Метод Пошагового Фазового Сдвига с Использованием Изменения Интенсивности Интерферирующих Пучков

В.И. Гужов, С.П. Ильиных
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

Аннотация **– Рассмотрены теоретические предпосылки к обоснованию нового подхода к получению и анализу интерферограмм. Предлагаемый подход основан на комбинации методов анализа интерферограмм, получаемых с помощью изменения интенсивности интерферирующих пучков и фазового сдвига.**

Ключевые слова **– Интерферограмма, анализ, фазовый сдвиг, амплитуда.**

I. Введение

Анализ интерферограмм важная составная часть цифровых интерференционных, в том числе, голографических измерительных систем. Наибольшее применение получили измерительные системы на основе пошаговых фазовых сдвигов. Существует большое количество различных алгоритмов анализа интерферограмм, использующих различное число фазовых сдвигов, например, [1]-[5]. Данные алгоритмы требуют решения систем трансцедентных уравнений. Авторами статьи предложен обобщенный метод анализа интерферограмм на основе фазовых сдвигов, использующий алгебраический подход. который позволяет достаточно просто получать разрешающие формулы для произвольного числа фазовых сдвигов [2]. Однако эти методы требуют обеспечения постоянства некоторых параметров по всему полю интерферограммы, что не позволяет достигнуть потенциальной точности интерференционных измерений [6]-[8].

II. Постановка задачи

В общем виде уравнение двух интерферирующих волновых полей имеет вид

$$I_i(x,y) = A_p(x,y)^2 + A_r(x,y)^2 + 2A_p(x,y)A_r(x,y)\cos\left(\phi(x,y)+\delta_i(x,y)\right) \quad (1)$$

где $A_r(x,y)$ и $A_p(x,y)$ - интенсивности объектного и опорного интерферирующих волновых полей, а $\phi(x,y)$ разность их фаз и $\delta_i(x,y)$ - вносимый фазовый сдвиг, соответственно. При изменении фазового сдвига получаем серию уравнений. Каждое из уравнений в общем случае имеет 4 неизвестных - $A_p(x,y)$, $A_r(x,y)$, $\phi(x,y) = \varphi_p(x,y) - \varphi_r(x,y)$, $\delta(x,y)$. Введение дополнительных сдвигов не позволяет получить систему взаимно-независимых уравнений, так как число неизвестных всегда больше числа уравнений.

Для уменьшения числа неизвестных накладывают ограничения на постоянство и определенность параметров уравнений: $A(x,y) = const$, $\phi(x,y) = const$ в каждой точке (x,y) для всей серии интерферограмм, фазовый сдвиг $\delta(x,y)$ считается известным и постоянным по всему полю интерферограммы. С учетом изложенного и применяя переобозначение переменных $A_p^2(x,y) + A_r^2(x,y) = A(x,y)$ и $2A_p(x,y)\cdot A_r(x,y) = B(x,y)$ можно получить систему уравнений, в которой число уравнений равно числу неизвестных.

Выражение для i-го уравнения имеет следующий вид

$$I_i(x,y) = A(x,y) + B(x,y)\cos\left(\phi(x,y)+\delta_i\right). \quad (2)$$

В дальнейшем обозначения (x,y) опускаем.

Известно большое количество работ, в которых получают значения неизвестных параметров непосредственно из уравнений (1,2). Такой подход значительно снижает эффективность алгоритмов анализа интерферограмм [9].

Целью данной статьи является устранение указанных ограничений путем введения дополнительных уравнений, которые можно получить, изменяя интенсивность интерферирующих пучков A_p и A_r. Изменить интенсивность пучка можно, например, поместив в него нейтральный фильтр. Обеспечение постоянства изменения интенсивности пучков в их минимальном сечении значительно более простая техническая задача, чем обеспечение постоянства фазового сдвига δ по всему полю интерферограммы.

Предлагаемый подход позволит уменьшить сложность интерференционных измерительных систем и соответственно повысить точность измерений.

III. Теория

A. Модификация основного уравнения интерферометрии

При изменении интенсивности интерферирующих пучков A_p и A_r .для i-того фазового сдвига уравнение (1) можно представить как

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (грант № 16-08-00565).

978-1-5090-4069-8/16/$31.00 ©2016 IEEE

$$\begin{cases} I_i = \left(r_j A_p\right)^2 + \left(n A_r\right)^2 + 2\left(r_j A_p\right)\left(s_j A_r\right)\cos\theta_i, & i \neq 0 \\ I_i = A_p^{\,2} + A_r^{\,2} + 2A_p A_r \cos\theta_i, & i = 0 \end{cases}, \qquad (3).$$

где $r = \begin{bmatrix} k & p \end{bmatrix}^T$ и $s = \begin{bmatrix} k & p \end{bmatrix}^T$ - коэффициенты изменения интенсивности интерферирующих пучков в случае двух фазовых сдвигов.

B. Зависимость средней яркости и амплитуды интерференционных полос от амплитуды пучков

В случае использования уравнений вида (2) параметры A и B зависят от коэффициентов r и s неявно.

Параметр B зависит от r и s пропорционально, т.е.

$$B(r,s) = 2\left(rA_p\right)\left(sA_r\right) = rsB \qquad (4),$$

здесь $B = B(1,1)$.

Зависимость параметра A от коэффициентов r и s имеет более сложный (нелинейный) характер. Рассмотрим возможные варианты:

а) изменяется только опорный пучок

$$A(1,s) = \left(A_p\right)^2 + \left(sA_r\right)^2 = \left[1 + \frac{B^2}{A^2 + B^2}\left(s^2 - 1\right)\right]A, \qquad (5а)$$

здесь $A = A(1,1)$.

б) изменяется только объектный пучок

$$A(r,1) = \left(rA_p\right)^2 + \left(A_r\right)^2 = \left[1 + \frac{A^2}{A^2 + B^2}\left(r^2 - 1\right)\right]A. \qquad (5б)$$

в) изменяются оба пучка

$$A\left(r,s\right) = \left(rA_p\right)^2 + \left(sA_r\right)^2 =$$

$$= \left[1 + \frac{A^2}{A^2 + B^2}\left(r^2 - 1\right) + \frac{B^2}{A^2 + B^2}\left(s^2 - 1\right)\right]A. \qquad (5в)$$

C. Алгоритм расчета амплитуды пучков

Далее для удобства изложения представим систему уравнений (1) в векторном виде [2]:

$$\vec{I} = \vec{A} + (\vec{B} \otimes \vec{C})\cos\phi - (\vec{B} \otimes \vec{S})\sin\phi \qquad (6)$$

здесь $\otimes$ - символ кронекеровского произведения векторов. Например, при трех фазовых сдвигах:

$$\vec{S} = \left[\sin\delta_0, \quad \sin\delta_1, \quad \sin\delta_2\right]^T,$$

$$\vec{C} = \left[\cos\delta_0, \quad \cos\delta_1, \quad \cos\delta_2\right]^T \text{ and } \vec{I} = \left[I_0, \quad I_1, \quad I_2\right]^T.$$

Тогда

$$\vec{I} \cdot \vec{C}^{\perp} = \vec{A} \cdot \vec{C}^{\perp} + (\vec{B} \otimes \vec{C})\vec{C}^{\perp}\cos\phi - (\vec{B} \otimes \vec{S})\vec{C}^{\perp}\sin\phi, \qquad (7а)$$

$$\vec{I} \cdot \vec{S}^{\perp} = \vec{A} \cdot \vec{C}^{\perp} + (\vec{B} \otimes \vec{C})\vec{S}^{\perp}\cos\phi - (\vec{B} \otimes \vec{S})\vec{S}^{\perp}\sin\phi, \qquad (7б)$$

где $\vec{S}^{\perp} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{S}$, $\vec{C}^{\perp} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{C}$.

Отметим, что из свойств скалярного произведения следует

$$\vec{S} \cdot \vec{C}^{\perp} = -\vec{C} \cdot \vec{S}^{\perp} \text{ и } \vec{C} \cdot \vec{C}^{\perp} = \vec{S} \cdot \vec{S}^{\perp} = 0. \qquad (8)$$

Ортогональное преобразование обладает также свойством

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ a \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

где a - произвольная константа.

Рассмотрим случай, когда одновременно изменяются объектный и опорный пучок при произвольных значениях фазы и фазового сдвига (далее индекс j опускаем). Пусть опорный пучок изменяется в m и n раз, а объектный в k и p раз, соответственно. Тогда систему уравнений вида (3) можно представить в следующем виде

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p^{\,2} + A_r^{\,2} \\ \left(kA_p\right)^2 + \left(mA_r\right)^2 \\ \left(pA_p\right)^2 + \left(nA_r\right)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2A_pA_r \\ 2mkA_pA_r \\ 2npA_pA_r \end{bmatrix}\cos\theta. \qquad (10)$$

Найдем вектор $\vec{I}^{\perp}$ ортогональный вектору $\vec{I}$

$$\begin{bmatrix} I_0^{\perp} \\ I_1^{\perp} \\ I_2^{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p^{\,2} + A_r^{\,2} \\ \left(kA_p\right)^2 + \left(mA_r\right)^2 \\ \left(pA_p\right)^2 + \left(nA_r\right)^2 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2A_pA_r \\ 2mkA_pA_r \\ 2npA_pA_r \end{bmatrix}\cos\theta. \qquad (11)$$

Отметим, что с учетом свойства (9) второе слагаемое выражения (11) равно нулю.

Преобразуем (11) учитывая коэффициенты изменения интенсивности пучков

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ \dfrac{I_1}{mk} \\ \dfrac{I_2}{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p^{\,2} + A_r^{\,2} \\ \dfrac{1}{mk}\left(\left(kA_p\right)^2 + \left(mA_r\right)^2\right) \\ \dfrac{1}{np}\left(\left(pA_p\right)^2 + \left(nA_r\right)^2\right) \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

Раскрывая выражение (12) и приравнивая левую и правую части получим систему уравнений

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{m}{k} - \dfrac{n}{p}\right)A_p^{\,2} + \left(\dfrac{k}{m} - \dfrac{n}{p}\right)A_r^{\,2} - \dfrac{I_1}{km} + \dfrac{I_2}{np} \\ \left(\dfrac{n}{p} - 1\right)A_p^{\,2} + \left(\dfrac{p}{n} - 1\right)A_r^{\,2} - \dfrac{I_2}{np} + I_0 \\ \left(\dfrac{m}{k} - 1\right)A_p^{\,2} + \left(1 - \dfrac{k}{m}\right)A_r^{\,2} - I_0 + \dfrac{I_1}{km} \end{bmatrix} = \vec{0} \qquad (13)$$

При известных значениях m, n и k, p решая систему (13) можно получить значения $A_p^{\,2}$ и $A_r^{\,2}$

$$A_p^{\,2} = \frac{kp\left(mp - kn\right)I_0 + p\left(p - n\right)I_1 + k\left(k - m\right)I_2}{\left(k - m\right)\left(n - p\right)\left(kn - mp\right)} \qquad (14а)$$

$$A_r^{\,2} = \frac{mn\left(mp - kn\right)I_0 + n\left(n - p\right)I_1 + m\left(k - m\right)I_2}{\left(k - m\right)\left(n - p\right)\left(kn - mp\right)}. \qquad (14б)$$

В случае изменения интенсивности только опорного пучка полагая $m = n = 1$ из (14) имеем:

$$A_p^{\,2} = \frac{kp\left(p - k\right)I_0 + p\left(p - 1\right)I_1 + k\left(k - 1\right)I_2}{\left(k - 1\right)\left(1 - p\right)\left(k - p\right)},$$

$$A_r^{\,2} = \frac{\left(p - k\right)I_0 + \left(1 - p\right)I_1 + \left(k - 1\right)I_2}{\left(k - 1\right)\left(1 - p\right)\left(k - p\right)}.$$

В случае изменения интенсивности только объектного пучка полагая $k = p = 1$ из (14) имеем:

$$A_p^{\,2} = \frac{(m-n)I_0 + (1-n)I_1 + (1-m)I_2}{(1-m)(n-1)(n-m)},$$

$$A_r^{\,2} = \frac{mn(m-n)I_0 + n(n-1)I_1 + m(1-m)I_2}{(1-m)(n-1)(n-m)}.$$

Отсюда

$$A(x,y) = A_p(x,y)^2 + A(x,y)_r^{\,2}$$

и

$$B(x,y) = 2\left(A_p(x,y)\cdot A_r(x,y)\right).$$

Нормируя уравнение (2) получаем уравнение вида

$$\tilde{I}(x,y) = \frac{I(x,y) - \left(A_p(x,y)^2 + A_r(x,y)^2\right)}{2A_p(x,y)A_r(x,y)} = \cos\left(\varphi(x,y) + \delta\right). \quad (15)$$

Затем выполняется аналогичный расчет при других значениях фазовых сдвигов.

Полученные значения $\tilde{I}$ образуют определенную систему уравнений

$$\tilde{I}_i = \cos\left(\varphi + \delta_i\right), \quad (16)$$

из которой, можно находить и действительные значения вносимых фазовых сдвигов.

Варианты с другими способами изменения интерферирующих пучков рассчитываются аналогично вышеприведенному случаю.

D. Калибровка коэффициентов изменения интенсивности интерферирующих пучков

Точность измерения амплитуд интерферирующих пучков прямо зависит от истинных значений коэффициентов пропускания нейтральных фильтров (иных устройств, которые используются для изменения амплитуд). Поэтому необходимость их калибровки не вызывает сомнений. С этой целью последовательно поместим нейтральные фильтры в общую ветвь пучков до светоделителя. Рассмотрим процесс калибровки для пары нейтральных фильтров с коэффициентами пропускания m и n. В этом случае система уравнений (13) примет вид

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ \dfrac{I_1}{m^2} \\ \dfrac{I_2}{n^2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p^{\,2} + A_r^{\,2} \\ \dfrac{1}{m^2}\left(\left(mA_p\right)^2 + \left(mA_r\right)^2\right) \\ \dfrac{1}{n^2}\left(\left(nA_p\right)^2 + \left(nA_r\right)^2\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Раскрывая систему (18) получим

$$\left[\frac{I_2}{n^2} - \frac{I_1}{m^2},\quad I_0 - \frac{I_2}{n^2},\quad \frac{I_1}{m^2} - I_0\right]^T = \vec{0} \quad (18)$$

Отсюда $m = \sqrt{\dfrac{I_1}{I_0}}$ и $n = \sqrt{\dfrac{I_2}{I_0}}$.

VI. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен новый метод определения амплитуд интерферирующих пучков для двухлучевой интерферометрии. Используется метод пошагового фазового сдвига, в котором получают серию интерферограмм путем внесения фазового сдвига в опорное плечо интерферометра. Формируется система уравнений, из которой находится разность фаз интерферирующих волновых фронтов, несущая информацию о параметрах измеряемого объекта. Такой подход требует постоянства параметров системы уравнений, а, следовательно, и самой измерительной системы, что сложно обеспечить. Это приводит к снижению качества измерений.

Для устранения этого недостатка необходимо увеличивать число неизвестных в системе уравнений. С целью получения дополнительных взаимно-независимых уравнений предлагается изменять амплитуды опорного и (или) объектного пучков. Предложен способ калибровки коэффициентов изменения амплитуд. Отметим, что в отличие от классических методов анализа интерферограмм [10, 11] в этом случае снижаются требования к постоянству средней яркости и амплитуды интерференционных полос в серии интерферограмм, что приводит к повышению качества измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] De Groot P. ,“101-frame algorithm for phase shifting interferometry,” // Proc. SPIE. 1997. 3098. P. 283–292.

[2] V.I. Guzhov, S.P. Ilinykh, R.A. Kuznetsov, D.S. Haydukov, “Generic algorithm of phase reconstruction in phase-shifting interferometry,” Opt. Eng. 2013, 52(3):030501.

[3] S. Suriyasirikun, S.T. Khlayboonme, W. Thowladda, "Phase-Shifting Interferometry for Surface Roughness Measurement on Glass Substrates", Advanced Materials Research, Vol. 979, pp. 463-466, 2014.

[4] V.I. Guzhov, S.P. Il’yinykh, I.A. Sazhin, E.N. Denezhkin, E.S. Kabak, and D. S. Khaidukov, “Quasiheterodyne method of interference measurements,” Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. - 2015. - Vol. 51, iss. 3. - P. 280-286.

[5] Wengierow, M., Salbut, L., Ramotowski, Z., Szumski, R., Szykiedans, K. Measurement System Based on MultiWavelength Interferometry for Long Gauge Block Calibration Metrology and Measurement Systems. - 2013. - Volume XX, Issue 3, p. 479–49.

[6] V.I. Gushov, S.P. Ilinykh, D.S. Haidukov, R.A. Kuznetsov, “Estimation of validity of optical measurements,” Proceedings of APEIE 2012. 11-th International Conference on actual problem electronics instrument engineering. vol. I , 2012, pp. 146–149.

[7] V.I. Guzhov, S.P. Il’yinykh, D.S. Khaidukov and A.R. Vagizov, “Eliminating phase-shift errors in interferometry, ”Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing.-2011., vol. 47, Nu.1, pp. 76-80.

[8] V.I. Gushov, S.P. Ilinykh, D.S. Haidukov, R.A. Kuznetsov , “Method of an Assessment of Reliability of High-Precision Measurements,” Proceedings of APEIE 2012. 11-th International Conference on actual problem electronics instrument engineering. vol. I, 2012, pp. 105–106.

[9] Quiroga JA, Gómez-Pedrero JA, García-Botella A "Algorithm for fringe pattern normalization," Opt Communications, 2001, 197:43.

[10] J. C. Wyant, “Interferometric optical metrology: basic system and principles,” Laser Focus 18(5), 65–67 (1982).

[11] Servín, Manuel,, J. Antonio Quiroga, and J. Moises Padilla. Fringe Pattern Analysis for Optical Metrology: Theory, Algorithms, and Applications. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2014.

Владимир Гужов - профессор кафедры ССОД факультета Автоматики и вычислительной техники в Новосибирского Государственного Технического университета, профессор, доктор технических наук. Он является автором 170 научных работ. Область научных интересов: программные системы, высокоточные измерения.

Сергей Ильиных - доцент кафедры Вычислительная техника Новосибирского Государственного Технического университета, кандидат технических наук, доцент. Он является автором более 100 научных трудов, в том числе 1 учебник НГТУ и 4 патента. Область научных интересов: разработка алгоритмов анализа изображений в оптических измерительных системах.