

С. П. Ильных, В. И. Гужов, Н. Е. Кафилова, Д. Д. Бочаров

(Новосибирск)

## РОБАСТНЫЙ АЛГОРИТМ РАСШИФРОВКИ ИНТЕРФЕРОГРАММ

Рассмотрен алгоритм расшифровки интерферограмм, устойчивый к случайным ошибкам при неправильном задании фазовых сдвигов, а также при определении средней яркости и контраста интерференционных полос. Показано, что предложенный подход применяет траекторный анализ квадратурных составляющих, используемых в алгоритме расшифровки.

Алгоритмы расшифровки, которые используют наименьшее число сдвигов, обеспечивают минимальное время вычислений и малое число кадров для хранения необходимых при расшифровке интерферограмм. Этим требованиям удовлетворяют трехточечные алгоритмы [1]

$$\phi = \arctg \frac{(I_1 - I_2)c_0 + (I_2 - I_0)c_1 + (I_0 - I_1)c_2}{(I_1 - I_2)s_0 + (I_2 - I_0)s_1 + (I_0 - I_1)s_2} = \arctg \frac{Y}{X}, \quad (1)$$

где  $I_i = A + V \cos(\phi + \delta_i)$ ;  $c_i = \cos(\delta_i)$ ;  $s_i = \sin(\delta_i)$ ;  $\delta_i$  – фазовые сдвиги,  $i \in 0, \dots, 2$ .

Удобно выбирать  $\delta_i$ , которые приводят выражение (1) к наиболее простому для вычислений виду. Например, при  $\delta_0 = 0^\circ$ ,  $\delta_1 = 60^\circ$ ,  $\delta_2 = 120^\circ$

$$Y = 2I_0 - I_1 - I_2, \quad (2a)$$

$$X = I_2 - I_1. \quad (2b)$$

Однако алгоритмы с небольшим числом шагов наиболее чувствительны к изменениям освещенности, механическим вибрациям и ошибкам при установке фазового сдвига.

На рис. 1 показаны распределения интенсивностей, образованных при интерференции двух плоских пучков с фазовыми сдвигами:  $\delta_0 = 0^\circ$ ,  $\delta_1 = 66^\circ$ ,  $\delta_2 = 132^\circ$ . Размер каждого изображения  $512 \times 512$  точек по 8 бит.

Откладывая все значения знаменателя  $Y$  и числителя  $X$  в формуле (1) на комплексной плоскости, получим траекторию, по которой можно определить наличие погрешности при нахождении фазы  $\phi$  по полю интерферограммы (рис. 2).

Рис. 1. Интерферограммы, образованные при интерференции двух плоских пучков с фазовыми сдвигами



Если ошибка при определении фазовых сдвигов  $\delta$ , отсутствует, данная траектория представляет собой окружность [2]. Случайные ошибки регистрации средней яркости  $A$  и изменение контраста по полю интерферограммы приводят к смещению траектории относительно центра (рис. 2, *a*) и ее эллиптичности при неправильном определении фазовых сдвигов (рис. 2, *b*). Эти ошибки приводят к погрешности при определении фаз. Наиболее существенной является погрешность, обусловленная неправильным заданием фазовых сдвигов.

Основная идея обеспечения робастности алгоритмов расшифровки заключается в коррекции распределения точек на комплексной плоскости путем аффинного преобразования эллиптической траектории в круговую. Аналогичный подход применяется при анализе муарограмм с эллиптически поляризованными волновыми фронтами [3] в три этапа: 1) привести эллипс к каноническому виду; 2) отцентрировать эллипс; 3) преобразовать эллипс в окружность.

*Приводим эллипс к каноническому виду.* Находим главные оси эллипса, определяя коэффициенты двух взаимно перпендикулярных произвольно ориентированных прямых вида  $y = kx + b$ , имеющих минимальное (максимальное) расстояние от каждой точки траектории  $X, Y$  до соответствующей прямой. Эта задача сводится к поиску минимума (максимума) целевой функции  $F$  методом наименьших квадратов (МНК):

$$F^2 = \sum_i \left[ \left( Y_i - \left( \frac{kX_i + k^2 Y_i + b}{1 + k^2} \right) \right)^2 + \left( X_i - \left( \frac{k(Y_i - b) + X_i}{1 + k^2} \right) \right)^2 \right] \rightarrow \min(\max). \quad (3)$$

Искомые коэффициенты  $k$  и  $b$  определяем, приравняв к нулю соответству-

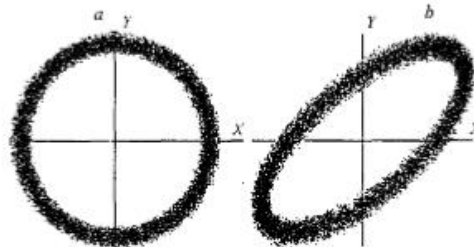


Рис. 2. Распределение точек на комплексной плоскости: при правильном задании фазового сдвига (*a*), при 20 %-ной ошибке в определении сдвига (*b*)

ющие частные производные целевой функции (3) и решая полученные уравнения. В этом случае  $k$  находим из уравнения

$$k^2 = \frac{\left(\sum X\right)^2 - \left(\sum Y\right)^2 + N\left(\sum Y^2 + \sum X^2\right)}{\sum X \sum Y - N \sum XY} k - 1 = 0, \quad (4)$$

где  $N$  – число точек  $(X, Y)$  на комплексной плоскости. Отметим, что коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ , являющиеся корнями уравнения (4), представляют тангенсы угла наклона взаимно перпендикулярных прямых и связаны между собой соотношением  $k_1 = -\frac{1}{k_2}$ , поэтому достаточно найти только один корень уравнения (4) и соответствующий ему коэффициент

$$b = \frac{1}{N} \left( \sum Y - k \sum X \right). \quad (5)$$

Затем осуществляем поворот главных осей эллипса относительно произвольной точки  $(X_0, Y_0)$ , принадлежащей одной из этих осей:

$$\begin{pmatrix} X1 \\ Y1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) & -X_0 \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) & -Y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где  $\text{tg}(\omega) = k$ .

*Центрируем эллипс:*

$$X2 = X1 - \frac{1}{N} \sum_i X1_i, \quad Y2 = Y1 - \frac{1}{N} \sum_i Y1_i. \quad (7)$$

*Преобразуем эллипс в окружность:*

$$\begin{pmatrix} Y3 \\ X3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Y2 \\ X2 \end{pmatrix}, \quad (8a)$$

если большая ось эллипса ориентирована вдоль оси ординат, или

$$\begin{pmatrix} Y3 \\ X3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Y2 \\ X2 \end{pmatrix}, \quad (8b)$$

если большая ось эллипса ориентирована вдоль оси абсцисс комплексной плоскости. Здесь  $\gamma$  – коэффициент сжатия (растяжения):

$$\gamma = \sqrt{\frac{\sum(Y2)^2}{\sum(X2)^2}}. \quad (9)$$

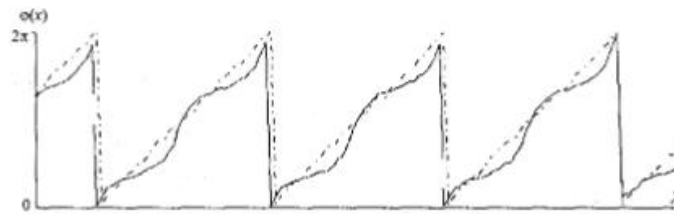


Рис. 3. Значения фаз в горизонтальном сечении интерферограммы, полученные без коррекции фазы (сплошная линия) и с коррекцией фазы (штриховая линия)

Далее выполняется расшифровка по алгоритму (1):

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{Y3}{X3}. \quad (10)$$

На рис. 3 представлены результаты расшифровки реальных интерферограмм, показанных на рис. 1, при предполагаемых значениях фазовых сдвигов:  $\delta_0 = 0^\circ$ ,  $\delta_1 = 60^\circ$ ,  $\delta_2 = 120^\circ$ . На рисунке хорошо видна низкочастотная паразитная синусоидальная структура, являющаяся следствием ошибок при неправильном задании фазового сдвига [4, 5]. Показаны значения фаз, полученные после корректировки квадратурных составляющих (1) по формулам (3)–(10) (штриховая линия).

Недостатком данного алгоритма является усиление аддитивных шумов в уз. Однако эти шумы сравнительно легко могут быть устранены известными методами линейной фильтрации.

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет скорректировать погрешности определения фазы, вызванные неправильным заданием фазовых сдвигов, а также ошибками измерения интенсивности по полю интерферограммы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильных С. П., Гужов В. И. Обобщенный алгоритм расшифровки интерферограмм с пошаговым сдвигом // *Автометрия*. 2002. 38, № 3. С. 123.
2. Гужов В. И., Котарский Б. С. Влияние разрядности при квантовании интенсивности на погрешность определения фазы в системах с управляемым фазовым сдвигом // *Автометрия*. 1990. № 2. С. 70.
3. Václavík P., Minster J. Moiré interferometry with elliptically polarized waves // *Opt. Eng.* 1999. 38, N 4. P. 630.
4. Гужов В. И., Нечаев В. Г., Мишина Е. М. Коррекция нелинейных ошибок задания начальной фазы при расшифровке интерферограмм методом пошагового фазового сдвига // *Автометрия*. 1997. № 4. С. 35.
5. Васильев В. Н., Гуров И. П. Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим сигналам. С.-Пб.: БХВ-Санкт-Петербург, 1998.

Новосибирский государственный  
технический университет,  
E-mail: [ls@ftf.nstu.ru](mailto:ls@ftf.nstu.ru)

Поступило в редакцию  
5 апреля 2004 г.