

УДК 535.41

В. И. Гужов, В. Г. Нечаев, Е. М. Мишина
(Новосибирск)

КОРРЕКЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОШИБОК
ЗАДАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ
ПРИ РАСШИФРОВКЕ ИНТЕРФЕРОГРАММ
МЕТОДОМ ПОШАГОВОГО ФАЗОВОГО СДВИГА

Рассмотрены основные наиболее часто используемые формулы расшифровки, применяемые для коррекции линейных искажений, и предложен новый способ расшифровки, способный эффективно корректировать нелинейные и случайные фазовые ошибки, вызванные неправильным заданием сдвига фаз.

Метод пошагового фазового сдвига (Phase sampling interferometry or phase shifting interferometry — PSI) является наиболее распространенным методом, используемым при создании измерительных интерференционных систем. Метод основан на регистрации нескольких интерферограмм при изменении фазы опорной волны на некоторые известные значения. При этом условии можно определить разность фаз между опорным и объектным пучками в каждой точке интерферограммы, анализируя соответствующие значения интенсивности.

Фазовый сдвиг может быть реализован различными путями. На рис. 1 показана принципиальная схема оптической установки, в которой фазовый сдвиг задается перемещением зеркала, закрепленного на пьезокерамике.

Пучок света от светового источника, попадая на делительный куб, делится на опорный и объектный световые пучки. В опорном плече находится зеркало, закрепленное на пьезокерамике (PZT), предназначенное для внесения эталонных фазовых сдвигов. Конфигурация объектного плеча зависит от задачи измерения и формы поверхности тестируемого объекта. В выходной плоскости

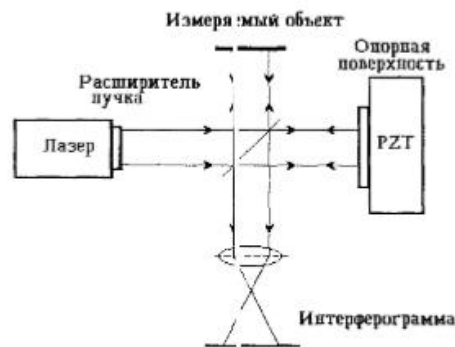


Рис. 1. Схема интерферометра Твэйдмана — Грина с пошаговым сдвигом

располагается массив детекторов, который фиксирует значения интенсивности во всех точках интерферограммы. При каждом сдвиге фаз данные вводятся в компьютер.

Картина интерференции опорного и объектного световых пучков может быть записана в виде

$$I(x, y) = I_0(x, y)\{1 + V(x, y)\cos(\varphi(x, y) - \delta)\}, \quad (1)$$

где $\varphi(x, y) = \varphi_p(x, y) - \varphi_o(x, y)$ — разность фаз между опорным и объектным пучками; δ — некоторая известная фазовая добавка; $I_0(x, y)$ — средняя интенсивность; $V(x, y)$ — модуляция интенсивности.

Из уравнения видно, что, кроме разности фаз $\varphi(x, y)$, есть еще два неизвестных (средняя интенсивность $I_0(x, y)$ и модуляция интенсивности $V(x, y)$).

Если фазовые сдвиги одинаковы в интервале от 0 до π , т. е. $\delta_j = 2\pi(j - 1)/m$, то фаза φ может быть определена как

$$\varphi = \arctg \left[\frac{\sum_{i=1}^m I_i \sin \delta_i}{\sum_{i=1}^m I_i \cos \delta_i} \right]. \quad (2)$$

Уравнение (2) было впервые описано в [1].

Важно отметить, что компоненты интерферометра не идеальны, поэтому необходимым этапом при высококачественных измерениях являются калибровочные операции. Наиболее неприятны ошибки, являющиеся следствием неправильного задания фазового сдвига. Такие ошибки существенно сказываются на результатах измерения. Поскольку результирующая фазовая ошибка имеет большой период, ее не удастся устранить. Это приводит к тому, что ошибка становится частью измеренного фронта.

В данной статье рассмотрены основные формулы расшифровки, используемые для коррекции линейных искажений, и предложен новый способ расшифровки, способный эффективно корректировать нелинейные и случайные фазовые ошибки, вызванные неправильным заданием сдвига фаз.

1. **Коррекция линейных ошибок при задании фазового сдвига.** В существующих системах используются формулы расшифровки с различным числом шагов. Еще несколько лет назад ограничивающими факторами являлись количество памяти, необходимом для запоминания промежуточных кадров, и время, требуемое для обработки. Лучшими алгоритмами считались те, которые использовали наименьшее число сдвигов. Наиболее используемыми были трех- и четырехточечные алгоритмы. Однако алгоритмы с небольшим числом шагов более чувствительны к изменениям освещенности, механическим вибрациям и ошибкам при установке фазового сдвига.

Повышение компьютерной мощности позволило использовать алгоритмы с большим числом сдвигов. Обычно такие алгоритмы более устойчивы к системным ошибкам.

Наиболее простыми являются трехточечный алгоритм, предложенный в [2].

$$\varphi = \arctg \frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2} \quad (3)$$

для $\delta_1 = \pi/4$, $\delta_2 = 3\pi/4$, $\delta_3 = 5\pi/4$ и четырехточечный [3]

$$\varphi = \arctg \frac{(I_4 - I_2)}{(I_1 - I_3)} \quad (4)$$

для $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \pi/2$, $\delta_3 = \pi$, $\delta_4 = 3\pi/2$.

Эти формулы использовались наиболее часто для компьютерных вычислений, так как математические операции, необходимые для их реализации, весьма просты. Однако выражения (3) и (4) очень чувствительны к фазовым ошибкам.



Рис. 2. Фазовые значения, полученные с помощью четырехточечного алгоритма, при 20 %-ной линейной ошибке. Действительная фаза — идеальная линейная функция

Результирующая ошибка при измерении фазы пропорциональна $\cos 2\varphi$ или $\sin 2\varphi$ измеряемой фазы φ . Эта ошибка хорошо просматривается при теоретическом анализе, компьютерном моделировании и в экспериментальных исследованиях.

На рис. 2 и 3 показаны типичные искажения при линейной ошибке в определении фазового сдвига. Исходные интерферограммы — синусоиды с тремя периодами. Искажения соответствуют двойной частоте синусоиды.

Для уменьшения ошибки можно проводить две серии измерений, отличающиеся начальным сдвигом $\pi/2$, и усреднять результирующие фазовые значения. В работе [4] предложено объединить исходные данные и провести расшифровку по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{N_1 + N_2}{D_1 + D_2}, \quad (5)$$

где N_j и D_j — числитель и знаменатель выражения (2) для каждого набора данных.

Можно уменьшить время измерения, если использовать алгоритмы со сдвигом на $\pi/2$. В этом случае требуется только одно добавочное измерение. При использовании M -точечного алгоритма необходима $m + 1$ интерферограмма. Эту процедуру можно продолжить, если взять две последовательности

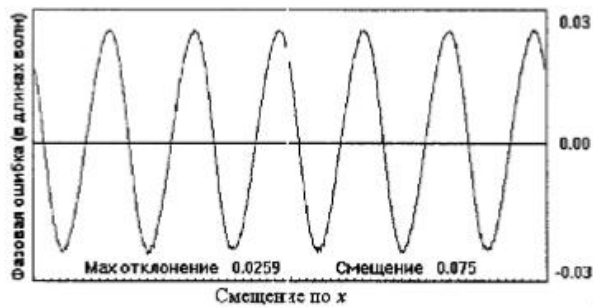


Рис. 3. Фазовые искажения при расшифровке четырехточечным алгоритмом при 20 %-ной линейной ошибке установки фазового сдвига

Число точек	Класс А (на основе трехточечных алгоритмов)		Класс В (на основе четырехточечных алгоритмов)	
	-10π	$-10(\pi + \pi/4)$	-10π	$-10(\pi + \pi/4)$
3	$\frac{-I_1 + 2I_2 - I_3}{I_1 - I_3}$	$\frac{I_2 - I_3}{-I_2 + I_1}$		
4	$\frac{-I_1 + 3I_2 - I_3 - I_4}{I_1 - 3I_3 + I_2 + I_4}$	$\frac{2(I_2 - I_3)}{I_1 - I_2 - I_3 + I_4}$	$\frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_2}$	$\frac{I_1 + I_2 - I_3 - I_4}{I_1 - I_2 - I_3 + I_4}$
5	$\frac{-I_1 + 4I_2 - 4I_4 + I_5}{I_1 + 2I_2 - 6I_3 + 2I_4 + I_5}$	$\frac{3I_2 - 3I_3 - I_4 + I_5}{I_1 - I_2 - 3I_3 + 3I_4}$	$\frac{2(I_2 - I_4)}{I_1 + I_5 - 2I_3}$	$\frac{I_1 + 2I_2 - 2I_3 - 2I_4 + I_5}{I_1 - 2I_2 - 2I_3 + 2I_4 + I_5}$
6	$\frac{-I_1 + 5I_2 + 2I_3 - 10I_4 + 3I_5 + I_6}{I_1 + 3I_2 - 10I_3 + 2I_4 + 5I_5 - I_6}$	$\frac{4(I_2 - I_3 - I_4 + I_5)}{I_1 - I_2 - 6I_3 + 6I_4 + I_5 - I_6}$	$\frac{3I_2 - 4I_4 + I_6}{I_1 - 4I_3 + 3I_5}$	$\frac{I_1 + 3I_2 - 4I_3 - 4I_4 + 3I_5 + I_6}{I_1 - 3I_2 - 4I_3 + 4I_4 + 3I_5 - I_6}$

по $m + 1$ интерферограмме, сдвинутые на $\pi/2$. В результате получим $m + 2$ алгоритма с еще более малой величиной ошибки.

Все алгоритмы, разработанные по усредняющей методике, приводят к значительно меньшим ошибкам, чем алгоритмы с меньшим числом точек расшифровки, из которых они получены.

В [5] рассматриваются два класса алгоритмов, полученные по усредняющей технологии. В качестве базовых алгоритмов выбраны алгоритмы с небольшим числом членов. Первый класс основан на четырехточечных алгоритмах, второй — на трехточечных (см. таблицу).

Наименьшая фазовая ошибка — у алгоритма 6А. Для алгоритмов с большим числом точек ошибка, вызванная линейной погрешностью, несущественна. Алгоритмы класса А, полученные из трехточечных алгоритмов, дают такую же ошибку, что и алгоритмы класса В при числе точек в формуле расшифровки на единицу больше.

Отдельно рассмотрим четырехточечный алгоритм, предложенный Карре. Этот алгоритм, основанный на нелинейной зависимости фазы от измеренных интенсивностей, получен с учетом коррекции линейных ошибок при установке фазы. Пусть $\delta_1 = -3\alpha$, $\delta_2 = -\alpha$, $\delta_3 = \alpha$ и $\delta_4 = 3\alpha$. Тогда

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)} |3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)|}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)}. \quad (6)$$

Уравнение (6) было предложено Карре в 1966 г. Эта формула расшифровки на более часто применяется при измерениях с разными длинами волн, так как в этом случае не нужно вводить калибровочные множители.

Порядок ошибок от неправильной калибровки такой же, как и у алгоритма 6А (рис. 4).

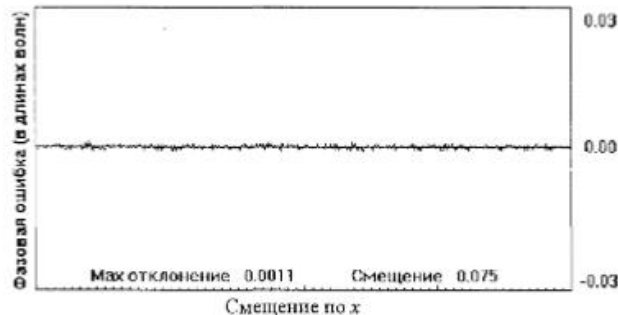


Рис. 4. Фазовые ошибки алгоритма Карре

Таким образом, использование алгоритма БА или алгоритма Карре позволяет успешно устранять ошибки, вызванные линейной ошибкой при задании фазового сдвига. К устройству внесения фазового сдвига предъявляется только требование линейности. В этом случае достаточно, чтобы при фазовом сдвиге отсутствовали нелинейные искажения.

2. Коррекция нелинейных и случайных ошибок. Все вышеприведенные алгоритмы основаны на допущении, что вносимый фазовый сдвиг известен точно или могут исправляться лишь линейные ошибки при сдвиге. Нелинейные ошибки при внесении сдвига фаз не рассматривались. Нелинейность может быть вызвана, например, гистерезисом, вибрациями при движении пьезо-керамики или вибрациями установки при проведении эксперимента.

Для улучшения характеристик алгоритмов значение сдвига может быть определено из уже имеющихся интерферограмм. В [6] предложено находить значения неизвестных фазовых углов методом наименьших квадратов. Из выражения (1) видно, что к трем неизвестным I_0 , V и φ добавляется еще и неизвестный угол сдвига δ . Если допустить, что в различных точках сдвиг фаз примерно одинаков, можно получить добавочные уравнения из соотношений (1) в других точках детектора.

В каждой точке $3 + m - 1$ неизвестных: D , V , φ , δ_1 , δ_2 , ..., δ_m ($\delta_0 = 0$). Если n — число точек, то общее число неизвестных $3n + m - 1$ при $(n \times m)$ уравнениях. Для существования решения необходимо, чтобы общее число уравнений было больше, чем число неизвестных, т. е.

$$nm \geq 3n + m - 1 \text{ или } n \geq 1 + \frac{2}{m-3}. \quad (7)$$

В этом случае неизвестные могут быть найдены методом наименьших квадратов. Для этого минимизируем функцию ошибки

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (I_{ij} - \hat{I}_{ij})^2, \quad (8)$$

где \hat{I}_{ij} — действительно измеренное значение j -й интерферограммы в i -й точке. В [6] предложен итерационный процесс для нахождения решений уравнения (8).

Однако моделирование показало существенное расхождение найденных значений с действительными сдвигами в зависимости от начальных значений. Это вызвано тем, что существует очень много локальных минимумов, каждый из которых удовлетворяет соотношению (8). Попадание в тот или иной минимум зависит от выбора начальных значений.

Таким образом, для коррекции нелинейных ошибок при фазовом сдвиге необходимо выбирать эти значения близкими к действительным значениям. При значительных отклонениях, порядка 10 — 20° , результирующие значения фазовых сдвигов определяются неправильно, т. е. возможна коррекция только небольших фазовых ошибок в пределах нескольких градусов.

Основная идея алгоритма, основанного на коррекции ошибок методом наименьших квадратов, состоит в том, что при использовании пошагового фазового сдвига достаточно информации для точного нахождения всех параметров уравнения (1). Обычно в этом уравнении неизвестными считаются средняя интенсивность $I_0(x, y)$, средняя видимость $V(x, y)$, разность фаз между опорным и объектным пучками $\varphi(x, y)$. Однако если неизвестными считать и фазовые сдвиги δ_j , то для нахождения единственного решения просто необходимо большее число уравнений.

Если использовать четыре фазовых сдвига, то в каждой произвольной точке будет шесть неизвестных — I_0 , V , φ , δ_1 , δ_2 , δ_3 ($\delta_0 = 0$) — и четыре уравнения. Если допустить, что фазовый сдвиг одинаков в некоторой окрестности, то в двух произвольных точках, принадлежащих этой окрестности, — девять неизвестных и восемь уравнений, в трех точках — 12 неизвестных и 12 уравнений. Следовательно, при числе точек больше трех можно найти все неиз-

значения экстремумов в некоторой окрестности предполагаемых фазовых сдвигов. Для этого можно использовать любой из вычислительных методов наискорейшего спуска. Однако для исследования характера поведения локальных максимумов и минимумов далее используется обычный метод перебора всех возможных значений.

В какой-либо точке (x, y) производятся четыре измерения при фазовых сдвигах $0, \delta_1, \delta_2, \delta_3$. Но в действительности реальные фазовые сдвиги могут отличаться от предполагаемых.

Значения фаз определяются с помощью выражения

$$\varphi = \arctg \frac{(I_2 - I_3)\sin\delta_1 + (I_3 - I_1)\sin\delta_2 + (I_1 - I_2)\sin\delta_3}{(I_3 - I_2)\cos\delta_1 + (I_1 - I_3)\cos\delta_2 + (I_2 - I_1)\cos\delta_3}. \quad (9)$$

Так как формула расшифровки трехточечная, а уравнений четыре, то существует четыре возможных решения при значениях индексов $(0, 1, 2)$, $(0, 1, 3)$, $(0, 2, 3)$ и $(1, 2, 3)$. В каждой из троек индексы указывают на фазовый сдвиг и соответствующее ему значение интенсивности.

Если четыре значения фазы, полученные по трехточечным формулам, одинаковы, то предполагается, что найдены действительные значения фаз. Если они отличаются, это указывает на то, что данные значения могут не соответствовать реальным. В этом случае находится разница между максимальным и минимальным значением. Находится такая же разность в других точках некоторой окрестности (предполагается, что фазовый сдвиг в этих точках одинаков) и средний размах R для фаз во всех точках:

$$R(0, \delta_1, \delta_2, \delta_3) = -\sum_N^1 (\max_{(x,y)} \varphi^s(x, y) - \min_{s=0..3} \varphi^s(x, y)), \quad (10)$$

индекс s у фазы указывает, что \max и \min находятся по четырем значениям фазы из возможных троек, а сумма — по N точкам. Чем больше взято точек, тем больше вероятность, что в результате будут найдены действительные значения фаз.

Затем при других значениях фазовых сдвигов находится средний размах:

$$\delta_j^i = \delta_j \pm ik, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad (11)$$

и минимальное значение размаха R . Набор фазовых сдвигов $0, \delta_1^i, \delta_2^i, \delta_3^i$, при которых достигается глобальный минимум, считается действительным.

Математическое моделирование проводилось при сдвиге синусоиды, квантованной на 256 уровней, на произвольно заданные углы. Углы сдвига задавались в пределах $\pm 10^\circ$ от значений $\delta_0 = 0, \delta_1 = \pi/2, \delta_2 = \pi, \delta_3 = 3\pi/4$. По x -координате задавалось 512 точек, на которые приходилось четыре периода. Поиск минимального размаха проводился для фазовых углов $90 \pm 10^\circ$. Поскольку $\delta_0 = 0$, то всего рассматривалось $21 \times 21 \times 21$ возможных фазовых углов, для каждого из которых находился средний размах для 512 точек. Типичная картина минимумов размахов фазовых значений, соответствующих набору сдвигов, показана на рис. 5.

После нахождения действительных сдвигов для расшифровки использовался алгоритм (9). Таким образом, возможно исправление как линейных, так и нелинейных ошибок.

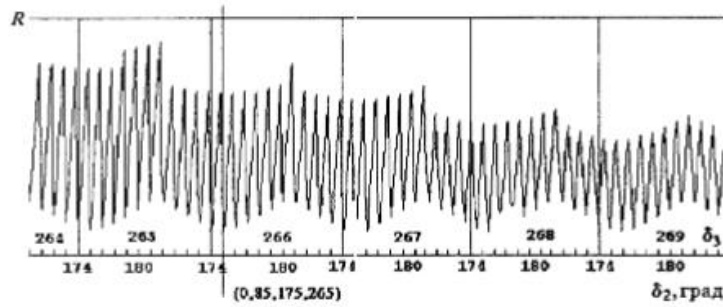


Рис. 5. Значения минимальных размахов фаз, определенных по трехточечному алгоритму. Минимальное значение достигается при сдвиге $\delta_0 = 0, \delta_1 = 85, \delta_2 = 175, \delta_3 = 265^\circ$

Метод может быть использован для высокоточных измерений, при которых время расшифровки не является определяющим, либо для калибровки фазосдвигающих элементов.

Время нахождения фазовых углов в диапазоне $\pm 10^\circ$ от начальных составляет несколько минут на компьютере: IBM с процессором типа Intel 486/100. При расширении диапазона возможной ошибки в 2 раза ($\pm 20^\circ$) время вычислений увеличивается в 8 раз (2^3) и составляет 20—30 мин. Для сокращения времени вычислений ищется начальный фазовый сдвиг, более близкий к возможному решению.

На рис. 6 показаны поля фаз, полученные при расшифровке картин, образованных при интерференции двух плоских пучков, при сдвигах $\delta_0 = 0, \delta_1 = 66, \delta_2 = 132, \delta_3 = 198^\circ$, различными способами.

На графиках рис. 6, а и б хорошо видна паразитная синусоидальная структура, отличить которую от действительных фазовых значений невозможно.

Таким образом, выбором одного из алгоритмов, представленных в таблице, или использованием алгоритма, предложенного Карре, можно эффективно корректировать линейные погрешности при задании фазового сдвига. При

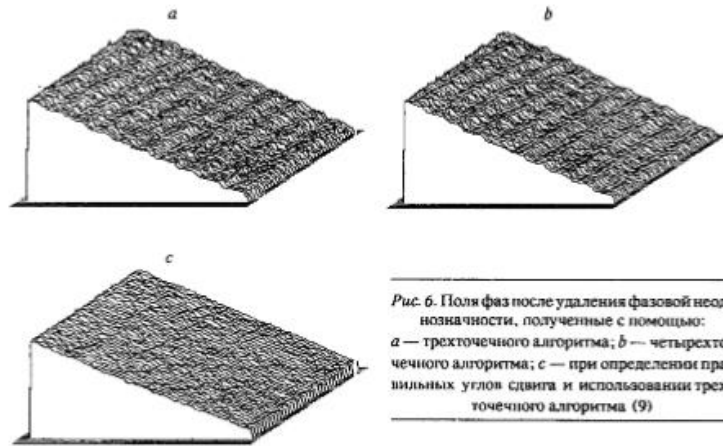


Рис. 6. Поля фаз после удаления фазовой неоднозначности, полученные с помощью: а — трехточечного алгоритма; б — четырехточечного алгоритма; с — при определении правильных углов сдвига и использовании трехточечного алгоритма (9)

нелинейных или случайных ошибках необходимо найти действительные углы. Такая процедура может быть осуществлена для высокоточных измерений, при которых время расшифровки не является определяющим, либо при калибровке устройств внесения фазового сдвига.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bruning J. H., Herriott D. R., Gallagher J. E. et al. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses // *Appl. Opt.* 1974. 13, N 11. P. 2693.
2. Wyant J. C., Creath K. Recent advances in interferometric optical testing // *Laser Focus*. 1985. 21, N 11. P. 118.
3. Wyant J. C. Interferometric optical metrology: basic system and principles // *Laser Focus*. 1982. P. 65.
4. Schwider J., Burow R., Elssner K. E. et al. Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources // *Appl. Opt.* 1983. 21. P. 3421.
5. Schmit J., Creath K. Extended averaging technique for derivation of error-compensating algorithms in phase-shifting interferometry // *Appl. Opt.* 1995. 34, N 19. P. 3610.
6. Moore A. J., Tyrer J. R., Santoyo F. M. Phase extraction from electronic speckle pattern interferometry addition fringes // *Appl. Opt.* 1994. 33, N 31. P. 7312.

Поступила в редакцию 11 ноября 1996 г.

Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!