

# Новый способ устранения влияния нулевого пучка при цифровом восстановлении изображений из голограмм

Гужов В.И., Денежкин Е.Н., Зарубин Н.С.

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

**Аннотация:** Голограммы образуются в результате интерференции объектного пучка, отраженного от изучаемого объекта и известной опорной волны. Интерференция волн – явление усиления или ослабления амплитуды результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами складывающихся в пространстве двух (или нескольких) волн. Для восстановления голограмму освещают световой волной, аналогичной той, что была использована при записи. В этом случае голограмма работает как синусоидальная дифракционная решетка. В результате преобразования свободного пространства дифрагированные световые волны различных порядков образуют виртуальное изображение записанного объекта. При небольших углах сдвига возникает наложение волновых фронтов 0 и  $\pm 1$  порядков дифракции. Поэтому восстановленные изображения при небольших углах между интерферирующими пучками отличаются очень низким качеством. Для успешного разделения действительного и мнимого изображений от влияния паразитных составляющих обычно используют частотную фильтрацию. К сожалению, такая обработка искажает и частотные составляющие полезного сигнала в случае перекрытия их спектров. В работе предложен новый способ разделения сигналов в частотной области, основанный на создании повторяющихся реплик спектров. Такие реплики могут возникать в результате разряжения нулями значений сигнала. В этом случае спектр дискретного сигнала будет периодически повторяющейся функцией. Если вместо нулей повторить исходные значения, то влияние центрального пучка в периодически повторяющихся репликах будет существенно ослаблено. Для демонстрации метода использовалась реальная голограмма, зафиксированная на фотопластинке. Угол между опорным и объектным пучками составил 10 градусов. Для оцифровки голограммы использовался модифицированный оптический микроскоп с микрообъективом 8X. Пространственное разрешение такого микрообъектива составляет 1,5 мкм. Показаны результаты устранения центрального пучка в репликах восстановленного изображения. Недостатком алгоритма является увеличение размера исходной голограммы и, как следствие, увеличение времени расшифровки.

**Ключевые слова:** голография, обработка изображений, интерференция, цифровая голография.

## ВВЕДЕНИЕ

Голограммы образуются в результате интерференции объектного пучка, отраженного от изучаемого объекта и известной опорной волны. От классических интерференционных картин они отличаются тем, что объектный пучок отражается от объектов с диффузной поверхностью [1, 2].

Для восстановления голограмму освещают световой волной, аналогичной той, что была использована при записи. В этом случае голограмма работает как дифракционная решетка, и в результате преобразования свободного пространства дифрагированные световые волны различных порядков образуют виртуальное изображение записанного объекта.

Волны, возникающие при различных порядках дифракции, могут перекрываться. Для успешного восстановления действительного и мнимого изображений от влияния паразитных составляющих нулевого пучка обычно используют частотную фильтрацию. К сожалению, такая обработка искажает и частотные составляющие полезного сигнала в случае перекрытия их спектров.

В этой статье авторами предложен новый способ разделения сигналов в частотной области, основанный на создании

повторяющихся реплик спектров избавленный от этого недостатка.

## I. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИЗ ГОЛОГРАММЫ

Основные приемные устройства оптического сигнала не позволяют непосредственно регистрировать комплексную амплитуду поля, а реагируют лишь на интенсивность принимаемого излучения.

Тонкая голограмма - это двухмерное поле интенсивностей, которое образуется в результате интерференции двух волновых фронтов. Один из фронтов – объектный отражается от объекта, другой опорный, форма которого обычно известна. В качестве опорных фронтов наиболее часто используются плоские или сферические волновые пучки, которые наиболее просто сформировать с помощью оптических элементов

После отражения от поверхности объекта над волновым фронтом происходит некоторое преобразование, которое описывается интегралом Френеля или Фурье в зависимости от расстояния  $d$  [3].

В результате интерференции объектного и опорного волнового фронтов образуется голограмма (Рис. 1).

Интерференция волн – явление усиления или ослабления амплитуды результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами складывающихся в пространстве двух (или нескольких) волн. При рассмотрении интерференции ниже предполагается, что распространяющиеся от источников волны являются строго монохроматическими и когерентными. Колебания называются когерентными, если разность их фаз остаётся постоянной (или закономерно изменяется) во времени. Тогда характерное распределение амплитуд с чередующимися максимумами и

минимумами остается неподвижным в пространстве.

Пусть координатная система голографической пластинки обозначена  $(x, y)$ , тогда комплексная амплитуда объектной волны может быть записана как

$$U_0(x, y) = A_0(x, y) \exp[i\phi_0(x, y)], \quad (1)$$

где  $A_0$  – амплитуда, а  $\phi_0$  – фаза объектной волны. В качестве опорной волны наиболее часто используются плоские или сферические волны.

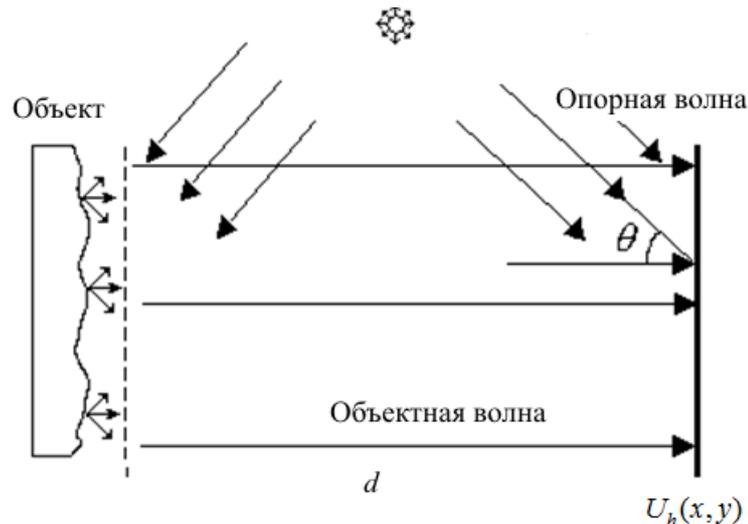


Рис. 1. Образование голографической картины

Аналогично для опорной волны можно записать

$$U_r(x, y) = A_r(x, y) \exp[i\phi_r(x, y)], \quad (2)$$

где  $A_r$  – амплитуда, а  $\phi_r$  – фаза опорной волны.

Когда объектная и опорная волна интерферируют на поверхности светочувствительной среды, образуется интерференционная картина, которая может быть представлена следующим образом

$$\begin{aligned} U_h(x, y) &= |U_0(x, y) + U_r(x, y)|^2 = \\ &= |U_0(x, y) + U_r(x, y)| \cdot |U_0(x, y) + U_r(x, y)|^* = \\ &= A_0^2 + A_r^2 + A_0 A_r e^{i[\phi_0(x, y) - \phi_r(x, y)]} + A_0 A_r e^{-i[\phi_0(x, y) - \phi_r(x, y)]} = \\ &= A_0^2 + A_r^2 + 2A_0 A_r \cos(\phi_0(x, y) - \phi_r(x, y)) \end{aligned} \quad (3)$$

где  $*$  обозначает комплексно-сопряженную величину.

Поле интенсивностей, формирующее голограмму, будет пропорционально амплитуде  $U_h(x, y)$ . Светочувствительная среда обычно плоская. В классической голографии в качестве светочувствительной среды используют

пластинку, покрытую слоем фотоэмульсии. При формировании голограммы выдерживается экспозиция, зависящая от интенсивности света и свойств эмульсии, затем голограмма проявляется.

Предположим, что фотопластинка обработана так, что ее амплитудное пропускание равно регистрируемой интенсивности. Тогда математически процесс дифракции можно записать в виде умножения голограммы  $U_h(x, y)$  на сопряженный опорный пучок  $A_{r1}^*(x, y)$

$$\begin{aligned} U(x, y) &= U_h(x, y) \cdot A_{r1}^*(x, y) = \\ &= U_h(x, y) \cdot A_{r1}(x, y) e^{-i\phi_r(x, y)} = \\ &= [A_0^2 + A_r^2 + A_0 A_r e^{i[\phi_0(x, y) - \phi_r(x, y)]} + \\ &+ A_0 A_r e^{-i[\phi_0(x, y) - \phi_r(x, y)]}] \cdot A_{r1}(x, y) e^{-i\phi_r(x, y)} = \\ &= A_0^2 A_{r1} e^{-i\phi_r(x, y)} + A_r^2 A_{r1} e^{-i\phi_r(x, y)} + \\ &+ A_0 A_r A_{r1} e^{i[\phi_0(x, y)]} + A_0 A_r A_{r1} e^{-i[\phi_0(x, y) - 2\phi_r(x, y)]} \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение (4) описывает волновое поле сразу же за голограммой. Сразу же после

плоскости голограммы (плоскость 1) образуются следующие четыре волны (Рис. 2):

- Первая и вторая волны распространяются в направлении восстанавливающего пучка. Эти составляющие являются помехой в восстановленном сигнале (нулевой пучок).
- В направлении, перпендикулярном плоскости голограммы, распространяется исходная волна света, которая соответствует мнимому изображению.
- В направлении  $2\phi_r$  распространяется волна, являющаяся точной копией исходной (действительное изображение).

Для восстановления исходных волновых фронтов можно воспользоваться преобразованием Френеля или Фурье и на

некотором расстоянии  $d'$  можно восстановить точную копию исходной волны. На этом расстоянии получим действительное, мнимое и изображение центрального пятна (плоскость 2 на Рис. 2).

Как видно из выражения (3) голограмма имеет вид плоской синусоидальной амплитудной решетки. Рассмотрим процесс восстановления для одномерного случая. Пусть полосы распределены в направлении  $y$  [4], тогда

$$U_h(x) = t_0 + t_1 \cos[2\pi\xi_r y], \quad (5)$$

где  $\xi_r$  - величина, обратная периоду полос (см. Рис. 3).

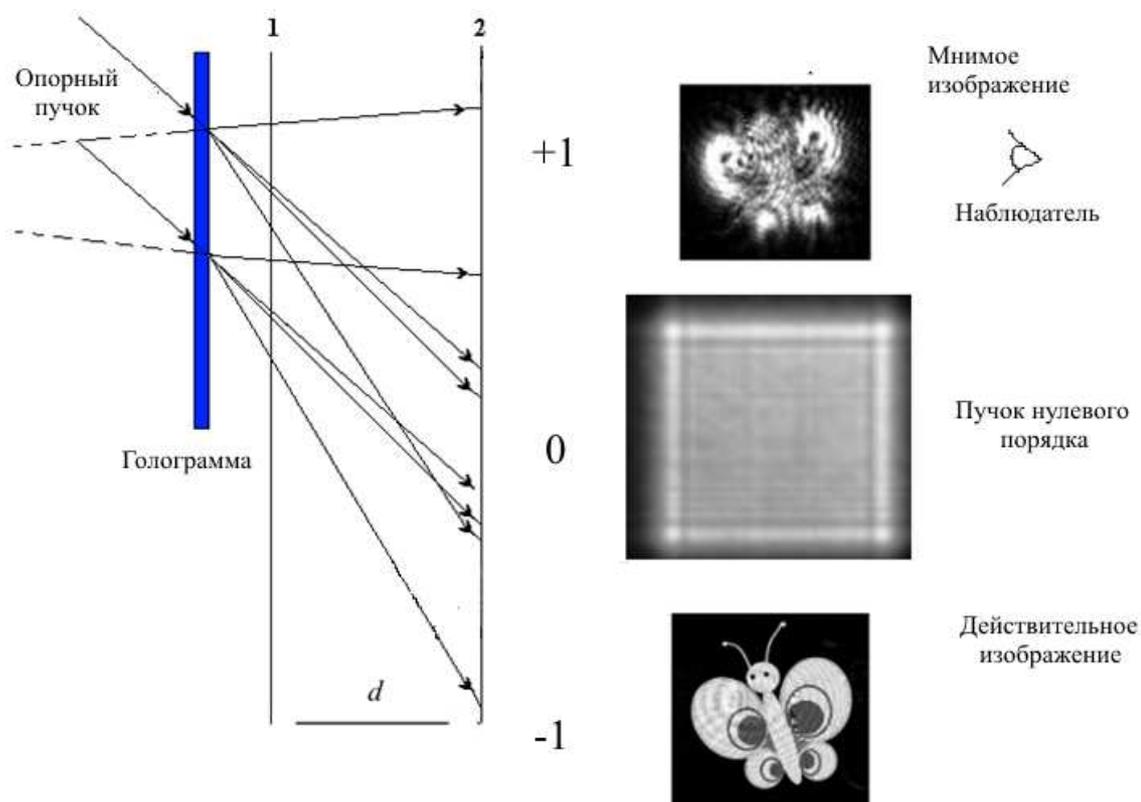


Рис. 2. Формирование мнимого и действительного изображения

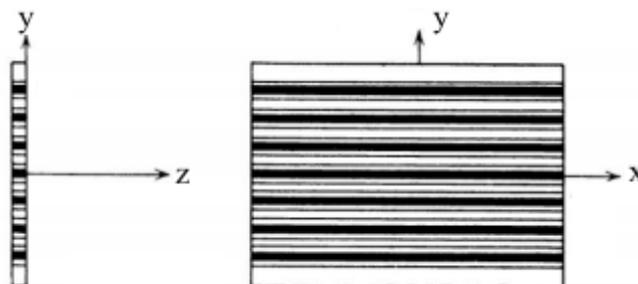


Рис. 3. Плоская синусоидальная решетка

Учитывая, что функцию косинус можно представить в виде суммы двух экспонент, получим

$$U_h = t_0 + \frac{1}{2}t_1 \exp[-i2\pi\xi_r y] + \frac{1}{2}t_2 \exp[i2\pi\xi_r y]. \quad (5)$$

Пусть на решетку падает плоская монохроматическая волна, распространяющаяся в направлении  $z$ . Комплексная амплитуда этой волны определяется как

$$U_0(x, y, z) = A_{r1}(x) e^{-i\frac{2\pi z}{\lambda}} = A_{r1}(x) e^{-i2\pi\xi_r z}. \quad (6)$$

$$U_0(x, y, 0) = A_{r1}t_0 + \frac{1}{2}A_{r1}t_2 \exp[i2\pi\xi_y y] + \frac{1}{2}A_{r1}t_1 \exp[-i2\pi\xi_y y]. \quad (7)$$

Далее эти три волновых фронта распространяются в направлении  $z$ .

Обозначим спектр объектного пучка  $S(\xi, \eta)$  и представим его графически на Рис. 5.

В этом случае дифракция на плоской синусоидальной решетке разделяется на три компонента (см. Рис. 2.10).

Одна из них распространяется в прямом направлении, а две другие по направлениям, угол распространения которых задается периодом решетки. Сразу же за голограммой образуется 3 волны

Тогда спектр световой волны после восстановления можно графически представить следующим образом (см. Рис. 6)

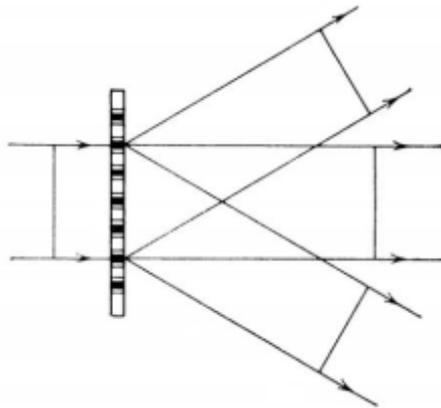


Рис. 4. Дифракция на синусоидальной амплитудной решетке (падающая плоская волна разделяется на три компонента)

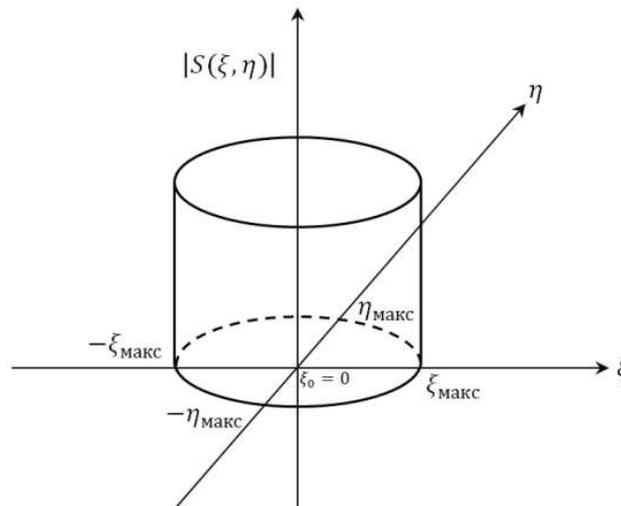


Рис. 5. Спектр объектного пучка

Первое слагаемое в формуле (7) образует постоянную составляющую, находящуюся в нулевом порядке дифракции (нулевой пучок). Ширина спектра нулевого пучка определяется спектром  $S(\xi, \eta)$ , и составит  $4\xi_{\max}$  по оси  $\xi$  и

$4\eta_{\max}$  по оси  $\eta$ . Центр функции совпадает с пространственной частотой, соответствующей наклону освещающего пучка.

Второе слагаемое с точностью до известного множителя формирует собой точную копию

исходного поля из которого формируется мнимое изображение объекта. Величина ее спектра пропорциональна спектру  $S(\xi, \eta)$ . Ее центр находится в точке  $(\xi = -2\xi_r, \eta = -2\eta_r)$ , что соответствует первому порядку дифракции.

Последний член в (7) формирует волновой фронт, комплексно сопряженный объектному волновому фронту в плоскости голограммы. Это слагаемое образует еще одно изображение

объекта, которое называется действительным изображением (или парным изображением), и спектр которого равен  $S(\xi, \eta)$ . Действительное изображение образуется в  $-1$  порядке дифракции.

В плоскости формирования изображения образуются пучки соответствующие действительному и мнимому изображениям (Рис. 2 и 4).

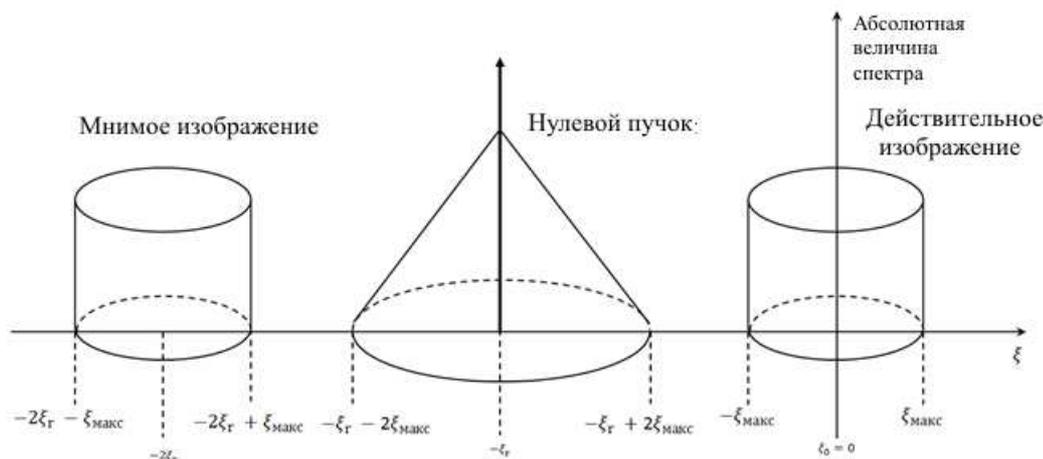


Рис. 6. Спектр световой волны после восстановления сразу же за голограммой

Использование опорной волны с высокой пространственной частотой (с большим углом наклона  $\theta$ ) обеспечивает угловое разделение спектров, образующихся в 0, 1 и -1 порядках дифракции. Чтобы избежать наложения волны нулевого порядка на волны, образующие изображение, опорная пространственная частота  $\xi$  должна удовлетворять соотношению

$$|\xi_r - \xi_0| \geq 3\xi_{макс} \quad (8)$$

где  $\xi_0$  - центральная пространственная частота спектра объекта (в приведенном примере равна нулю). Из этого выражения видно, что для записи голограммы необходим регистрирующий материал, способный записывать частоты полос, которые в несколько раз превосходят наивысшую пространственную частоту объекта.

В оригинальной оптической установке Д. Габора [1], опорная и объектная волны расположены вдоль оси, нормальной к фотографической пластинке. При восстановлении возникает наложение волновых фронтов 0 и  $\pm 1$  порядков дифракции. Поэтому восстановленные изображения отличались очень низким качеством.

Э. Лейт и Ю. Упатниекс [2] решили проблему разделения перекрытия пучков следующим образом: опорный пучок света они направили на фотопластинку под довольно большим углом с пучком света отраженным от объекта. На практике для расхождения действительной и мнимой части от централь-

ного пучка необходимы углы более 30 градусов. В этом случае расстояние между полосами интерференционной картины становится очень малым. Однако в этом случае разрешение регистрирующего материала должно быть больше 2000-3000 лин/мм.

Если разрешение меньше приходится использовать меньшие углы, что приводит к неизбежному перекрытию спектров.

## II. ВОЗНИКНОВЕНИЕ РЕПЛИК СПЕКТРА

Рассмотрим, что произойдет со спектром объекта если его значения разрядить нулями.

Пусть объект представляет из себя синусоидальную решетку (см. Рис. 7).

Тогда в частотной области амплитуда сигнала будет представлять собой три пика. Центральный пик на 256 отсчете и два пика, соответствующих числу полос. Чем больше частота, тем больше пики будут разезжаться от центрального пика.

Если изображение увеличить, добавляя нули после каждой точки, то спектр будет повторяться с некоторым периодом. На Рис 9. показан спектр сигнала с добавлением нуля после каждой точки.

Из рисунка видно, что в этом случае образуются реплики спектра. Период повторения реплик соответствует размеру исходного объекта [5].

Пусть вместо добавлений между исходными значениями нулей, мы просто повторим исходные значения (Рис. 9).

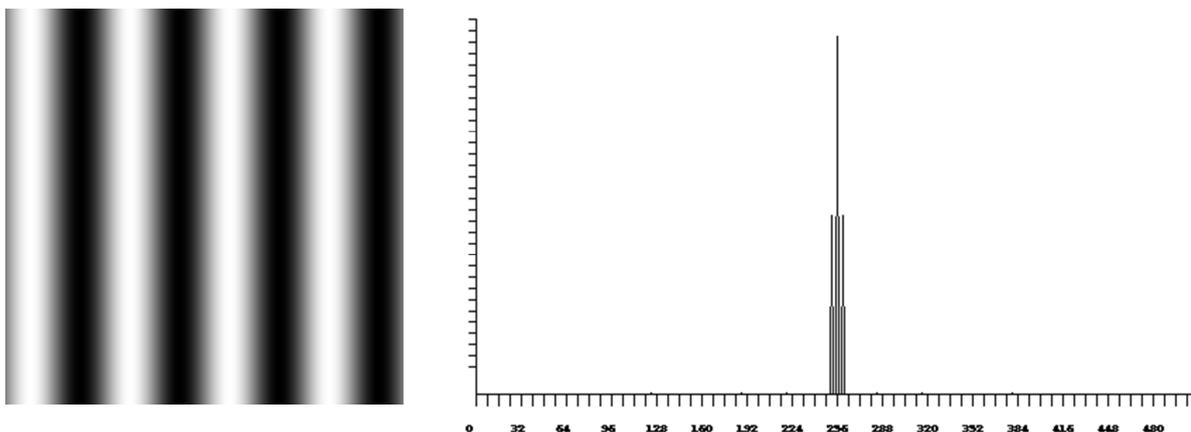


Рис. 7. Синусоидальные полосы (размер объекта 512x512 пикселя, 4 полосы, диапазон яркости от 0 до 256), справа: спектр по строке

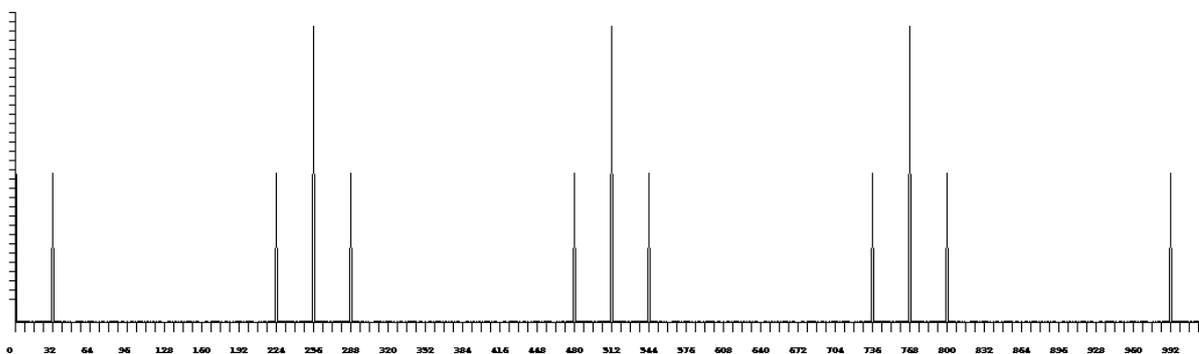


Рис. 8. Спектр сигнала с частотой 32 полосы увеличенный 3 нулями. Размер исходного объекта 256x256 пикселя, результирующего 1024x256

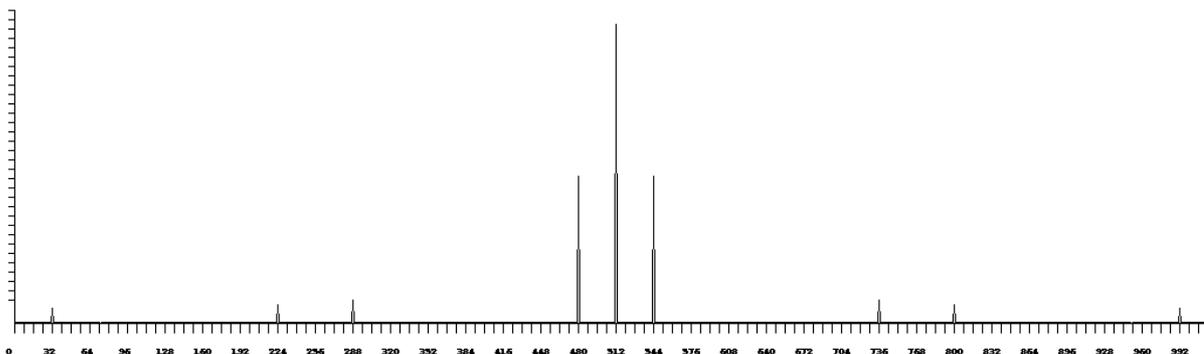


Рис. 9. Спектр сигналов с частотой 32 полосы увеличенный 3 повторениям исходной величины. Размер исходного объекта 256x256 пикселя, результирующего 1024x256

Из рисунка видно, что спектр повторяется, но центральный пик отсутствует в репликах спектра.

### III. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИЗ ГОЛОГРАММ ПРИ ПЕРЕКРЫТИИ СПЕКТРОВ

Поскольку расшифровка голограмм основана на преобразовании Фурье [3], спектр сигнала будет соответствовать действитель-

ному, мнимому изображениям и центральному пучку. Поэтому для разделения изображений можно воспользоваться алгоритмом образования реплик спектра.

На Рис. 10 показана голограмма размером 1728x1252 пикселей. Справа восстановленное из неё действительное и мнимое изображения.

Для оцифровки использовался модифицированный оптический микроскоп [6, 7]. Устройство оцифровки имеет ограниченное разрешение, определяемое микрообъективом.

Для используемого объектива 8X разрешение составляет около 1,5 мкм. Поэтому при получении голограмм использовался угол 10 градусов между опорным и объектным пучками.

Видно, что в этом случае нулевой пучок перекрывает действительное и мнимое изображения.

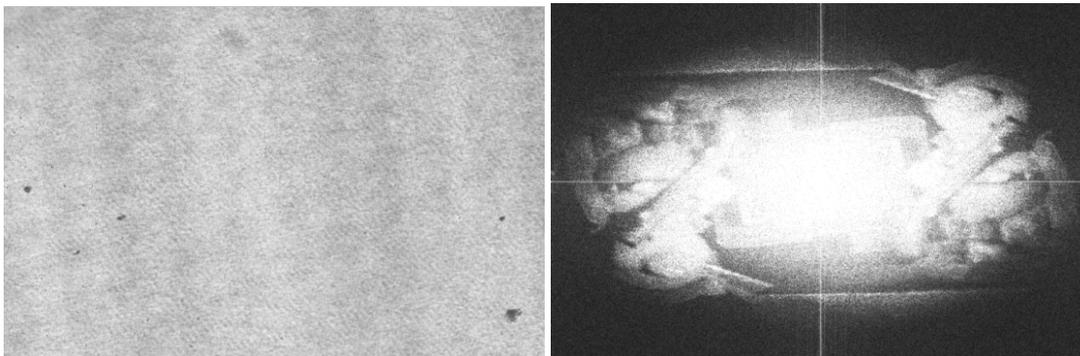


Рис. 10. Голограмма и восстановленное из неё действительное и мнимое изображения

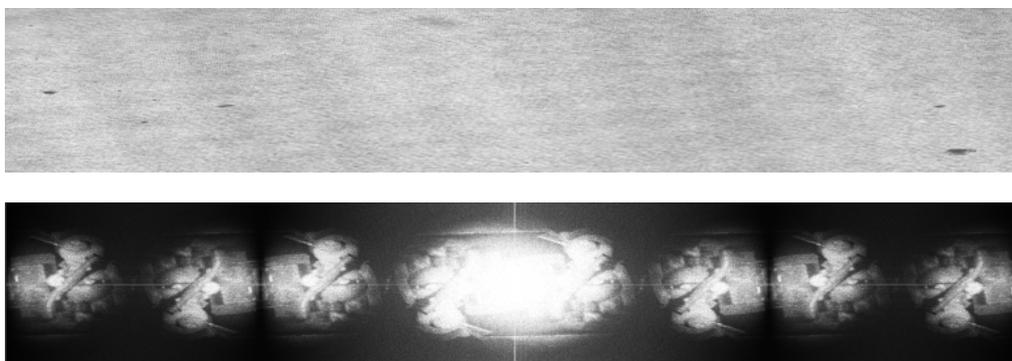


Рис. 10. Голограмма, полученная четырехкратным повторением значений, и восстановленные из неё действительные и мнимые изображения

На Рис. 11 показана голограмма размером 6912x1252 пикселей, полученная простым повторением значений по  $x$  координате в 4 раза. Снизу: восстановленное из неё действительное и мнимое изображения.

Видно, что в репликах спектра влияние центрального пучка отсутствует. Взяв вторую или третью реплики можно получить неискаженное изображение. На Рис. 10 показано сравнение действительных изображений.

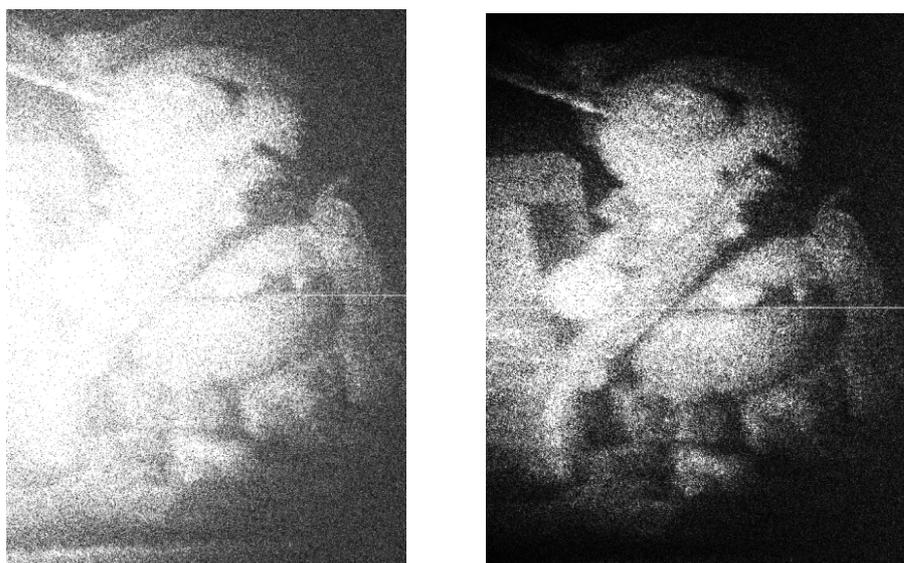


Рис. 11. Сравнение действительных изображений (слева в области с центральным пучком, справа в области второй реплики)

Недостатком алгоритма является увеличение размера исходной голограммы и, как следствие, увеличение времени расшифровки.

## ВЫВОДЫ

В работе описан новый способ разделения сигналов в частотной области, основанный на создании повторяющихся реплик спектров. Такое повторение достигается простым повторением значений голограммы.

В отличие от использования частотных фильтров искажения спектра полезного сигнала не происходит. Однако увеличение размера голограммы приводит к увеличению времени расшифровки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований «Разработка и исследование методов компьютерной голографической интерферометрии объектов сложной формы» (Грант № 18-08-00580 А).

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gabor, D. A new microscopic principle / D. Gabor // Nature. – 1948. – Vol. 161. – P. 777-778. (перевод в Дж. У. Струок, Введение когерентную оптику и голографию, М., «Мир», 1967, стр. 262—301)
- [2] Leith, E.N. Reconstructed wavefronts and communication theory / E.N. Leith, J. Upatnieks // Journal of the Optical Society of America. – 1962. – Vol. 52. – P. 1123-1130.
- [3] Гужов В.И. Математические методы цифровой голографии.: Учеб.пособие.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017.-80с.
- [4] Вест Ч. Голографическая интерферометрия. - М.: Мир. 1982. -503 с.
- [5] Дискретизация изображений в реальных системах с помощью обобщенных функций / Гужов В.И., Марченко И.О., Хайдуков Д.С., Ильиных С.П. // Автоматика и программная инженерия, Новосибирск, – 2016. №4(18) – С. 45–52
- [6] Модификация оптических микроскопов / Гужов В.И., Ильтимиров Д.В., Хайдуков Д.С., Чернов О.В., Полуbinsкий С.Л. // Автоматика и

программная инженерия, Новосибирск. 2016.- №2(16) С. 71–76

- [7] В.И. Гужов, Е.Н. Денежкин, О.В. Чернов, Н.С. Зарубин. Восстановление изображений из реальных голограмм, зафиксированных на фотопластинках // Автоматика и программная инженерия, Новосибирск, 2017. № 1 (19). С. 76–80.



**Владимир Гужов** - профессор кафедры ССОД Новосибирского Государственного Технического университета, профессор, доктор технических наук. Автор более 200 научных работ. E-mail: [vigguzhov@gmail.com](mailto:vigguzhov@gmail.com) 630073, Новосибирск, просп. К.Маркса, д. 20

**Никита Зарубин** – магистр 2 курса. Область научных интересов: информационно-измерительные системы. E-mail: [zryvzarubinn@yandex.ru](mailto:zryvzarubinn@yandex.ru) 630073, Новосибирск, просп. К.Маркса, д. 20



**Евгений Денежкин** - доцент Новосибирского государственного технического университета, кандидат технических наук. E-mail: [denezhkin@corp.nstu.ru](mailto:denezhkin@corp.nstu.ru) 630073, Новосибирск, просп. К.Маркса, д. 20

Статья поступила в редакцию 29 января 2018 г.

## A new Method for Eliminating the Effect of a Zero Beam in the Digital Reconstruction of Images from Holograms

V.I. Guzhov, E.N. Denegkin, N.S. Zarubin

Novosibirsk State Technical University

*Abstract:* Holograms are formed as a result of interference of a light beam reflected from the object under study and a known reference wave. The interference of waves is a phenomenon of amplification or weakening of the amplitude of the resulting wave as a function of the relationship between the phases of two (or several) waves interacting in space. To restore images, the hologram is illuminated by a light wave similar to that used for recording. In this case, the hologram functions as a sinusoidal diffraction grating. As a result of the transformation of free space, diffracted light waves of different orders form a virtual image of the recorded object. At small shear angles, superposition of wave fronts 0 and  $\pm 1$  diffraction orders occurs. In this case, the reconstructed images are of very poor quality. Usually, for separation of real and imaginary images from noise components is used frequency filtering. Unfortunately, such processing distorts the frequency components of the useful signal in the case of overlapping of their spectra. The article describes a new method for separating signals in the frequency domain, based on creating repetitive replicas of spectra. Such replicas can arise as a result of adding zeros between the signal values. In this case, the spectrum of the discrete signal will be a periodically repeating function. If the zeros are replaced by the original values, then the influence of the central beam in periodically repeating spectra will be substantially weakened. To demonstrate the method, we used a real hologram on a photographic plate. The angle between the reference and object beams

was 10 degrees. For the digitization of the hologram, a modified optical microscope with a micro-objective 8X was used. The spatial resolution of such a micro-objective is 1.5  $\mu\text{m}$ . The results of eliminating the central beam in replicas of the reconstructed image are shown. The disadvantage of the algorithm is an increase in the size of the original hologram and, as a consequence, an increase in the decoding time.

*Key words:* holography, interference, digital holography, frequency filtration, spectrum, microscope

## REFERENCES

- [1] Gabor, D. A new microscopic principle / D. Gabor // Nature. – 1948. – Vol. 161. – P. 777-778.
- [2] Leith, E.N. Reconstructed wavefronts and communication theory [Text] / E.N. Leith, J. Upatnieks // Journal of the Optical Society of America. – 1962. – Vol. 52. – P. 1123-1130.
- [3] Guzhov V.I. Matematicheskie metody cifrovoy golografii.: Ucheb.posobie.- Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2017.-80s.
- [4] Vest Ch. Golograficheskaja interferometrija. - M.: Mir. 1982. -503 s.
- [5] Sampling the image in real systems using generalized functions / V.I. Guzhov, I.O. Marchenko, D.S. Hajdukov, S.P. Ilynikh // Automatics & Software Enginery, Novosibirsk, - 2016.- No.4(18) , p.45-52
- [6] 6 Modification of optical microscopes / Guzhov V.I., Iltimirov D.V., Hajdukov D.S., Polubinsky V.L. // Automatics & Software Enginery, Novosibirsk, – 2016.-No.2(16) – p. 71–76
- [7] Image recovery from the real hologram recorded on photographic plates / В.И. Guzhov V.I., Denegkin E.N., Chernov O.V., Zarubin N.S.// Automatics & Software Enginery, Novosibirsk, 2017. No. 1 (19), p. 76–80.



**Vladimir Guzhov** is professor at the Novosibirsk State Technical University, Professor, Doctor of technical sciences. The author of more than 200 scientific works.

E-mail: [vigguzhov@gmail.com](mailto:vigguzhov@gmail.com)

630073, Novosibirsk, prosp. K.Marksa, house 20

**Nikita Zarubin** is Master-student of 2 course.

E-mail:

[zryvzarubinn@yandex.ru](mailto:zryvzarubinn@yandex.ru)

630073, Novosibirsk, prosp. K.Marksa, house 20



**Evgeny Denezhkin** is an associate professor at the Novosibirsk State Technical University, Candidate of Technical Sciences.

E-mail:

[denezhkin@corp.nstu.ru](mailto:denezhkin@corp.nstu.ru)

630073, Novosibirsk, prosp. K.Marksa, house 20



The paper was received on January 29, 2018.