

Устранение фазовой неоднозначности с использованием модулярной арифметики в системах измерения профиля объектов

Гужов В.И., Плешкевич А.А.
ФГБОУ ВПО НГТУ, Новосибирск, Россия

Аннотация: В системах измерения профиля объектов, построенных на основе проецирования синусоидальных картин, возникает задача устранения фазовой неоднозначности. В статье описывается программная система, основанная на проекции серии картин с различными периодами, которая позволяет эффективно решать эту проблему. Приведены примеры восстановления профиля.

Ключевые слова 3D сканеры, пошаговый фазовый сдвиг, устранение фазовой неоднозначности, модулярная арифметика.

ВВЕДЕНИЕ

Для восстановления профиля поверхности разрабатываются оптические системы с использованием структурированного освещения. Такие системы наиболее привлекательны, поскольку они способны осуществлять бесконтактный неразрушающий контроль элементов и изделий. В настоящее время разработано множество различных вариантов картин для использования в системах структурированной подсветки, представляющих собой как серии изменяющихся картин (картины с временным мультиплексированием), так и неизменные картины с использованием различных вариантов цветовой кодировки. В качестве подсветки выбираются геометрические формы, которые легко распознаются при проекции на объект. Наиболее простые проецируемые картины: набор точек, линии, сетки [1, 2, 3].

Преимущество 3D-сканеров, использующих структурированную двумерную картину, в их скорости и точности работы. Вместо сканирования одной точки в один момент времени или одной линии структурированные сканеры сканируют одновременно все поле зрения сразу. Большой интерес представляют системы измерения профиля, основанные на выделении фазовой информации. Фазовые методы, основанные на проекции синусоидальных картин, обладают как рядом преимуществ перед традиционными методами

структурированного освещения: более высокими точностными характеристиками, возможностью полностью автоматизировать процесс получения профиля, так и рядом недостатков, одним из которых является фазовая неоднозначность, которая возникает из-за периодичности проецируемой синусоидальной структуры [4].

Выделение фазовой информации по набору синусоидальных распределений имеет ту же специфику, что и для интерференционных и голографических систем, в которых синусоидальная структура возникает в результате интерференции опорного и объектного пучков [5]. Поэтому можно использовать разработанный для таких систем математический аппарат.

Основная задача расшифровки – определение фазовых значений по картинам зарегистрированных камерой полос, проецируемых на объект. Наиболее часто для выделения фазовой информации используется способ пошагового фазового сдвига (*PSI, phase sampling, phase shifting interferometry*).

Картину полос можно описать с помощью следующей системы m уравнений

$$I_i(x, y) = I_0(x, y)(1 + V(x, y)\cos(\varphi(x, y) + \delta_i)), \quad (1)$$

где $i = 0, 1, \dots, m-1$, $I_0(x, y)$ – средняя интенсивности, $V(x, y)$ – средняя видность или контраст, φ – разность фаз, возникающая в результате отклонения профиля объекта от плоскости, δ_i – известный сдвиг фаз.

Получить систему картин интенсивности (1) можно проецируя на объект синусоидальные картины со сдвигом δ_i .

При трех произвольных сдвигах, решая тригонометрическую систему, состоящую из трех уравнений (1), можно получить следующее выражение:

$$\varphi = \arctg \frac{(I_2 - I_3) \cdot \sin(\delta_1) + (I_3 - I_1) \cdot \sin(\delta_2) + (I_1 - I_2) \cdot \sin(\delta_3)}{(I_3 - I_2) \cdot \cos(\delta_1) + (I_1 - I_3) \cdot \cos(\delta_2) + (I_2 - I_1) \cdot \cos(\delta_3)}. \quad (2)$$

Для четырех сдвигов 0° , 90° , 180° и 270° :

$$\varphi(x, y) = \frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \quad (3)$$

Универсальный алгоритм определения фазовых значений $\varphi(x, y)$ для произвольного значения m уравнений описан в [4, 7].

Фазовые значения могут однозначно восстанавливаться только в пределах периода от 0 до 2π . Необходимо устранить фазовую или, как её называют, 2π - неоднозначность, после этого можно определить профиль поверхности, который зависит от полной фазы и известных геометрических параметров установки [6].

Выражение, которое связывает полную фазу $\Phi(x, y)$, и величину профиля $h(x, y)$ имеет вид:

$$h(x, y) = C \cdot \Phi(x, y) \quad (4)$$

где C - системная константа, зависящая от геометрии оптической схемы.

Первые работы по фазовому развертыванию строились на сравнении соседних значений в столбцах и строках массива. При этом использовалась информация о предыдущих восстановленных точках для определения волнового фронта в следующих точках. Поскольку процедура развертывания на каждом шаге зависит от предыдущих вычислений, единичная ошибка приводила к лавинообразному нарастанию погрешности.

Лучшие результаты дает модификация метода с использованием анализа по областям [8]. Однако и этот алгоритм имеет существенные недостатки, основные из которых: необходимость ручной коррекции зон монотонности; небольшое число анализируемых областей, что ограничивает диапазон измерений.

Существует метод устранения 2π - неоднозначности на основе модульной арифметики [9-12]. В литературе этот метод получил название G-S алгоритм [13-16]. Достоинствами метода является возможность устранения фазовой неоднозначности в каждой точке независимо от других и существенное увеличение динамического диапазона. Используемый математический аппарат основан на целочисленной арифметике, который редко используется в инженерной практике. Поэтому хотя метод и предложен давно, он до сих пор не применяется в практических измерениях.

Целью данной работы является построение полностью автоматического алгоритма устранения фазовой неоднозначности на основе G-S алгоритма для определения рельефа объектов при проекции на поверхность объекта серии синусоидальных картин.

1. МЕТОД УСТРАНЕНИЯ ФАЗОВОЙ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ НА ОСНОВЕ МОДУЛЬНОЙ АРИФМЕТИКИ

Метод модулярной арифметики состоит в том, чтобы оперировать не непосредственно числом

X , а его остатками от деления на некоторые числа m_i .

$$\begin{aligned} b_1 &= X \bmod m_1 \\ b_2 &= X \bmod m_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Исходными данными являются результаты измерений b_1 и b_2 одной и той же величины X при различных значениях периодов – m_1 и m_2 .

Максимальный диапазон однозначного определения абсолютных значений определяется наибольшими взаимно простыми сомножителями в значениях периодов. Если модули m_1 и m_2 взаимно просты, то максимальный диапазон равен произведению m_1 на m_2 [4, 17].

Пусть каждому целому числу отвечает определенный остаток от деления на целое положительное m , который называется модулем.

Если двум целым a и b отвечает один и тот же остаток r , то они называются равноостаточными по модулю m . Сравнимость записывается как

$$a \equiv b \pmod{m} \quad (5)$$

где знак (\equiv) обозначает операцию сравнения. В этом случае систему уравнений (4) можно записать как систему сравнений

$$\begin{aligned} X &\equiv b_1 \pmod{m_1} \\ X &\equiv b_2 \pmod{m_2} \end{aligned} \quad (6)$$

Если модули являются взаимно простыми числами, то в некотором диапазоне существует единственное решение. Для нахождения числа по набору остатков можно использовать «китайскую» теорему об остатках [9, 10].

Пусть числа M_s и N_s определены из условий

$$m_1 \cdot m_2 = M_s m_s \quad (7)$$

$$M_s N_s \equiv 1 \pmod{m_s} \quad (8)$$

и пусть

$$X_0 = M_1 N_1 b_1 + M_2 N_2 b_2 \quad (9)$$

Тогда совокупность значений X , удовлетворяющих системе сравнений (6), определяется сравнением

$$X \equiv X_0 \pmod{(m_1 \cdot m_2)} \quad (10)$$

Если измеренные в пределах периода значения b_1 и b_2 отложить по вертикали и горизонтали, можно получить таблицу, значения X которой будут удовлетворять абсолютным значениям искомой измеряемой величины. На рисунке 1 приведена таблица решений системы сравнений с двумя взаимно простыми модулями: $m_1=11$ и $m_2=17$.

Видно, что числа возрастают от 0 до $m_1 \cdot m_2$ последовательно по главной диагонали, а затем по диагоналям, показанным стрелками на Рис. 1. Если непрерывно соединить продолжения диагоналей при последовательном возрастании

чисел можно заметить, что при склейке верхней и нижней горизонтальных строк и левого и правого

столбца образуется тор.

	b2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
b1	0	14	11	8	5	2	16	13	10	7	4	1	15	12	9	6	3	
0	3	0	154	121	88	55	22	176	143	110	77	44	11	165	132	99	66	33
1	6	34	1	155	122	89	56	23	177	144	111	78	45	12	166	133	100	67
2	9	68	35	2	156	123	90	57	24	178	145	112	79	46	13	167	134	101
3	12	102	69	36	3	157	124	91	58	25	179	146	113	80	47	14	168	135
4	15	136	103	70	37	4	158	125	92	59	26	180	147	114	81	48	15	169
5	1	170	137	104	71	38	5	159	126	93	60	27	181	148	115	82	49	170
6	4	17	171	138	105	72	39	6	160	127	94	61	28	182	149	116	83	50
7	7	51	18	172	139	106	73	40	7	161	128	95	62	29	183	150	117	84
8	10	85	52	19	173	140	107	74	8	162	129	96	63	30	184	151	118	
9	13	119	86	53	20	174	141	108	75	9	163	130	97	64	31	185	152	
10		153	120	87	54	21	175	142	109	76	43	10	164	131	98	65	32	186

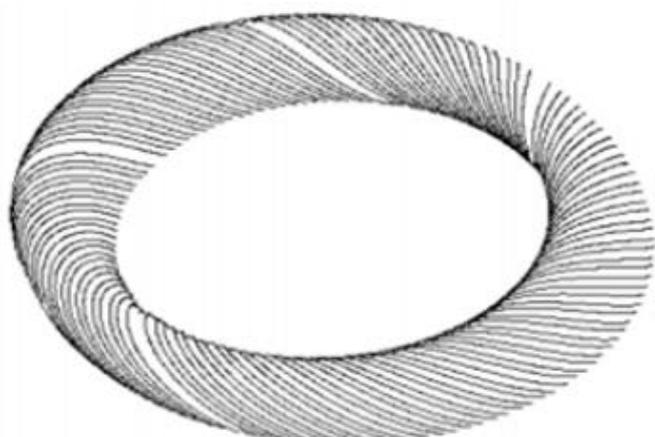


Рис. 1. Последовательное изменение чисел в таблице решений системы сравнений с $m_1=11$ и $m_2=17$ (b_1 меняется от 0 до 10, b_2 от 0 до 16)

К сожалению, по двумерной таблице трудно проследить полные витки. Только нулевой виток полностью помещается на одной диагонали, другие витки начинаются в нулевой строке и продолжаются на диагоналях, начинающихся с соответствующих значениях на столбцах. Поэтому придется хранить два массива количества витков по строкам и по столбцам (на

Рис. 1 – вторая строка и второй столбец содержат информацию о числе витков).

Этот процесс можно упростить. Для этого необходимо хранить расширенный массив $n[i]$ размером $m_1 + m_2 - 1$, где i меняется от m_1 до $m_2 - 1$. (Рис. 2) Отрицательные индексы в этом массиве будут соответствовать второму столбцу на Рис. 1.

										b2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	10	7	4	1	15	12	9	6	3	0	14	11	8	5	2	16	13	10	7	4	1	15	12	9	6	3	
											0	154	121	88	55	22	176	143	110	77	44	11	165	132	99	66	33
											34	1	155	122	89	56	23	177	144	111	78	45	12	166	133	100	67
											68	35	2	156	123	90	57	24	178	145	112	79	46	13	167	134	101
											102	69	36	3	157	124	91	58	25	179	146	113	80	47	14	168	135
											136	103	70	37	4	158	125	92	59	26	180	147	114	81	48	15	169
											170	137	104	71	38	5	159	126	93	60	27	181	148	115	82	49	170
											17	171	138	105	72	39	6	160	127	94	61	28	182	149	116	83	50
											51	18	172	139	106	73	40	7	161	128	95	62	29	183	150	117	84
											85	52	19	173	140	107	74	8	162	129	96	63	30	184	151	118	
											119	86	53	20	174	141	108	75	9	163	130	97	64	31	185	152	
											153	120	87	54	21	175	142	109	76	43	10	164	131	98	65	32	186

Рис. 2. Последовательное изменение чисел в таблице решений системы сравнений с $m_1=11$ и $m_2=17$ (b_1 меняется от 0 до 10, b_2 от 0 до 16)

Тогда

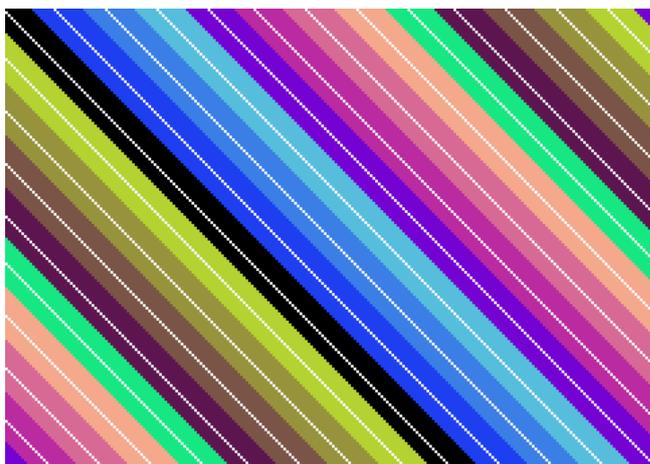


Рис. 5. Таблица решений с модулями $m_1=167$ и $m_2=241$; выбраны первые 13 диагоналей

III. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ОБЪЕКТА ПРИ ПРОЕКЦИРОВАНИИ СЕРИИ СИНУСОИДАЛЬНЫХ КАРТИН

В качестве объекта выберем объект с диффузной поверхностью (Рис. 6).



Рис. 6. Исходный объект

Проецируем с помощью проектора, (как показано на Рис. 7) на объект серию полос с фазовыми сдвигами 0° , 90° , 180° и 270° (Рис. 5).

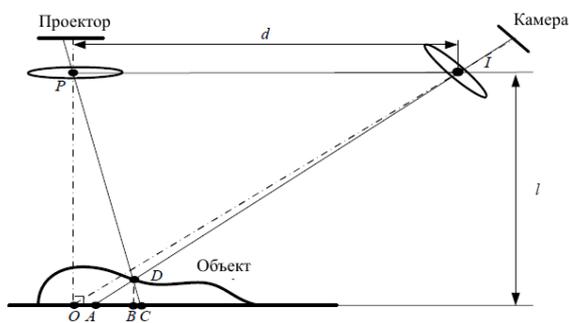


Рис. 7. Схема проекции

На Рис. 8 показан объект после ввода в компьютер.

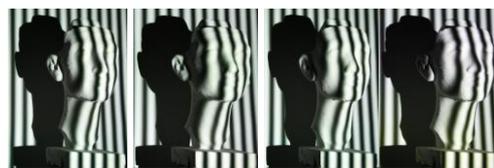


Рис. 8. Объект, покрытый синусоидальными полосами

Делаем две таких серии измерений для полос с периодами $m_1 = 167$ и $m_2 = 241$. Фазовая разность может определяться по серии картин с помощью выражения (3) (Рис. 9).

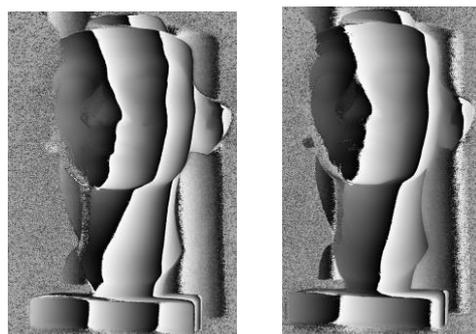


Рис. 9. Фазовые значения при проекции двух серий полос с периодами $m_1 = 167$ и $m_2 = 241$

На Рис. 10 приведены результаты измерения профиля объекта после наложением текстуры. Для построения разных ракурсов использована компьютерная модель объекта, полученная на основе измерений.



Рис. 10. Измеренный профиль

Максимальная погрешность измерений зависит от качества синусоидальных полос и может достигать 0,01 части полосы. При размере одной полосы 1 см, можно определять профиль с разрешением порядка 100 мкм [5].

Поскольку $m_1 = 167$ и $m_2 = 241$ взаимно простые числа, то максимальный диапазон измерений может составить 241 периодов, соответствующих синусоидальной картины с $m_1 = 167$. Если размер полосы, соответствующей картине полос с периодом 167–1 см, то максимальный диапазон составит 241 см.

Для достижения устойчивости диапазон необходимо сократить. Если ограничить максимальный диапазон до 13 полос, то

максимальный размер значений профиля (по z – координате) может быть 13 см (13 полос по 1 см).

Если необходимо увеличить диапазон, то можно проводить измерения не при двух значениях взаимно простых модулей, а при трех или более [17].

IV ВЫВОДЫ

В статье описана оптическая система измерения профиля.

Фазовая неоднозначность устранена методом, основанном на модулярной арифметике.

Описан быстрый алгоритм анализа ошибочных измерений, который позволяет устранить неустойчивость решения.

Показан пример использования метода при восстановлении профиля объекта в системе с проекцией серии синусоидальных картин.

В результате работы впервые показано практическое использование G-S алгоритма. Поскольку метод значительно расширяет диапазон фазовых измерений, его можно использовать в интерференционных и голографических измерительных системах с разными длинами волн, используемыми для освещения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований «Разработка методов сверхразрешения в цифровой голографической интерферометрии» (Грант № 16-08-00565).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Song Zhang. High-resolution, Real-time 3-D Shape Measurement. – Abstract of the Dissertation. – Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering. – Stony Brook University. – 2005. – Pp. 127
- [2] J. Salvi, J.i Pages, J. Batlle. Pattern codification strategies in structured light systems // Pattern Recognition 37 (2004). – Pp. 827–848.
- [3] Гужов В.И. Методы измерения 3D профиля объектов. Контактные, триангуляционные системы и методы структурированного освещения: Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015.-82с.
- [4] Гужов В.И. Методы измерения 3D профиля объектов. Фазовые методы: Учеб. пособие.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016.-83с.
- [5] Гужов В.И., Ильиных С.П. Компьютерная интерферометрия. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. - 252с.
- [6] Гужов В.И., Ильиных С.П., Уберт А.И. / Проекционный метод измерения рельефа. // Научный вестник НГТУ. - 2012. - №1(46) – С. 23-28.
- [7] Гужов В.И., Ильиных С.П., Хайдуков Д.С., Вагизов А.Р. / Универсальный алгоритм расшифровки. // Научный вестник НГТУ. - 2010. - №4(41) – С. 51-58.
- [8] Гужов В.И., Плешкевич А.А. Устранение фазовой неоднозначности методом выделения зон монотонности при разработке 3D сканеров // Автоматика и программная инженерия, Новосибирск, – 2016. №4(18). С. 53–56
- [9] V.I. Gushov, Yu.N. Solodkin Automatic Processing of Fringe Patterns in Integer Interferometers// Optics and Lasers in Engineering.-1991.-Vol.14, Issues 4-5. P.311-324.

- [10] Гужов В.И., Солодкин Ю.Н. Использование свойств целых чисел для расшифровки интерферограмм // Оптика и спектроскопия. 1988. т.65. вып.5. С.1123-1128. (Guzhov V.I., Solodkin Yu.N. Using integer properties for interferogram analysis. Optica & Spectroscopia 65 (5) (1988) 1123-1228)
- [11] Гужов В.И., Солодкин Ю.Н. Оценка точности целочисленного интерферометра // Оптика и спектроскопия. 1988. т.65. вып.6. С.1313-1316. (Guzhov V.I., Solodkin Yu.N. Estimate of integer interferometer precision. Optica & Spectroscopia 65 (5) (1988) 1313-1316).
- [12] V.I. Guzhov, S.P. Il'inykh, R.A. Kuznetsov, A.R. Vagizov /Solution of the problem of phase ambiguity by integer interferometry // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. March 2013, Volume 49, Issue 2, pp 178-183.
- [13] Wengierow, M., Salbut, L., Ramotowski, Z., Szumski, R., Szykiedans, K. Measurement System Based on Multi-Wavelength Interferometry for Long Gauge Block Calibration Metrology and Measurement Systems. - 2013. - Volume XX, Issue 3, pp. 479–49.
- [14] Zhong, J., Zhang, Y. Absolute phase-measurement technique based on number theory in multifrequency grating projection profilometry. - Applied Optics. – 2001. - Vol.40, No.4 - pp.492-500.
- [15] Kujawińska, M., Osten, W. Fringe pattern analysis methods: up-to-date review. - Proc. SPIE.-1998. - Vol. 3407, p. 56-66.
- [16] Takeda, M., Gu, Q., Kinoshita, M., Takai, H., Takahashi, Y. Frequency-multiplex Fourier-transform profilometry: A single-shot three-dimensional shape measurement of objects with large height discontinuities and/or surface isolations - Applied Optics - 1997 - Vol.36, No.22 – pp. 5347-5354.
- [17] Использование модулярной арифметики при фазовых измерениях / Гужов В.И., Кабак Е.С., Орлов И.С. // Автоматика и программная инженерия, Новосибирск. 2015. №1(1) С. 97–107.

Eliminating of Phase Ambiguity Using Modular Arithmetic in the Profile Measurement Systems

V.I. GUZHOV, A.A. PLESHKEVICH

Abstract: In systems for measuring the profile of objects constructed based on the projection of sinusoidal pictures, the problem of eliminating phase ambiguity arises. The paper describes a software system based on the projection of a series of paintings with different periods that allows to effectively solve this problem. Examples of profile recovery are given.

Key words: 3D scanners, step-by-step phase shift elimination of phase ambiguity, modular arithmetic.

REFERENCES

- [1] Song Zhang. High-resolution, Real-time 3-D Shape Measurement. – Abstract of the Dissertation. – Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering. – Stony Brook University. – 2005. – Pp. 127
- [2] J. Salvi, J.i Pages, J. Batlle. Pattern codification strategies in structured light systems // Pattern Recognition 37 (2004). – Pp. 827–848.

- [3] Guzhov V.I. Metody izmerenija 3D profilja ob#ektov. Kontaktnye, trianguljacionnye sistemy i metody strukturirovannogo osveshhenija.: Ucheb.posobie.- Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2015.-82s
- [4] Guzhov V.I. Metody izmerenija 3D profilja ob#ektov. Fazovye metody.: Ucheb.posobie.- Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2016.-83s.
- [5] Guzhov V.I., Il'inyh S.P. Komp'juternaja interferometrija. - Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2004. - 252s.
- [6] Guzhov V.I., Il'inyh S.P., Ubert A.I. / Proekcionnyj metod izmerenija rel'efa. // Nauchnyj vestnik NGTU. - 2012. - №1(46) – S. 23-28.
- [7] Guzhov V.I., Il'inyh S.P., Hajdukov D.S., Vagizov A.R. / Universal'nyj algoritm rasshifrovki. // Nauchnyj vestnik NGTU. - 2010. - №4(41) – S. 51-58 .
- [8] Guzhov V.I., Pleshkevich A.A. Ustranenie fazovoj neodnoznachnosti metodom vydelenija zon monotonnosti pri razrabotke 3D skanerov // Avtomatika i programmaja inzhenerija, Novosibirsk , – 2016.-№4(18) – S. 53–56
- [9] V.I. Guzhov, Yu.N. Solodkin Automatic Processing of Fringe Patterns in Integer Interferometers// Optics and Lasers in Engineering.-1991.-Vol.14, Issues 4-5,- P.311-324.
- [10] Guzhov V.I., Solodkin Yu.N. Using integer properties for interferogram analysis. Optica & Spectroscopia 65 (5) (1988) 1123-1228
- [11] Guzhov V.I., Solodkin Yu.N. Estimate of integer interferometer precision. Optica & Spectroscopia 65 (5) (1988) 1313-1316.
- [12] V.I. Guzhov, S.P. Il'inykh, R.A. Kuznetsov, A.R. Vagizov / Solution of the problem of phase ambiguity by integer interferometry // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing.- March 2013, Volume 49, Issue 2, pp 178-183.
- [13] Wengierow, M., Salbut, L., Ramotowski, Z., Szumski, R., Szykiedans, K. Measurement System Based on Multi-Wavelength Interferometry for Long Gauge Block Calibration Metrology and Measurement Systems. - 2013. - Volume XX, Issue 3, pp. 479–49.
- [14] Zhong, J., Zhang, Y. Absolute phase-measurement technique based on number theory in multifrequency grating projection profilometry. - Applied Optics. – 2001. - Vol.40, No.4 - pp.492-500.
- [15] Kujawińska, M., Osten, W. Fringe pattern analysis methods: up-to-date review. - Proc. SPIE.-1998. - Vol. 3407, p. 56-66.
- [16] Takeda, M., Gu, Q., Kinoshita, M., Takai, H., Takahashi, Y. Frequency-multiplex Fourier-transform profilometry: A single-shot three-dimensional shape measurement of objects with large height discontinuities and/or surface isolations - Applied Optics - 1997 - Vol.36, No.22 – pp. 5347-5354.
- [17] Guzhov V.I., Kabak E.S., Orlov I.S. Ispol'zovanie moduljarnoj arifmetiki pri fazovyh izmerenijah // Avtomatika i programmaja inzhenerija, Novosibirsk , – 2015.-№1(1) – S. 97 – 107.



Владимир Иванович Гужов – профессор кафедры ССОД Новосибирского Государственного Технического университета, доктор технических наук. Он является автором более 190 научных работ. Область научных интересов: высокоточные

интерференционные измерения, безошибочные вычисления, теория чисел.

E-mail: vigguzhov@gmail.com



Александр Плешкевич – магистрант 2 курса каф. ВТ НГТУ.