональна интенсивности и может рассматриваться как голограмма.

Плоскость  $(x', y')$  – плоскость наблюдения. Для получения изображения объекта производится преобразование Френеля или Фурье над голограммой в зависимости от расстояния  $d'$ . В плоскости изображения мы можем опреде-

лить как амплитуду, так и фазу исходного объекта. К сожалению, фазовая информация при небольших углах опорного пучка сильно искажается. Методы, основанные на фильтрации [6], дают хорошие результаты при восстановлении амплитуды, но фазовая информация практически не улучшается.

Мы предлагаем новый метод, основанный на пошаговом фазовом сдвиге.

Возьмем тоже распределение комплексных амплитуд. В плоскости формирования голограммы добавим опорный фронт с известным фазовым сдвигом.

$$U_i(i, j) = a_r \exp \left( i \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta_x \cdot \frac{X_{\max}}{N_x} i + \sin \theta_y \cdot \frac{Y_{\max}}{N_y} j) + \delta_i \right] \right), \quad (9)$$

где  $\delta_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ) – известные фазовые сдвиги,  $m$  – число фазовых сдвигов. Пусть  $m = 4$ . Тогда мы можем сформировать 4 голограммы. По алгоритму, изложенному в предыдущем пункте, мы формируем фазу и амплитуду комплексного поля объектной волны. В плоскости наблюдения получим распределение восстановленных фаз. Фазовое распределение имеет наклон, вызванный наклоном пучка при образовании голограмм, поскольку фазовая разность равна  $\phi(x, y) = \varphi_p(x, y) - \varphi_r(x, y)$ . Наклон будет отсутствовать при нулевом угле. Поскольку  $\varphi_r(x, y) = 0$ , то фазовая разность равна  $\phi(x, y) = \varphi_p(x, y)$ .

Убрать влияние наклона можно двумя способами. Вычесть известные значения фазового распределения опорного поля в плоскости голограммы или умножить искусственно сформированный волновой фронт в плоскости голограммы на волну соответствующую опорной. В этом случае искажения волнового фронта устраняются.

#### IV. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый способ расшифровки голограмм фазовых объектов на основе пошагового фазового сдвига. В отличие от существующих методов, описанных в литературе [10], для расшифровки используется не только восстановленная по методу PSI фаза, но и амплитуда. Приведен алгоритм определения амплитудного распределения опорной волны.

Данный метод хорошо работает при небольшом угле между интерферирующими волнами и центральном опорном пучке (голограммы Габора), что позволяет использовать цифровые матрицы, имеющие небольшое пространственное разрешение, при регистрации голограмм.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований «Разработка методов сверхразрешения в цифровой голографической интерферометрии» (Грант № 16-08-00565).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] De Groot P. "101-frame algorithm for phase shifting interferometry," // Proc. SPIE. 1997. 3098. P. 283–292.
- [2] V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, R.A. Kuznetsov, D.S. Haydukov, "Generic algorithm of phase reconstruction in phase-shifting interferometry," Opt. Eng. 2013, 52(3):030501.
- [3] S. Suriyasirikun, S.T. Khlayboonme, W. Thowladda, "Phase-Shifting Interferometry for Surface Roughness Measurement on Glass Substrates", Advanced Materials Research, Vol. 979, pp. 463-466, 2014.
- [4] V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, I.A. Sazhin, E.N. Denezhkin, E.S. Kabak, and D. S. Khaidukov, "Quasiheterodyne method of interference measurements,"

Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. - 2015. - Vol. 51, iss. 3. - P. 280-286.

- [5] Wengierow, M., Salbut, L., Ramotowski, Z., Szumski, R., Szykiedans, K. Measurement System Based on MultiWavelength Interferometry for Long Gauge Block Calibration Metrology and Measurement Systems. - 2013. - Volume XX, Issue 3, p. 479–49.
- [6] V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D.S. Haidukov, R.A. Kuznetsov, "Estimation of validity of optical measurements," Proceedings of APEIE 2012. 11-th International Conference on actual problem electronics instrument engineering. vol. I, 2012, pp. 146–149.
- [7] V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D.S. Khaidukov and A.R. Vagizov, "Eliminating phase-shift errors in interferometry," Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. -2011., vol. 47, Nu.1, pp. 76-80.
- [8] V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, D.S. Haidukov, R.A. Kuznetsov, "Method of an Assessment of Reliability of High-Precision Measurements," Proceedings of APEIE 2012. 11-th International Conference on actual problem electronics instrument engineering. vol. I, 2012, pp. 105–106.
- [9] Quiroga JA, Gómez-Pedrero JA, García-Botella A "Algorithm for fringe pattern normalization," Opt Communications, 2001, 197:43.
- [10] J. C. Wyant, "Interferometric optical metrology: basic system and principles," Laser Focus 18(5), 65–67 (1982).
- [11] Servín, Manuel., J. Antonio Quiroga, and J. Moises Padilla. Fringe Pattern Analysis for Optical Metrology: Theory, Algorithms, and Applications. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2014.



Владимир Гужов - профессор кафедры ССОД факультета Автоматики и вычислительной техники в Новосибирского Государственного Технического университета, профессор, доктор технических наук. Он является автором 170 научных работ. Область научных интересов: компьютерная голография, высокоточные измерения.



Сергей Ильиных - доцент кафедры Вычислительная техника Новосибирского Государственного Технического университета, кандидат технических наук, доцент. Он является автором более 100 научных трудов, в том числе 1 учебник НГТУ и 4 патента. Область научных интересов: разработка алгоритмов анализа изображений в оптических измерительных системах.