

ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА,  
ПРИБОРОСТРОЕНИЕ  
И СВЯЗЬ

ELECTRONICS, PHOTONICS,  
INSTRUMENT MAKING  
AND COMMUNICATIONS

УДК 535.411.854

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-71-81

## Алгоритм быстрого преобразования Фурье для восстановления изображений из голограмм, зарегистрированных с помощью фотоматриц произвольного размера\*

В.И. ГУЖОВ<sup>a</sup>, С.П. ИЛЬИНЫХ<sup>b</sup>, Е.В. АНДРЮЩЕНКО<sup>c</sup>

630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный техни-  
ческий университет (НЭТИ)

<sup>a</sup> [vigguzhov@gmail.com](mailto:vigguzhov@gmail.com) <sup>b</sup> [isp51@yandex.ru](mailto:isp51@yandex.ru) <sup>c</sup> [andrushenkov@gmail.com](mailto:andrushenkov@gmail.com)

В работе рассмотрена возможность практической реализации БПФ, используемого для восстановления прямоугольных изображений, получаемых при восстановлении цифровых голограмм, регистрируемых в зоне Фраунгофера матрицами фотоприемников, размеры которых имеют основания, не кратные двум. Алгоритм основан на расщеплении строк и столбцов матрицы на подматрицы с различными основаниями. Показано, что основной проблемой при разработке алгоритмов данного класса является сложность составления структуры алгоритмов. Продемонстрирована блок-схема использования составных множителей на примере строки матрицы фотоприемника размером 8000 точек, из которой разбиение на составные множители становится наглядным. Матрицы фотоприемников с таким количеством пикселей имеют размер одного пикселя  $1,3 \times 1,3$  мкм, что позволяет регистрировать цифровые голограммы непосредственно на матрицу фотоприемника, поскольку для регистрации голограмм необходимо повышенное пространственное разрешение, поэтому для них используются фотоматрицы размером  $8000 \times 6000$  и  $16\,384 \times 12\,288$  пикселей. Отметим, что часто рекомендуемое дополнение преобразуемой последовательности до величины, кратной степени 2 (zero padding), приводит к передискретизации и искажению фазового спектра, что неприменимо при фазовых измерениях.

Для практической реализации выполнена интерпретация алгоритма БПФ составной длины в виде двумерного преобразования. Рассмотрен пошаговый алгоритм реализации БПФ для восстановления изображений из цифровых голограмм размером  $8000 \times 6000$ . Выполнена оценка эффективности предлагаемого алгоритма. Показано, что эффективность данного алгоритма сопоставима с эффективностью алгоритма БПФ, но, в отличие от последнего, снято ограничение на кратность основания. Вычислительную сложность преобразования для 6000 элементов в столбце составила 123 200, а для БПФ по основанию два (8192) составила 159 744 с учетом

---

\* Статья получена 26 января 2024 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №24-29-00006 «Разработка методов цифровой голографической интерферометрии».

дополнения строки размером 6000 до ближайшего размера, кратного степени 2 (8192). Приводятся рекомендации по расщеплению оснований с произвольными размерами.

**Ключевые слова:** быстрое преобразование Фурье, дискретное преобразование Фурье, зона Фраунгофера, фотоматрица, изображение, голография, цифровая голограмма, расщепленное основание

## ВВЕДЕНИЕ

В цифровой голографии осуществляется компьютерная реконструкция объектной волны. Голограмма изображения формируется на матрице цифровой камеры как результат интерференции между опорным и объектным пучками. Для регистрации голограмм используется оптическая схема, впервые описанная Э. Лейтом и Ю. Упатниексом [1–3]. В случае если голограмма фиксируется в зоне Фраунгофера, для восстановления объектной волны используется преобразование Фурье [4].

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) можно записать в виде

$$F(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) e^{-\frac{i2\pi}{N}k\omega} = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) W_N^{k\omega}, \quad (1)$$

где  $k=0, \dots, N-1$ ,  $W_N^{k\omega} = e^{-\frac{i2\pi}{N}k\omega}$  – основание поворотного коэффициента.

Двумерный фурье-спектр дискретного объекта  $f(k, l)$  может быть вычислен в виде конечной суммы:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} f(k, l) \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{k\omega_x}{N_x} + \frac{l\omega_y}{N_y} \right) \right]. \quad (2)$$

Поскольку ядро преобразования Фурье является разделимым по переменным интегрирования, то для выполнения двумерного ДПФ необходимо выполнить в виде двух одномерных преобразований по строкам и по столбцам. Действительно,

$$\exp \left[ -i2\pi \left( \frac{k\omega_x}{N_x} + \frac{l\omega_y}{N_y} \right) \right] = \exp \left( -i \frac{2\pi}{N_x} k\omega_x \right) \exp \left( -i \frac{2\pi}{N_y} l\omega_y \right), \quad (3)$$

откуда получаем

$$F(\omega_x, \omega_y) = \sum_{l=0}^{N_y-1} \left[ \sum_{k=0}^{N_x-1} f(k, l) W_{N_x}^{k\omega_x} \right] W_{N_y}^{l\omega_y}. \quad (4)$$

Использование свойства разделимости ядра двумерного ДПФ по переменным суммирования приводит к снижению сложности вычислений в  $N/2$  раза.

Если представить одномерное ДПФ в виде многомерного, то число операций резко сократится. Такое представление возможно, если размерность массива определяется составным числом. Наиболее популярны алгоритмы

быстрого преобразования Фурье (БПФ) с размером входного и выходного массива, кратного степени 2 т. е.  $N = 2^n$ . Изобретение быстрого преобразования Фурье приписывается Кули (Cooley J. W.) и Дж. Таки (Tukey J.) [5] в 1965 г. На самом деле БПФ неоднократно изобреталось до этого, но важность его в полной мере не осознавалась до появления современных компьютеров. Некоторые исследователи приписывают открытие БПФ К. Рунге (K. Runge) и Д. Кёнигу (D. König) в 1924 г. Наконец, открытие этого метода приписывается еще и И.К. Гауссу (J.K. Gauss) в 1805 г.

Недостатком этого алгоритма является ограничение на размер преобразуемого массива. Однако многие детекторы сигналов имеют размеры, не укладывающиеся в данное ограничение. При использовании алгоритма приходится или ограничивать область массива, или добавлять какие-то произвольные значения для того, чтобы размер массива был кратен степени 2, что ведет к заметным искажениям.

Для регистрации голограмм необходимо повышенное пространственное разрешение [6], поэтому для них используются фотоматрицы с размером  $8000 \times 6000$  [7] и  $16\,384 \times 12\,288$  [8] пикселей. Отметим, что часто рекомендуемое дополнение преобразуемой последовательности до величины, кратной степени 2 (zero padding), приводит к передискретизации и искажению фазового спектра и неприменимо при фазовых измерениях.

Поэтому большое применение получили алгоритмы с расщепленным основанием [9]. Рассмотрим практическую реализацию алгоритмов БПФ для составной длины  $N = ML$ , где  $M$  и  $L$  – произвольные положительные целые [10].

## 1. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА БПФ СОСТАВНОЙ ДЛИНЫ

Для составной длины  $N = ML$  можно разделить индексы  $k$  и  $\omega$  следующим образом:

$$\begin{aligned} k &= pM + m, & r, m &= 0 \dots M - 1; \\ \omega &= rL + q, & p, q &= 0 \dots L - 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда относительно индексов  $m$ ,  $r$ ,  $p$  и  $q$  выражение (1) разделится на вложенные суммы:

$$F(rL + q) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{L-1} f(pM + m) W_N^{(pM+m)(rL+q)}. \quad (6)$$

Раскроем скобки в показателе поворотных коэффициентов:

$$F(rL + q) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{L-1} f(pM + m) W_N^{pMrL} W_N^{mrL} W_N^{pqM} W_N^{mM}. \quad (7)$$

Поскольку  $N = ML$ ,

$$W_N^{pMrL} = W_{ML}^{pMrL} = 1; \quad W_N^{mrL} = W_M^{mr}; \quad W_N^{pqM} = W_L^{pq}, \quad (8)$$

то получаем выражение для ДПФ составной длины:

$$F(rL + q) = \sum_{m=0}^{M-1} W_N^{mq} \left( \sum_{p=0}^{L-1} f(pM + m) W_L^{pq} \right) W_M^{mr}. \quad (9)$$

Для расчета ДПФ составной длины  $N = ML$  требуется  $M$  ДПФ размером  $L$  точек,  $N$  умножений на поворотные коэффициенты и  $L$  ДПФ размером  $M$  точек.

## 2. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА БПФ РАЗМЕРОМ $8000 \times 6000$ ЭЛЕМЕНТОВ

Двумерное преобразование Фурье выполняется по схеме «строка – столбец». Для массива  $8000 \times 6000$  элементов необходимо выполнить преобразование Фурье над всеми строками размером 8000 элементов, записать результат и затем выполнить преобразование Фурье по всем столбцам размером 6000 элементов. Размеры двумерного массива не кратны степени 2. Для выполнения преобразования Фурье принят метод составных множителей. Основной проблемой при реализации алгоритма является сложность составления структуры программы. Поэтому продемонстрируем блок-схему метода на примере преобразования массива из 8000 элементов, из которой понятен принцип разбиения на составные множители. При практической реализации можно интерпретировать алгоритм БПФ составной длины как двумерное преобразование, как это показано на рис. 1.

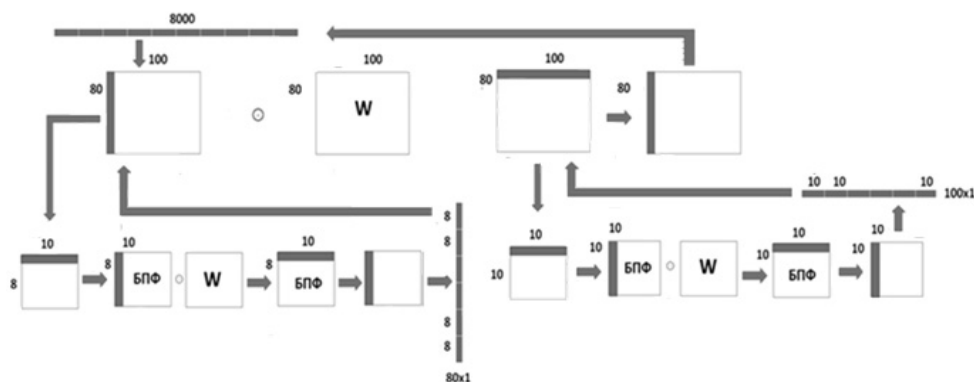


Рис. 1. Алгоритм БПФ с разбиением на составные множители над массивом размером 8000 элементов

Fig 1. FFT algorithm with partitioning into split multipliers over an array of size 8000 elements

Алгоритм можно представить в виде четырех шагов.

*Первый шаг*

1. Разбиваем массив размером 8000 элементов на 100 массивов по 80 элементов.

2. По столбцам формируем двумерный массив размером  $L = 100 \times 80$ .

3. Для каждого столбца массива  $L$  построчно формируем двумерный массив размером  $N = 10 \times 8$ .
  4. Выполняем БПФ  $N$  массива по столбцам.
  5. Умножаем поэлементно получившийся массив на поворотные множители  $W_{ij} = \exp\left(\frac{2\pi i}{80}ij\right)$ ,  $i = 0, 7$ ;  $j = 0, 9$ .
  6. Выполняем БПФ массива по строкам.
  7. Из столбцов массива формируем столбец массива  $L$ .
  8. Возвращаем столбец на место в массив  $L$ .
- Эту процедуру повторяем для каждого столбца матрицы  $L$ .

#### *Второй шаг*

Умножаем поэлементно массив  $L = 100 \times 80$  элементов на соответствующие поворотные множители  $W_{ij} = \exp\left(\frac{2\pi i}{800}ij\right)$ ,  $i = 0, 79$ ;  $j = 0, 99$ .

#### *Третий шаг*

1. Из строки массива  $L$  размером  $M = 100$  элементов построчно формируем двумерный массив размером  $M = 10 \times 10$  элементов.
  2. Выполняем БПФ  $M$  массива по столбцам.
  3. Умножаем поэлементно получившийся массив на поворотные множители  $W_{ij} = \exp\left(\frac{2\pi i}{100}ij\right)$ ,  $i = 0, 9$ ;  $j = 0, 9$ .
  4. Выполняем БПФ массива  $M$  по строкам.
  5. Формируем одномерный массив размером 100 элементов из массива  $M$  по столбцам.
  6. Возвращаем одномерный массив построчно на место в массив  $L$ .
- Эту процедуру повторяем для всех строк массива  $L$ .

#### *Четвертый шаг*

По столбцам разворачиваем массив  $L$  в строку размером  $L = 8000$  элементов.

Таким образом, мы разбиваем массив 8000 элементов на составные множители до коротких БПФ размером 8 и 10 элементов.

Для массива 6000 элементов структура алгоритма будет аналогичной рис. 1, только вместо цифры 8 необходимо поставить цифру 6. Массив 6000 элементов разбивается на короткие БПФ размером 6 и 10 элементов.

Отсюда следует, что для эффективной реализации алгоритма составной длины необходимо иметь процедуры коротких ДПФ простых длин (2, 3, 5, 7, 11 и т. д.), тогда можно будет построить эффективные алгоритмы БПФ практически для всех размеров входных векторов.

### **3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ АЛГОРИТМОВ БПФ**

Алгоритмы по основанию два – это частный случай алгоритма составной длины, когда все множители равны двум:  $N = 2^n$ . В этом случае структура алгоритма наиболее проста. Наиболее эффективные алгоритмы получаются

при разбиении размера массива на составные элементы, кратные простым числам [11].

Количество требуемых операций уменьшается от  $N^2 + N(N-1) = 2N^2 - N$  для дискретного преобразования Фурье до  $\frac{N}{2} \log_2 N = \frac{Nn}{2}$  (умножений) и  $N \log_2 N = Nn$  (сложений), всего  $\frac{3N}{2} \log_2 N = \frac{3Nn}{2}$  (комплексных сложений и умножений) для БПФ при  $N = 2^n$  [12].

При больших  $N$  число операций уменьшается в десятки и сотни раз. Уменьшение числа комплексных операций наглядно видно из следующей таблицы.

### Эффективность БПФ при $N = 2^n$

#### The effectiveness of FFT at $N = 2^n$

Количество отсчетов, $N$	Количество вычислений с комплексными числами		Эффективность
	ДПФ	БПФ	
256	130 816	3072	42:1
512	523 776	6912	75:1
1024	2 096 128	15 360	136:1
2048	8 386 560	33 792	248:1
4096	33 550 336	73 728	455:1
8192	134 209 536	159 744	840:1

Если мы используем матрицу фотодетекторов, не кратных  $N = 2^n$ , то для использования алгоритмов Кули – Таки необходимо или обрезать количество точек, или увеличить их какими-то произвольными значениями.

При числе точек, близком к  $N = 2^n$  (например, массив 8000 элементов можно увеличить, добавляя какие-то числа до массива размером 8192 элементов), это приводит к существенным ограничениям. Например, массив 6000 элементов можно заменить массивом 4096 элементов, что приведет к потере существенной информации, или массивом 8192 элементов, что приведет к большим погрешностям вычисления преобразования Фурье.

Оценим вычислительную сложность преобразования БПФ строки размером 8000 (см. рис. 1). Особенностью данного подхода является расщепление длинных строк и столбцов на двумерные прямоугольные массивы. Она составляет 177 600 комплексных операций, а для БПФ этой же строки (8192) составляет 159 744. Отсюда следует, что эффективность рассматриваемого алгоритма сопоставима с эффективностью алгоритма БПФ.

Вычислительную сложность преобразования для 6000 элементов в столбце составила 123 200 операций, а для БПФ по основанию два (8192) составила 159 744 операции с учетом дополнения строки размером 6000 элементов до ближайшего размера, кратного степени 2 (8192).

Общее число операций для изображения  $8000 \times 60\,000$  составило  $6000 \times 177\,600 + 8000 \times 123\,200 = 2\,051\,200\,000$ , а для изображения  $8192 \times 8192$  (с учетом дополнения)  $2 \times 8192 \times 159\,744 = 2\,617\,245\,696$  операций. Выигрыш составил 1,28 раза.

В алгоритмах учитывается только число комплексных операций сложения и умножения, однако важно учитывать и число пересылок при реализации алгоритмов. Например, после одномерных операций по строкам необходимо транспонировать матрицу, а затем сделать еще одно транспонирование. На это уходит значительное время, сравнимое с числом операций сложения и умножения. В зависимости от конкретной реализации алгоритма скорость вычислений может существенно отличаться от указанной в таблице.

#### 4. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА БПФ С РАЗБИЕНИЕМ НА СОСТАВНЫЕ МНОЖИТЕЛИ

Для проверки алгоритма проводилась расшифровка оцифрованной голограммы размером  $8192 \times 8192$  методом Кули – Таки и голограммы  $8000 \times 6000$  с разбиением на составные множители (рис. 2).

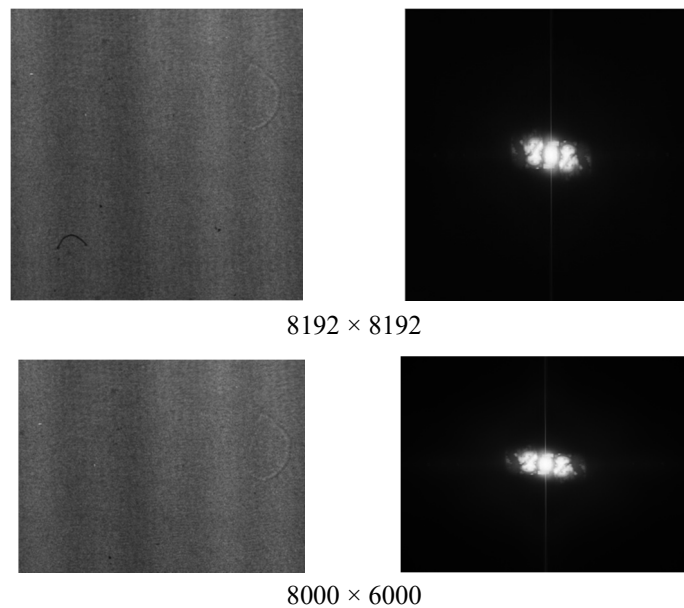


Рис. 2. Цифровые голограммы (слева) и восстановленные из изображения (справа)

Fig. 2. Digital holograms (left) and holograms reconstructed from the image (right)

Вычисления проводились с использованием процессора Intel(R) Core(TM) i3-4130 CPU 3.40GHz. Программы реализовывались на языке C#.

Время выполнения методом Кули – Таки 27,6 с, а с разбиением на составные множители – 91,35 с.

Скорость алгоритма с разбиением на составные множители можно существенно увеличить, если уменьшить число пересылок.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Преобразование Фурье и его быстрые реализации (БПФ) широко используются во многих приложениях науки и техники для анализа и преобразования сигналов [13, 14]. Наиболее распространенным является алгоритм Кули – Тьюки [5]. Алгоритм позволяет выразить дискретное преобразование Фурье длины, равной произвольному составному числу, через определенное количество преобразований меньшей длины с помощью рекурсии, понижая таким образом сложность вычислений. Имеется более сотни разновидностей данного алгоритма [15, 16]. Их недостатком является ограничение на размер преобразуемого массива, который должен быть кратен двум в степени  $n$ .

БПФ – это всего лишь алгоритм эффективного вычисления дискретного преобразования Фурье (ДПФ), поэтому результаты вычисления БПФ и ДПФ получаются абсолютно идентичными.

Для регистрации голограмм необходимо повышенное пространственное разрешение, поэтому для них используются современные фотоматрицы размером  $8000 \times 6000$  с размером одного пикселя  $1,3 \times 1,3$  мкм [7] и  $16\,384 \times 12\,288$  [8] пикселей с размером одного элемента  $0,56$  мкм. Некоторые размеры детекторов сильно отличаются от  $N = 2^n$ . При использовании алгоритмов Кули – Тьюки приходится или ограничивать область, или добавлять какие-то произвольные значения, что ведет к заметным искажениям. Поэтому необходимо разработать алгоритмы с разбиением на составные множители для точного размера элементов детектора.

Алгоритмы с расщепленным основанием [11] описаны в виде довольно сложных математических выражений. Это снижает их востребованность. В настоящей работе представлена простая практическая реализация быстрого преобразования Фурье для изображений с произвольными размерами, которая позволит широко использовать эти алгоритмы в инженерной практике.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Leith E.N., Upatnieks J.* Reconstructed wavefronts and communication theory // Journal of the Optical Society of America. – 1962. – Vol. 52. – P. 1123–1130.
2. *Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л.* Оптическая голография. – М.: Мир, 1973. – 686 с.
3. *Миллер М.* Голография. – Л.: Машиностроение, 1979. – 140 с.
4. *Гужов В.И.* Компьютерная голография. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. – 270 с. – ISBN 978-5-8114-3410-7.
5. *Cooley J.W., Tukey J.W.* An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series // Mathematics of Computation. – 1965. – Vol. 19 (90). – P. 297–301. – DOI: 10.2307/2003354.
6. *Гужов В.И., Захаров К.В., Чернов О.В.* Регистрация голограмм с наклонным опорным пучком с помощью современных фотоматриц // Инженерный вестник Дона. – 2023. – № 9. – URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2023/8673>.
7. Camera-sensor IMX689 from Sony. – URL: <https://www.deviceranks.com/en/camera-sensor/721/sony-imx689-exmor-rs> (accessed: 04.03.2024).
8. Samsung Isocell HP 3. – <https://semiconductor.samsung.com/image-sensor/mobile-image-sensor/isocell-hp3/> (accessed: 04.03.2024).
9. *Johnson S.G., Frigo M.* A modified split-radix FFT with fewer arithmetic operations // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2007. – Vol. 55 (1). – P. 111–119. – DOI: 10.1109/TSP.2006.882087.
10. Алгоритм БПФ составной длины / DSPLIB.org. – URL: [https://ru.dsplib.org/content/fft\\_composite/fft\\_composite.html](https://ru.dsplib.org/content/fft_composite/fft_composite.html)? (дата обращения: 04.03.2024).



11. Глинченко А.С. Цифровая обработка сигналов. В 2 ч. Ч. 2. – Красноярск: Изд-во КГТУ, 2001. – 184 с.
12. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
13. Рассел Д. Быстрое преобразование Фурье. – М.: VSD, 2012. – 650 с.
14. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. – 2-е изд. – М.: Бином, 2011. – 656 с.
15. Старовойтов А.В. О многомерном аналоге алгоритма Кули – Тьюки // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2010. – № 1 (27). – С. 69–73.
16. Noskov M.V., Tutatchikov V.S. Modification of a two-dimensional Fast Fourier Transform algorithm by the analog of the Cooley – Tukey algorithm for a rectangular signal // Pattern Recognition and Image Analysis. – 2015. – Vol. 25 (1). – P. 81–83. – DOI: 10.1134/S1054661815010137.

*Гужов Владимир Иванович*, профессор кафедры систем сбора и обработки данных государственного технического университета, доктор технических наук. Автор 280 научных работ, в том числе обладатель четырех патентов. Область научных интересов: информационно-измерительные системы, высокоточные измерения, программная инженерия. E-mail: vigguzhov@gmail.com

*Ильиных Сергей Петрович*, профессор кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета, доктор технических наук. Автор более 170 научных работ, в том числе учебника НГТУ и четырех патентов. Область научных интересов: разработка алгоритмов анализа изображений в оптических измерительных системах. E-mail: isp51@yandex.ru

*Андрющенко Екатерина Вадимовна*, аспирантка Новосибирского государственного технического университета. Специальность 2.2.12. «Приборы, системы и изделия медицинского назначения». Область научных интересов – повышение разрешения оптических систем. E-mail: andrushenkov@gmail.com

*Guzhov Vladimir I.*, professor at the Department of Data Acquisition and Processing Systems in the Novosibirsk State Technical University, Doctor of Technical Sciences). He is the author of 280 scientific works, including 4 patents. His research interests include information-measuring systems, high-precision measurements, and software engineering. E-mail: vigguzhov@gmail.com

*Ilinykh Sergey P.*, professor at the Department of Computer Science in the Novosibirsk State Technical University, Doctor of Technical Sciences. He is the author of more than 170 scientific works, including the textbook of NSTU and 4 patents. His research interests cover the development of algorithms for image analysis in optical measurement systems. E-mail: isp51@yandex.ru

*Andryushchenko Ekaterina V.*, post-graduate student in Novosibirsk State Technical University. Specialization 2.2.12. "Devices, systems and medical devices". Her research interests include increasing the resolution of optical microscopy based on spatial subpixel shifts. E-mail: andrushenkov@gmail.com

### ***Fast Fourier transform algorithm for image reconstruction from digital holograms recorded using photomatrices of arbitrary size\****

V.I. GUZHOV<sup>a</sup>, S.P. ILINYKH<sup>b</sup>, E.V. ANDRYUSHCHENKO<sup>c</sup>

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk 630073, Russian Federation

<sup>a</sup> vigguzhov@gmail.com   <sup>b</sup> isp51@yandex.ru   <sup>c</sup> andrushenkov@gmail.com

#### **Abstract**

The paper considers the possibility of practical realization of the FFT used for the restoration of rectangular images obtained during the restoration of digital holograms registered in the Fraunhofer zone by photodetector matrices whose sizes have bases not multiple of two. The algorithm is based on splitting the rows and columns of the matrix into submatrices with different bases. It is shown that the main problem in the development of algorithms of this class is the complexity of the structure of algorithms. A block diagram of the use of composite multipliers is demonstrated on the example of a row of a photodetector matrix of size 8000 points, from which the partitioning into composite multipliers becomes clear. Matrixes of photodetectors with such number of pixels have the size of one pixel  $1,3 \times 1,3$  microns which allows registering digital holograms directly on the matrix of photodetector as to register holograms increased spatial resolution is necessary, therefore photodetectors with the size of  $8000 \times 6000$  and  $16\,384 \times 12\,288$  pixels are used for them. Note that often recommended addition of the transformed sequence to a multiple of a power 2 (zero padding) leads to oversampling and distortion of the phase spectrum, which is not applicable for phase measurements.

For practical realization we interpret the composite length FFT algorithm as a two-dimensional transform. The step-by-step algorithm of FFT realization for image reconstruction from digital holograms of  $8000 \times 6000$  size is considered. The efficiency of the proposed algorithm is evaluated. It is shown that the efficiency of this algorithm is comparable with the efficiency of the FFT algorithm, but unlike the latter, the restriction on the multiplicity of the basis is removed. The computational complexity of the transformation for 6000 elements in the column was 123 200, and for the FFT on base two (8192) was 159 744, taking into account padding a row of size 6000 to the nearest power of size 2 (8192). Recommendations for splitting bases with arbitrary sizes are given.

**Keywords:** Fast Fourier transform, discrete Fourier transform, Fraunhofer zone, photographic matrix, image, holography, digital hologram, split base

#### **REFERENCES**

1. Leith E.N., Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory. *Journal of the Optical Society of America*, 1962, vol. 52, pp. 1123–1130.
2. Collier R.J., Burckhardt C.B., Lin L.H. *Opticheskaya golografiya* [Optical holography]. Moscow, Mir Publ., 1973. 686 p. (In Russian).
3. Miler M. *Golografiya* [Holografie]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1979. 140 p. (In Russian).
4. Guzhov V.I. *Komp'yuternaya golografiya* [Computer holography]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2018. 270 p. ISBN 978-5-8114-3410-7.

---

\* Received 26 January 2024.

The research was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation within the framework of scientific project No. 24-29-00006 "Development of methods for digital holographic interferometry".

5. Cooley J.W., Tukey J.W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, 1965, vol. 19 (90), pp. 297–301. DOI: 10.2307/2003354.
6. Guzhov V.I., Zakharov K.V., Chernov O.V. Registratsiya gologramm s naklonnym opornym puchkom s pomoshch'yu sovremennykh fotomatrits [Registration of holograms with an inclined reference beam using modern photosensors]. *Inzhenernyi vestnik Dona = Engineering Journal of Don*, 2023, no. 9. Available at: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2023/8673>.
7. *Camera-sensor IMX689 from Sony*. Available at: <https://www.deviceranks.com/en/camera-sensor/721/sony-imx689-exmor-rs> (accessed 04.03.2024).
8. *Samsung Isocell HP 3*. Available at: <https://semiconductor.samsung.com/image-sensor/mobile-image-sensor/isocell-hp3/> (accessed 04.03.2024).
9. Johnson S.G., Frigo M. A modified split-radix FFT with fewer arithmetic operations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, vol. 55 (1), pp. 111–119. DOI: 10.1109/TSP.2006.882087.
10. DSPLIB.org. *Algoritm BPF sostavnoi dliny* [Compound Length FFT Algorithm]. Available at [https://ru.dsplib.org/content/fft\\_composite/fft\\_composite.html?](https://ru.dsplib.org/content/fft_composite/fft_composite.html?) (accessed 04.03.2024).
11. Glinchenko A.S. *Tsifrovaya obrabotka signalov*. V 2 ch. Ch. 2 [Digital signal processing. In 2 pt. Pt. 2]. Krasnoyarsk, KGTU Publ., 2001. 184 p.
12. Blahut R.E. *Bystrye algoritmy tsifrovoi obrabotki signalov* [Fast algorithms for digital signal processing]. Moscow, Mir Publ., 1989. 448 p. (In Russian).
13. Russell J. *Bystroie preobrazovanie Fur'e* [Fast Fourier transform]. Moscow, VSD Publ., 2012. 650 p. (In Russian).
14. Lyons R. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Understanding digital signal processing]. 2nd ed. Moscow, Binom Publ., 2011. 656 p. (In Russian).
15. Starovoytov A.V. O mnogomernom analoge algoritma Kuli-T'yuki [About multidimensional analog of algorithm of Cooley–Tukey]. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika M.F. Reshetneva = Vestnik SibGAU*, 2010, no. 1 (27), pp. 69–73. (In Russian).
16. Noskov M.V., Tutatchikov V.S. Modification of a two-dimensional Fast Fourier Transform algorithm by the analog of the Cooley–Tukey algorithm for a rectangular signal. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2015, vol. 25 (1), pp. 81–83. DOI: 10.1134/S1054661815010137.

Для цитирования:

Гужов В.И., Ильиных С.П., Андриященко Е.В. Алгоритм быстрого преобразования Фурье для восстановления изображений из голограмм, зарегистрированных с помощью фотоматриц произвольного размера // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 1 (93). – С. 71–81. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-71-81.

For citation:

Guzhov V.I., Ilinykh S.P., Andryushchenko E.V. Algorithm bystrogo preobrazovaniya Fur'e dlya vosstanovleniya izobrazhenii iz gologramm, zaregistrirrovannykh s pomoshch'yu fotomatrity proizvol'nogo razmera [Fast Fourier transform algorithm for image reconstruction from digital holograms recorded using photomatrices of arbitrary size]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2024, no. 1 (93), pp. 71–81. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-71-81.